เลขยกกำลัง(Power)

ความหมายของเลขยกกำลัง

บทนิยาม

ถ้า a เป็นจำนวนจริงใดๆ และ n เป็นจำนวนเต็มบวก "a ยกกำลัง n" หรือ "a กำลัง n" เขียนแทนด้วย a^n มีความหมาย ดังนี้ $a^n = a \times a \times a \times ... \times a$ (n ตัว) เรียก a^n ว่าเลขยกกำลัง มี a เป็นฐาน (base)และ n เป็นเลขชี้กำลัง(exponent or power or index)

(The power of a number shows you how many times to use the number in a multiplication.

It is written as a small number to the right and above the base number.

In this example: $8^2 = 8 \times 8 = 64$

Another name for power is index or exponent)

[www.mathsisfun.com/definitions/index-power]

ตัวอย่างที่ 1

1. 3^5 อ่านว่า สามยกกำลัง 5 (3 raised to the power of 5) มี 3 เป็นฐาน(base)

   และ 5 เป็นเลขชี้กำลัง(power or index or exponent)

   $3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$

2. $(-2)^3$ อ่านว่า ลบสองทั้งหมดยกกำลังสาม มี -2 เป็นฐาน 3 เป็นเลขชี้กำลัง

   $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$

3. $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ อ่านว่า เศษสองส่วนสามทั้งหมดยกกำลังสอง มี $\frac{2}{3}$ เป็นฐาน 2 เป็นเลขชี้กำลัง

   $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

4. $(0.5)^3$ อ่านว่าศูนย์จุดห้าทั้งหมดยกกำลังสาม มี 0.5 เป็นฐาน 3 เป็นเลขชี้กำลัง

$(0.5)^3 = 0.5 \times 0.5 \times 0.5 = 0.125$

(b^n can be read as: ***b*** *raised to the* ***n****-th power*, ***b*** *raised to the power of* ***n***, or possibly ***b*** *raised to the exponent of* ***n***, most briefly as ***b*** *to the* ***n***. Some exponents have their own pronunciation: for example, b^2 is usually read as ***b*** *squared* and b^3 as ***b*** *cubed*.)

[http://en.wikipedia.org/wiki/Exponentiation]

หมายเหตุ ในกรณีที่เลขชี้กำลังเป็น 1 เช่น 2^1 เขียนเป็น 2 หมายถึง 2 จำนวน 1 ตัว

ดังนั้น $-5 = (-5)^1$, $7 = 7^1$, $y = y^1$

การหาค่าของเลขยกกำลังที่กำหนดให้

ตัวอย่างที่ 2 เลขยกกำลังต่อไปนี้แทนจำนวนใด (มีค่าเท่ากับเท่าใด)

1. $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$

2. $(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$

3. -5^2 จำนวนนี้หมายถึงจำนวนตรงข้ามของ 5^2

   ดังนั้น $-5^2 = -(5 \times 5)$ -25

4. $(-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25$

5. $\left(\frac{3}{4}^3\right) = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{27}{64}$

6. $(-1.2)^4 = (-1.2) \times (-1.2) \times (-1.2) \times (-1.2) = 2.0736$

<u>ข้อสังเกต</u> ความแตกต่างระหว่าง$(-5)^2$ และ -5^2

$(-5)^2$ ฐานของเลขยกกำลังเป็นจำนวนเต็มลบคือ -5 มีค่าเท่ากับ 25

-5^2 เป็นจำนวนตรงข้ามของ 5^2 มีค่าเท่ากับ $-(5 \times 5) = -25$

<u>การเขียนจำนวนในรูปเลขยกกำลัง</u>

<u>ตัวอย่างที่ 3</u> จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลัง

1. $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

2. $-64 = (-4) \times (-4) \times (-4) = (-4)^3$

   $= -(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) = -2^6$

3. $0.0009 = 0.03 \times 0.03 = (0.03)^2$

4. $\frac{27}{125} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \left(\frac{3}{5}\right)^3$

[The exponent is usually shown as a <u>superscript</u> to the right of the base.

The power b^n can be defined also when *n* is a negative integer, for nonzero *b*.

No natural extension to all real *b* and *n* exists, but when the base *b* is a positive real number. - <u>http://en.wikipedia.org/wiki/Exponentiation</u>]

[A **subscript** or **superscript** is a <u>number</u>, figure, <u>symbol</u> that appears smaller than the normal line of type and is set slightly below or above it – subscripts appear at or below the <u>baseline</u>, while superscripts are above.
<u>http://en.wikipedia.org/wiki/Subscript_and_superscript</u>]

<u>แบบทดสอบความเข้าใจ 1</u>

1. จงเติมคำตอบลงในตารางต่อไปนี้

เลขยกกำลัง	อ่านว่า	ฐาน	เลขชี้กำลัง	เขียนในรูปการคูณ
ตัวอย่าง 2^4	สองยกกำลังสี่	2	4	$2 \times 2 \times 2 \times 2$
3^2				
$\left(\frac{2}{3}\right)^3$				
$\left(-\frac{1}{3}\right)^2$				
$(0.3)^4$				
$(-0.2)^3$				
a^5				
$(5b)^3$				
$(a^2)^3$				
$(ab)^4$				

2. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปเลขยกกำลัง

ตัวอย่าง $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$

1. $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$ =.....

2. $(-7) \times (-7) \times (-7)$ =.....

3. $a \times a \times a \times a \times a \times a =$.....(5)

4. $\frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5}$ =.....

5. $(-3a) \times (-3a) \times (-3a)$ =.....

6. $(0.1) \times (0.1) \times (0.1) \times (0.1) \times (0.1) \times (0.1) \times (0.1)$ =.....

3. จงหาค่าของเลขยกกำลังต่อไปนี้

ตัวอย่าง $2^2 = 2 \times 2 = 4$

$(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$

1. 2^5 =.....

2. $(-3)^2$ =.....

3. -4^3 =.....

4. $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ =.....

5. $(0.3)^3$ =.....

4. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนเฉพาะ

ตัวอย่าง $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$

1. 25 =.....

2. 49 =.....

3. -0.125 =.....

4. -27 =.....

5. $-\frac{8}{64}$ =.....

แบบฝึกหัดที่ 1

1. จงเติมคำตอบลงในตารางต่อไปนี้

จำนวนในรูปการคูณ	เลขยกกำลัง	ฐาน	เลขชี้กำลัง
ตัวอย่าง $7 \times 7 \times 7 \times 7$	7^4	7	4
1. $ab \times ab \times ab$			
2. $(-m) \times (-m) \times (-m) \times (-m)$			
3. $(0.1) \times (0.1) \times (0.1)$			
4. $-\left(\frac{5}{9} \times \frac{5}{9} \times \frac{5}{9} \times \frac{5}{9} \times \frac{5}{9}\right)$			
5. $a^3b^2 \times a^3b^2 \times a^3b^2 \times a^3b^2$			

2. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนเฉพาะ

ตัวอย่าง $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

1. 343 =.....

2. -49 =.....

3. $\frac{125}{1331}$ =.....

4. 0.027 =.....

5. 0.0625 =.....

ตัวอย่าง $2^3 \times 2^2 = (2\times 2 \times 2) \times (2 \times 2) = 2^5 = 2^{3+2}$

1. $3^3 \times 3$ =.....
2. $7^2 \times 7^4$ =.....
3. $a^2 \times a^3$ =.....
4. $b^4 \times b^2$ =.....
5. $a^m \times a^n$=.....

<u>สมบัติการคูณเลขยกกำลัง</u>

ถ้า a เป็นจำนวนจริงใดๆ m และ n เป็นจำนวนเต็มแล้ว $a^m \times a^n = a^{m+n}$

<u>ตัวอย่างที่ 4</u> จงหาค่าของจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. $2^7 \times 2^8 = 2^{7+8} = 2^{15}$
2. $3^8 \times 3^{10} = 3^{8+10} = 3^{18}$
3. $(-3)^2 \times (-3)^6 = (-3)^{2+6} = (-3)^8$
4. $(-3)^2 \times 3^6 = 3^2 \times 3^6 = 3^{2+6} = 3^8$
5. $(-2)^4 \times (-2)^5 = (-2)^{4+5} = (-2)^9$

<u>ตัวอย่างที่ 5</u> จงหาค่าของจำนวนในข้อต่อไปนี้ โดยเขียนผลลัพธ์ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลัง

1. $a^2 b^3 \times a^3 b = (a^2 \times a^3) \times (b^3 b) = a^{2+3} b^{3+1} = a^5 b^4$
2. $9^2 \times 27 = 9 \times 9 \times 3^3 = 3^2 \times 3^2 \times 3^3 = 3^{2+2+3} = 3^7$
3. $256 \times 2^9 = 2^8 \times 2^9 = 2^{8+9} = 2^{17}$
4. $(3a^5b^3)(5a^2b) = (3\times 5) \times (a^5 \times a^2) \times (b^3 \times b) = 15a^{5+2}b^{3+1} = 15a^7b^4$

<u>แบบทดสอบความเข้าใจ2</u>

จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้ โดยเขียนผลลัพธ์ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลัง

ตัวอย่าง $a^2 \times a^5 = a^{2+5} = a^7$

1. $m^{10} \times m^2 \times m^3$ =.....
2. $5^3 \times 5^9$ =.....
3. $b^2 \times b^{10}$ =.....
4. $16 \times 2^3 \times 2^4$=.....
5. 125×5^3=.....
6. $7^5 \times 7^3 \times 49$=.....
7. $(b^4 \times b^3) \times (b^7 \times b^5)$=.....
8. $a^2 \times b^3 \times a^4 \times b^5$ =.....
9. $(3^2x^5) \times (3x^4)$ =.....
10. $(2m^5)(3m^2)$ =.....

แบบฝึกหัดที่ 2

จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้ โดยเขียนผลลัพธ์ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลัง

1. $(8a^5) \times (2a^3)$ =.....
2. $a^2 \times (3a^4)$ =.....
3. $a^4(4a^2b)$ =.....
4. $(2a)(2a^2)(3a^4)$ =.....
5. $(25x^2)(5x^{15})$ =.....
6. $(a^5b^{10})(a^9b^3)$ =.....
7. $x^4(xy)(x^2y^3)$ =.....
8. $(4m^2n^3)(2m^4n^6)$ =.....
9. $(-3)^4(-3)^5$ =.....
10. $(a^2b^3c^4)(a^2c^6)$ =.....

<u>เอกสารแนะแนวทาง 2</u>

จงหาผลหารของจำนวนต่อไปนี้ โดยเขียนผลลัพธ์ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลัง

ตัวอย่าง $2^5 \div 2^3 = \frac{2^5}{2^3} = \frac{2\times2\times2\times2\times2}{2\times2\times2} = 2\times2 = 2^2 = 2^{5-3}$

1. $3^7 \div 3^2 =$.....
2. $5^4 \div 5 =$.....
3. $a^4 \div a^2 =$.....
4. $a^5 \div a^3 =$.....
5. $a^m \div a^n =$.....

<u>สมบัติการหารเลขยกกำลัง</u>

ถ้า a เป็นจำนวนจริงใดๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว $a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

<u>ตัวอย่างที่ 5</u> จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้ในรูปเลขยกกำลัง

1. $\frac{5^8}{5^2} = 5^{8-2} = 5^6$
2. $\frac{a^{40}}{a^8} = a^{40-8} = a^{32}$
3. $\frac{3^7}{3^4} = 3^{7-4} = 3^3$
4. $\frac{7^8}{7^3} = 7^{8-3} = 7^5$

<u>ตัวอย่างที่ 6</u> จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้

1. $\dfrac{x^{10}y^3}{x^2y} = \dfrac{x^{10}}{x^2}\times\dfrac{y^3}{y} = x^{10-2}y^{3-1} = x^8y^2$

2. $\dfrac{a^2b^8c^5}{ab^3c^2} = \dfrac{a^2}{a}\times\dfrac{b^8}{b^3}\times\dfrac{c^5}{c^2} = a^{2-1}b^{8-3}c^{5-2} = ab^5c^3$

3. $\dfrac{x^{18}y^9}{x^6y^6} = \dfrac{x^{18}}{x^6}\times\dfrac{y^9}{y^6} = x^{18-6}y^{9-6} = x^{12}y^3$

4. $\dfrac{a^5}{b^8}\times\dfrac{b^9}{a^2}\times\dfrac{ab^4}{b} = \dfrac{a^5\times a}{a^2}\times\dfrac{b^9\times b^4}{b^8\times b} = \dfrac{a^{5+1}}{a^2}\times\dfrac{b^{9+4}}{b^{8+1}}$

$= \dfrac{a^6}{a^2}\times\dfrac{b^{13}}{b^9} = a^{6-2}b^{13-9} = a^4b^4$

****

<u>แบบทดสอบความเข้าใจ 3</u>

จงหาค่าของ

1. $\dfrac{a^2}{a}$ = ... = ...

2. $\dfrac{b^5}{b^2}$ = ... = ...

3. $\dfrac{6x^2}{3x}$ = ... = ...

4. $\dfrac{y^{2m}}{y^m}$ = ... = ...

5. $\dfrac{x^{n+1}}{x^n}$ = ... = ...

6. $\dfrac{a^{2n+1}}{a^{n+1}}$ = ... = ...

7. $\dfrac{12x^5y^3}{4x^2y}$ = ...

8. $\dfrac{-25m^5n^3}{5m^2n}$ = ...

9. $\dfrac{-48a^{12}b^7}{-6b^3a^8}$ = ...

10. $\dfrac{18p^5r^7}{-9pr^2}$ = ...

<u>เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มลบ</u>

พิจารณาการหาค่าของจำนวนต่อไปนี้

$5^3 \div 5^7$

<u>วิธีที่ 1</u> ใช้ความหมายของเลขยกกำลัง

$$5^3 \div 5^7 = \frac{5^3}{5^7}$$

$$= \frac{5\times5\times5}{5\times5\times5\times5\times5\times5\times5}$$

$$= \frac{1}{5\times5\times5\times5}$$

$$= \frac{1}{5^4} \qquad \text{.....(1)}$$

<u>วิธีที่ 2</u> ใช้สมบัติการหารเลขยกกำลัง

$$5^3 \div 5^7 = \frac{5^3}{5^7}$$

$$= 5^{3-7}$$

$$= 5^{-4} \qquad \text{.....(2)}$$

(1) = (2) ดังนั้น $5^{-4} = \frac{1}{5^4}$

[(1) = (2) เพราะว่าต่างก็เป็นผลหารของจำนวนที่ตัวตั้งมีค่าเท่ากันและตัวหารก็มีค่าเท่ากันด้วย]

<u>บทนิยาม</u>

ถ้า a เป็นจำนวนใดๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ และ n เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

ดังนั้น $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$ เมื่อ a $\neq 0$ และ n เป็นจำนวนเต็มบวก

<u>เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นศูนย์</u>

พิจารณาการหาค่าของจำนวนต่อไปนี้

$2^4 \div 2^4$

<u>วิธีที่ 1</u> ใช้ความหมายของเลขยกกำลัง

$$2^4 \div 2^4 = \frac{2^4}{2^4}$$

$$= \frac{2\times2\times2\times2}{2\times2\times2\times2}$$

$$= 1 \quad .....(1)$$

<u>วิธีที่ 2</u> ใช้สมบัติการหารเลขยกกำลัง

$$2^4 \div 2^4 = \frac{2^4}{2^4}$$

$$= 2^{4-4}$$

$$= 2^0 \quad .....(2)$$

(1) = (2) ; ดังนั้น $2^0 = 1$

<u>บทนิยาม</u>

ถ้า a เป็นจำนวนใดๆที่ไม่ใช่ศูนย์ $a^0 = 1$

<u>แบบทดสอบความเข้าใจ 4</u>

จงทำให้เป็นรูปอย่างง่ายและเลขชี้กำลังเป็นบวก

1. $\frac{a^7}{a^{10}}$ =..... ....
2. $\frac{b^5}{b^6}$ =..... ....
3. $\frac{6y}{2y}$ =..... ....
4. $\frac{5a^2}{10a^2}$ =..... ....
5. $\frac{a^n}{a^{n-1}}$ =..... ....
6. $\frac{x^{b-2}}{x^b}$ =..... ....
7. $\frac{x^{c-2}}{x^{c-2}}$ =..... ....
8. $\frac{15ab^4}{-3ab^{10}}$ =..... ....
9. $\frac{-13a^8b^{17}}{-26a^{10}b^5}$ =..... ....
10. $\frac{m^4(a+b)^2}{m^3(a+b)^7}$ =..... ....

<u>เลขยกกำลังที่มีฐานเป็นเลขยกกำลัง</u>

<u>ตัวอย่างที่ 7</u> $(2^3)^4$ อ่านว่า สองยกกำลังสาม ทั้งหมดยกกำลังสี่ มี 2^3 เป็นฐาน 4 เป็นเลขชี้กำลัง

$(2^3)^4 = 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3 = 2^{3+3+3+3} = 2^{12} = 2^{3\times4}$

$(a^2)^3$ อ่านว่า เอ ยกกำลังสอง ทั้งหมดยกกำลังสาม มี a^2 เป็นฐาน 3 เป็นเลขชี้กำลัง

$(a^2)^3 = a^2 \times a^2 \times a^2 = a^{2+2+2} = a^6 = a^{2\times3}$

$(a^m)^n$ อ่านว่า เอ ยกกำลังเอ็ม ทั้งหมดยกกำลังเอ็น มี a^m เป็นฐาน n เป็นเลขชี้กำลัง

$(a^m)^n = a^m \times a^m \times \ldots \times a^m$ (n ตัว) $= a^{m+m+\ldots+m(n\ ตัว)} = a^{mn}$

<u>แบบทดสอบความเข้าใจ 5</u>

จงทำจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายและเลขชี้กำลังเป็นบวก

1. $(2^3)^{-3} =$ ....
2. $(y^4)^2 =$ ....
3. $(a^{-5})^2 =$ ....
4. $(0.25^{-2})^{-7} =$ ....
5. $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^a\right]^b =$ ....
6. $\left[(-4)^{-m}\right]^2 =$ ....

<u>เลขยกกำลังที่มีฐานอยู่ในรูปการคูณของจำนวนหลายๆจำนวน</u>

<u>ตัวอย่างที่ 8</u> $(2\times3)^2$ มี 2×3 เป็นฐาน 2 เป็นเลขชี้กำลัง

$(2 \times 3)^2 = (2 \times 3) \times (2 \times 3) = (2 \times 2) \times (3 \times 3) = 2^2 \times 3^2$

$(3 \times 5 \times 4)^3 = (3 \times 5 \times 4) \times (3 \times 5 \times 4) \times (3 \times 5 \times 4)$

$= (3 \times 3 \times 3) \times (5 \times 5 \times 5) \times (4 \times 4 \times 4)$

$= 3^3 \times 5^3 \times 4^3$

$(ab)^n = a^n b^n$

$(abc)^n = a^n b^n c^n$

<u>เลขยกกำลังที่มีฐานอยู่ในรูปการหารของจำนวนหลายๆจำนวน</u>

<u>ตัวอย่างที่ 9</u> $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3}\times\frac{2}{3} = \frac{2\times 2}{3\times 3} = \frac{2^2}{3^2}$

$$\left(\frac{3}{4\times 5}\right)^3 = \left(\frac{3}{4\times 5}\right)\times\left(\frac{3}{4\times 5}\right)\times\left(\frac{3}{4\times 5}\right)$$

$$= \frac{3\times 3\times 3}{(4\times 4\times 4)\times(5\times 5\times 5)}$$

$$= \frac{3^3}{4^3\times 5^3}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a\times a\times a\times\ldots\times a}{b\times b\times b\times\ldots\times b} \text{ (n ตัว)} = \frac{a^n}{b^n}$$

<u>แบบทดสอบความเข้าใจ 6</u>

จงทำจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายและเลขชี้กำลังเป็นบวก

1. $(2xy^3)^{-2} =$..... ....
2. $(3a^{-2}b)^4 =$ ....
3. $(5m^{-1}n^{-3})^{-2} =$ ....
4. $(7^{-2}ab^5)^3 =$ ....
5. $(m^3n^{-2})^5 =$ ....
6. $\left(\frac{c^{-2}}{5}\right)^4 =$ ....
7. $\left(\frac{x^8}{y^{-2}}\right)^{-3} =$ ....
8. $\left(\frac{a^2b}{c^3}\right)^5 =$ ....
9. $-\left(\frac{x^2y^5}{5z^3}\right)^2 =$ ....
10. $\left(\frac{-a^4b^{10}}{2xy^5}\right)^2 =$ ....

<u>สรุปบทนิยามและสมบัติของเลขยกกำลัง</u>

ให้ a, b เป็นจำนวนจริง m, n เป็นจำนวนเต็ม ; a, b $\neq 0$ แล้ว

1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$
2. $a^m \div a^n = a^{m-n}$
3. $(a^m)^n = a^{mn}$
4. $(ab)^n = a^n b^n$
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
6. $a^0 = 1$
7. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ และ $\frac{1}{a^{-n}} = \frac{1}{\frac{1}{a^n}} = 1 \div \frac{1}{a^n} = 1 \times a^n = a^n$

<u>การนำสมบัติของเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา</u>

<u>ตัวอย่างที่ 10</u> จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้ โดยเขียนผลลัพธ์ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก

1. $a^5 \div a^{-3} = \frac{a^5}{a^{-3}} = a^{5-(-3)} = a^{5+3} = a^8$

2. $(a^{-2})^3 = a^{(-2)\times 3} = a^{-6} = \frac{1}{a^6}$

3. $$\begin{aligned}(a^2b)^{-4}\times(ab)^4 &= (a^2)^{-4}(b^1)^{-4}\times(a^1)^4(b^1)^4\\ &= a^{(2)(-4)}b^{(1)(-4)}\times a^{(1)(4)}b^{(1)(4)}\\ &= a^{-8}b^{-4}a^4b^4\\ &= (a^{-8}a^4)(b^{-4}b^4)\\ &= (a^{(-8)+4})(b^{(-4)+4})\\ &= a^{-4}b^0\\ &= \frac{1}{a^4}\cdot 1\\ &= \frac{1}{a^4}\end{aligned}$$

4. $$\begin{aligned}(2^{-3}a^4b)^{-1}\times(4^{-2}b^{-5}) &= (2^{-3})^{-1}(a^4)^{-1}(b^1)^{-1}\times(2^2)^{-2}(b^{-5})\\ &= (2^3a^{-4}b^{-1})\times(2^{-4}b^{-5})\\ &= (2^3\times 2^{-4})\times a^{-4}\times(b^{-1}\times b^{-5})\\ &= 2^{3+(-4)}a^{-4}b^{(-1)+(-5)}\\ &= 2^{-1}a^{-4}b^{-6}\\ &= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{a^4}\cdot\frac{1}{b^6}\\ &= \frac{1}{2a^4b^6}\end{aligned}$$

5. $$\begin{aligned}\frac{\left(2^3\cdot 3^4\right)^3}{\left(2^2\cdot 3^2\right)^5} &= \frac{(2^3)^3(3^4)^3}{(2^2)^5(3^2)^5}\\ &= \frac{2^9 3^{12}}{2^{10}3^{10}}\\ &= 2^{9-10}3^{12-10}\\ &= 2^{-1}3^2\\ &= \frac{1}{2}\cdot 3^2\\ &= \frac{3^2}{2}\end{aligned}$$

6. $$\left(\frac{12a^2bc}{10ab^3}\right)^2 = \left(\frac{6}{5}a^{2-1}b^{1-3}c\right)^2$$
$$= \left(\frac{6}{5}ab^{-2}c\right)^2$$
$$= \frac{6^2}{5^2}\cdot a^2\cdot b^{-4}\cdot c^2$$
$$= \frac{6^2}{5^2}\cdot a^2\cdot \frac{1}{b^4}\cdot c^2$$
$$= \frac{6^2a^2c^2}{5^2b^4}$$

7. $$\frac{4abc}{-6xy^2}\cdot\frac{-8x^2y}{12a^2bc^2} = \left(\frac{4\times(-8)}{(-6)\times 12}\right)\cdot\left(\frac{abcx^2y}{a^2bc^2xy^2}\right)$$
$$= \frac{4}{9}a^{1-2}b^{1-1}c^{1-2}x^{2-1}y^{1-2}$$
$$= \frac{2^2}{3^2}a^{-1}b^0c^{-1}xy^{-1}$$
$$= \frac{2^2}{3^2}\cdot\frac{1}{a}\cdot 1\cdot\frac{1}{c}\cdot x\cdot\frac{1}{y}$$
$$= \frac{2^2x}{3^2acy}$$

8. $$\frac{-5a^2b}{7cd^2}\div\frac{10a^3b^2}{21c^2d} = \frac{-5a^2b}{7cd^2}\times\frac{21c^2d}{10a^3b^2}$$
$$= \left(\frac{(-5)\times 21}{7\times 10}\right)\times\left(\frac{a^2bc^2d}{a^3b^2cd^2}\right)$$
$$= -\frac{3}{2}a^{2-3}b^{1-2}c^{2-1}d^{1-2}$$
$$= -\frac{3}{2}a^{-1}b^{-1}cd^{-1}$$
$$= -\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{a}\cdot\frac{1}{b}\cdot c\cdot\frac{1}{d}$$
$$= -\frac{3c}{2abd}$$

9. $$\frac{(x^n)^2}{(x^2)^{n+1}} = \frac{x^{2n}}{x^{2(n+1)}}$$

$$= \frac{x^{2n}}{x^{2n+2}}$$

$$= x^{2n-(2n+2)}$$

$$= x^{2n-2n-2}$$

$$= x^{-2}$$

$$= \frac{1}{x^2}$$

<u>แบบฝึกหัดที่ 3</u>

จงทำให้อยู่ในรูปเลขยกกำลังอย่างง่ายและเลขชี้กำลังเป็นบวก

1. $\dfrac{xy^{6}}{x^{-2}y^{-3}}$

2. $\dfrac{2m^{-3}n^{-4}}{m^{-4}n^{5}}$

3. $\left(\dfrac{a^{-3}b^{-5}}{ab^{2}}\right)^{-1}$

4. $\left(\dfrac{2x}{3b^{2}}\right)\left(\dfrac{bm}{ax}\right)^{3}$

5. $-\left(\dfrac{2a^{4}}{3b^{2}}\right)\left(\dfrac{3a}{2b}\right)^{2}$

6. $\left(\dfrac{6z^{2}}{3yz}\right)^{2}\left(\dfrac{8x^{2}y^{3}}{10xy^{2}z}\right)$

7. $\left(\dfrac{7^{2}m^{4}}{5^{3}n}\right)^{5}\div\left(\dfrac{7^{9}m^{2}}{5^{12}n}\right)$

8. $\left(-\dfrac{6x^{7}}{7y^{4}}\right)^{3}\div\left(\dfrac{6x^{9}}{7y^{3}}\right)^{4}$

9. $\dfrac{\left(4a^{2}b\right)\left(3ab^{3}\right)}{\left(9ab^{2}\right)\left(2a^{3}b\right)}$

10. $\dfrac{\left(2p^{2}r^{3}\right)^{2}}{-4p^{5}r^{-2}}$

11. $\dfrac{\left(2a^{2}\right)^{3}\left(2a\right))}{\left(2a\right)^{4}\left(-2a\right)^{2}}$

12. $\dfrac{\left(xy\right)^{3}\left(3y\right)^{2}}{\left(3y^{2}\right)^{4}\left(-y\right)^{3}}$

13. $\dfrac{\left(-3ab^{2}\right)^{6}}{\left(27a^{2}b^{2}\right)^{3}}$

14. $\left(\dfrac{12x^{3}}{8y^{2}}\right)^{3}\div\left(\dfrac{27x^{2}y^{2}}{10x^{2}y^{4}}\right)$

15. $\dfrac{\left(6s\right)^{2}\left(-2s^{2}\right)^{3}}{\left(3s\right)^{3}\left(4s\right)^{2}}$

16. $\dfrac{2^{n+1}}{2^{n(n-1)}}\div\dfrac{4^{n+1}}{2^{(n+1)n}}$

<u>รากที่ n ของจำนวนจริง</u>

การเขียนเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ ต้องอาศัยความรู้เรื่อง รากที่ n ของจำนวนจริง a เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\sqrt[n]{a}$

<u>บทนิยาม</u>

ให้ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1, a และ b เป็นจำนวนจริง b เป็นรากที่ n ของ a ก็ต่อเมื่อ $b^n = a$

<u>ตัวอย่างที่11</u>

$2^2 = 2 \times 2 = 4$ ดังนั้น 2 เป็นรากที่สองของ 4

$(-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = -27$ ดังนั้น -3 เป็นรากที่สามของ -27

$\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$ ดังนั้น $\frac{1}{4}$ เป็นรากที่สองของ $\frac{1}{16}$

$(0.5)^4 = 0.5 \times 0.5 \times 0.5 \times 0.5 = 0.0625$ ดังนั้น 0.5 เป็นรากที่สี่ของ 0.0625

<u>ค่าหลักของรากที่ n ของ a</u> หรือ $\sqrt[n]{a}$

1. ถ้า a = 0 แล้ว $\sqrt[n]{a} = 0$
2. ถ้า a > 0 แล้ว $\sqrt[n]{a}$ เป็นจำนวนบวก
3. ถ้า a < 0 และ 3.1 n เป็นจำนวนคี่ $\sqrt[n]{a}$ เป็นจำนวนลบ

   3.2 n เป็นจำนวนคู่ $\sqrt[n]{a}$ ไม่ใช่จำนวนจริง

<u>ตัวอย่างที่ 12</u> จงหาค่าของ

1. ค่าหลักของ $\sqrt[3]{-125}$

   เนื่องจาก $(-5)^3 = -125$, $-125 < 0$ และ $n = 3$ ซึ่งเป็นจำนวนคี่

   ดังนั้น ค่าหลักของ $\sqrt[3]{-125}$ คือ -5

2. ค่าหลักของ $\sqrt{64}$

เนื่องจาก $8^2 = 64$, $64 > 0$ และ $n = 2$ ซึ่งเป็นจำนวนคู่

ดังนั้น ค่าหลักของ $\sqrt{64}$ คือ 8

3. ค่าหลักของ $\sqrt{-9}$

เนื่องจากไม่มีจำนวนจริงใดที่ยกกำลังสองแล้วมีค่าเท่ากับ -9

ดังนั้น ค่าหลักของ $\sqrt{-9}$ ไม่ใช่จำนวนจริง จึงไม่มีจำนวนจริงใดที่เป็นค่าหลักของ $\sqrt{-9}$

<u>สมบัติของรากที่ n</u> (เมื่อ $n \in I^+$ และ $n > 1$)

ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงที่มีรากที่ n และ n เป็นจำนวนเต็มบวก

1. $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$ เมื่อ $\sqrt[n]{a} \in R$

2. $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = \begin{cases} a \ ; \ a \geq 0 \\ a \ ; \ a < 0, \ \text{n เป็นจำนวนคี่บวก} \\ |a| ; \ a < 0, \end{cases}$

3. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$

4. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} ; \ b \neq 0$

<u>ตัวอย่างที่ 13</u>

1. $\left(\sqrt[3]{2}\right)^3 = 2$

2. $(\sqrt{3})^2 = 3$

3. $(\sqrt[3]{(-2)})^3 = -2$

4. $(\sqrt{(-2)})^2 = |-2| = 2$

5. $\sqrt{4 \times 25} = \sqrt{4} \times \sqrt{25} = 2 \times 5 = 10$

6. $\sqrt[3]{-\frac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{-8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{\sqrt[3]{(-2)^3}}{\sqrt[3]{3^3}} = -\frac{2}{3}$

<u>แบบทดสอบความเข้าใจ 7</u>

1) จงหาค่ารากที่สองและค่าหลักของรากที่สองของจำนวนต่อไปนี้

<u>ตัวอย่าง</u> 121

รากที่สองของ 121 คือ 11 และ -11 ค่าหลักของรากที่สองของ 121 คือ 11

1. 576; รากที่สองของ 576 คือ.....ค่าหลักของรากที่สองของ 576 คือ.....
2. 841; รากที่สองของ 841 คือ.....ค่าหลักของรากที่สองของ 841 คือ.....
3. 10.24; รากที่สองของ 10.24 คือ.....ค่าหลักของรากที่สองของ 10.24 คือ.....
4. 0.3481; รากที่สองของ 0.3481 คือ.....ค่าหลักของรากที่สองของ 0.3481 คือ.....
5. 1.44; รากที่สองของ 1.44 คือ.....ค่าหลักของรากที่สองของ1.44 คือ.....

2) จงหาค่ารากที่สามและค่าหลักของรากที่สามของจำนวนต่อไปนี้

<u>ตัวอย่าง</u> -625

รากที่สามของ -625 คือ -5 และค่าหลักของรากที่สามของ -625 คือ -5

1. 216; รากที่สามของ 216 คือ.....ค่าหลักของรากที่สามของ216คือ.....
2. -512; รากที่สามของ -512 คือ.....ค่าหลักของรากที่สามของ-512คือ.....
3. 1,728; รากที่สามของ 1,728 คือ.....ค่าหลักของรากที่สามของ1,728คือ.....
4. -0.027; รากที่สามของ -0.027 คือ.....ค่าหลักของรากที่สามของ-0.027คือ.....
5. 2.197; รากที่สามของ 2.197 คือ.....ค่าหลักของรากที่สามของ2.197คือ.....

3) จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้

<u>ตัวอย่าง</u> $\sqrt[3]{2,197}-\sqrt{64} = \sqrt[3]{13^3}-\sqrt{8^2} = 13-8 = 5$

1. $\sqrt[3]{64}+\sqrt[4]{625}-\sqrt{16}$
2. $\frac{1}{4}\times\sqrt{\frac{256}{900}}\times\sqrt[3]{-\frac{729}{64}}$
3. $\sqrt[3]{(-7)^9}$
4. $\sqrt[7]{2,187x^{14}y^{21}}$
5. $\sqrt[9]{-\left(\frac{512a^{18}b^{36}}{c^9}\right)}$
6. $\sqrt[3]{(-3)^6}-\sqrt[4]{15^8}+\sqrt[6]{4^{12}}$
7. $\sqrt[5]{\frac{243m^{15}n^{30}}{r^{20}}}$
8. $\frac{\sqrt{(-5mn)^2}+\sqrt[3]{216m^3n^3}}{(\sqrt{2mn})^2}$

<u>การนำสมบัติของรากที่ n ไปใช้</u>

<u>ตัวอย่างที่ 14</u> จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้และทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

1. $\sqrt{5}\sqrt{3} = \sqrt{5\times3} = \sqrt{15}$
2. $\sqrt{8}\sqrt{4} = \sqrt{8\times4} = \sqrt{32} = \sqrt{16\times2} = \sqrt{16}\times\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$
3. $(4\sqrt{7}x)^2 = (4\sqrt{7}x)(4\sqrt{7}x) = 16\times(\sqrt{7})^2\times x^2 = 16\times7x^2 = 112x^2$
4. $(-2\sqrt{2}a)^2 = (-2\sqrt{2}a)(-2\sqrt{2}a) = 4\times(\sqrt{2})^2\times a^2 = 4\times2a^2 = 8a^2$

<u>แบบทดสอบความเข้าใจ 8</u>

จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้

1. $\sqrt{7}\sqrt{11}$
2. $\sqrt{3}\sqrt{15}$
3. $(\sqrt{12x})^2$
4. $(\sqrt{2x+5})^2$
5. $(9\sqrt{3}x)^2$
6. $\sqrt[3]{3}\sqrt[3]{9}$
7. $\sqrt[4]{4}\sqrt[4]{256}$

<u>ตัวอย่างที่ 15</u> จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้และทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

1. $\frac{\sqrt{35}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{35}{7}} = \sqrt{5}$
2. $\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{80}{5}} = \sqrt{16} = 4$

3. $\dfrac{21\sqrt{23}}{\sqrt{49}} = \dfrac{21\sqrt{23}}{\sqrt{7^2}} = \dfrac{21\sqrt{23}}{7} = 3\sqrt{23}$

4. $\dfrac{\sqrt{2x^3}\sqrt{7x^2y^5}}{\sqrt{504x^3y}} = \dfrac{\sqrt{14x^5y^5}}{\sqrt{504x^3y}} = \sqrt{\dfrac{14x^5y^5}{504x^3y}} = \sqrt{\dfrac{x^2y^4}{36}} = \dfrac{xy^2}{6}$

5. $\dfrac{\sqrt{1.25\times10^7}}{\sqrt{5\times10^3}} = \sqrt{\dfrac{1.25}{5}}\times\sqrt{10^4} = \sqrt{0.25}\times10^2 = 0.5\times10^2 = 50$

<u>แบบทดสอบความเข้าใจ 9</u>

จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้

1. $\dfrac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$
2. $\dfrac{18\sqrt{11}}{\sqrt{81}}$
3. $\dfrac{\sqrt{363a^2}}{\sqrt{3}a}$
4. $\dfrac{\sqrt{4m}}{\sqrt{64m^3}}$
5. $\dfrac{8\sqrt{80a^7b^5}}{24\sqrt{5ab}}$
6. $\dfrac{\sqrt{91a^5b^9c^3}}{\sqrt{13abc}}$
7. $\dfrac{\sqrt{3m^2n^4}\sqrt{5m^4n}}{\sqrt{375mn^3}}$
8. $\dfrac{\sqrt[4]{72m^{33}n^{51}}}{\sqrt[4]{6m^9}\sqrt[4]{4n^3}}$
9. $\dfrac{\sqrt{108c^5d^5}}{\sqrt{3c^3d^3}}$

<u>ตัวอย่างที่16</u> จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

1. $7\sqrt{5}+\sqrt{5} = (7+1)\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$
2. $5\sqrt{3a}-7\sqrt{3a} = (5-7)\sqrt{3a} = -2\sqrt{3a}$
3. $6\sqrt{28}-\sqrt{63}+\sqrt{112}$
$$\begin{aligned} &= 6\sqrt{4\times7}-\sqrt{9\times7}+\sqrt{16\times7} \\ &= 6\sqrt{4}\sqrt{7}-\sqrt{9}\sqrt{7}+\sqrt{16}\sqrt{7} \\ &= 6\times2\sqrt{7}-3\sqrt{7}+4\sqrt{7} \\ &= (12-3+4)\sqrt{7} \\ &= 13\sqrt{7} \end{aligned}$$
4. $\sqrt{14a}+\sqrt{56b}-\sqrt{126a}+\sqrt{224b}$
$$\begin{aligned} &= \sqrt{14a}+\sqrt{4\times14b}-\sqrt{9\times14a}+\sqrt{16\times14b} \\ &= \sqrt{14a}+2\sqrt{14b}-3\sqrt{14a}+4\sqrt{14b} \\ &= (\sqrt{14a}-3\sqrt{14a})+(2\sqrt{14b}+4\sqrt{14b}) \\ &= -2\sqrt{14a}+6\sqrt{14b} \\ &= 6\sqrt{14b}-2\sqrt{14a} \end{aligned}$$

<u>แบบทดสอบความเข้าใจ10</u>

จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

1. $\sqrt{2}+\sqrt{18}$
2. $8\sqrt{18}-\sqrt{72}-\sqrt{50}$
3. $7\sqrt{175}-\sqrt{28}-\sqrt{63}$
4. $3\sqrt{160x}+2\sqrt{40x}-5\sqrt{90x}$
5. $5\sqrt{m}-m+2\sqrt{m}+9m$
6. $x\sqrt{8}+3a\sqrt{2}-5x\sqrt{18}$

<u>ตัวอย่างที่17</u> จงหาค่าของ

1. $\sqrt{3}(\sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{24})$

<u>วิธีทำ</u>

$$\begin{aligned}
\sqrt{3}(\sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{24}) &= \sqrt{3}\sqrt{6}+\sqrt{12}\sqrt{6}+\sqrt{24}\sqrt{6} \\
&= \sqrt{18}+\sqrt{72}+\sqrt{144} \\
&= \sqrt{9\times 2}+\sqrt{36\times 2}+12 \\
&= 3\sqrt{2}+6\sqrt{2}+12 \\
&= (3\sqrt{2}+6\sqrt{2})+12 \\
&= 9\sqrt{2}+12
\end{aligned}$$

2. $(\sqrt{5}+1)^2$

<u>วิธีทำ</u>

$$\begin{aligned}
(\sqrt{5}+1)^2 &= (\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}+1) \\
&= (\sqrt{5}+1)\sqrt{5}+(\sqrt{5}+1)1 \\
&= \sqrt{5}\sqrt{5}+(1)\sqrt{5}+\sqrt{5}(1)+(1)(1) \\
&= \sqrt{25}+\sqrt{5}+\sqrt{5}+1 \\
&= 5+2\sqrt{5}+1 \\
&= 6+2\sqrt{5}
\end{aligned}$$

3. $\sqrt{18}-\sqrt{\frac{1}{18}}$

<u>วิธีทำ</u>

$$\sqrt{18}-\sqrt{\frac{1}{18}} = \frac{\sqrt{18}}{1}-\frac{1}{\sqrt{18}}$$

$$= \frac{\sqrt{18}\sqrt{18}}{(1)\sqrt{18}}-\frac{1}{\sqrt{18}}$$

$$= \frac{\sqrt{18^2}}{\sqrt{18}}-\frac{1}{\sqrt{18}}$$

$$= \frac{18-1}{\sqrt{18}}$$

$$= \frac{17}{\sqrt{9\times 2}}$$

$$= \frac{17}{3\sqrt{2}}$$

$$= \frac{17\sqrt{2}}{(3\sqrt{2})\sqrt{2}}$$

$$= \frac{17\sqrt{2}}{6}$$

<u>แบบทดสอบความเข้าใจ11</u>

จงทำจำนวนต่อไปนี้ให้เป็นผลสำเร็จ

1. $\sqrt{5}(\sqrt{10}-\sqrt{15}-\sqrt{40})$
2. $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$
3. $\sqrt{\frac{2}{5}}+\sqrt{\frac{1}{10}}$
4. $\sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{8})$
5. $\sqrt{75}+\frac{12}{\sqrt{3}}-2\sqrt{108}$
6. $(2\sqrt{a}+\sqrt{b})^2$
7. $(\sqrt{6}+\sqrt{5})(\sqrt{6}-\sqrt{5})$
8. $3\sqrt{2}(4\sqrt{3}+2\sqrt{7})$
9. $3\sqrt{\frac{32}{9}}-4\sqrt{\frac{18}{25}}+2\sqrt{50}$
10. $\sqrt{18}-\sqrt{12}+\frac{\sqrt{12}}{6}-\frac{\sqrt{8}}{4}$

แบบฝึกหัดที่ 4

จงหาค่าของ

1. $[\sqrt{450}-\sqrt{98}+\sqrt{288}]\div\sqrt{200}$
2. $11\sqrt{5}+\sqrt{3,125}-3\sqrt{500}$
3. $\sqrt{2,025}-\sqrt[3]{8,000}+\sqrt{289}$
4. $4\sqrt{128}-2\sqrt{147}+3\sqrt{18}+5\sqrt{75}$
5. $\sqrt{18m^2n^3}\sqrt{6mn^4}$
6. $\dfrac{\sqrt{200}a}{4a}+\dfrac{\sqrt{98a}}{2a}-\dfrac{\sqrt{288a^3}}{6a^2}$
7. $\dfrac{\sqrt{8s^2t}}{\sqrt{st}}$
8. $3\sqrt{3}(4\sqrt{8}+5\sqrt{27})$
9. $(5\sqrt{2}-\sqrt{3})(2\sqrt{2}+2\sqrt{3})$
10. $(7+\sqrt{3})^2(-2\sqrt{3})$

<u>เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ</u>

<u>บทนิยาม</u>

1. ให้ a เป็นจำนวนจริง n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 และ a มีรากที่ n แล้ว $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

2. ให้ a เป็นจำนวนจริง m และ n เป็นจำนวนเต็มที่ n > 0 และ $\dfrac{m}{n}$ เป็นเศษส่วนอย่างต่ำแล้ว

   2.1 $a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$

   2.2 $a^{\frac{m}{n}} = \left(a^m\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

<u>ตัวอย่างที่18</u> จงหาค่าของ

1. $8^{\frac{2}{3}} = (8^2)^{\frac{1}{3}} = 64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$

2. $32^{-0.4} = 32^{-\frac{4}{10}} = 32^{-\frac{2}{5}} = (32^{\frac{1}{5}})^{-2} = (\sqrt[5]{32})^{-2} = (\sqrt[5]{2^5})^{-2} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$

<u>หมายเหตุ</u> เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะมีสมบัติเช่นเดียวกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม [ในหน้า 16]

<u>ตัวอย่างที่19</u> จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้

1. $8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^{3\times\frac{2}{3}} = 2^2 = 4$

2. $32^{-0.4} = (2^5)^{-\frac{4}{10}} = 2^{5\left(-\frac{4}{10}\right)} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

3. $125^{\frac{2}{3}} \times 25^{-2.5} = (5^3)^{\frac{2}{3}} \times (5^2)^{-\frac{25}{10}}$

$= 5^{2} \times 5^{-5}$

$= 5^{-3}$

$= \frac{1}{5^3}$

$= \frac{1}{125}$

4. $\frac{4^{-\frac{1}{2}} a^{\frac{2}{3}} b^{-\frac{1}{6}} c^{-\frac{3}{2}}}{8^{\frac{2}{3}} a^{-\frac{1}{3}} b^{-\frac{2}{3}} c^{\frac{5}{2}}} = \frac{(2^2)^{-\frac{1}{2}}}{(2^3)^{\frac{2}{3}}} a^{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}} b^{-\frac{1}{6}+\frac{2}{3}} c^{-\frac{3}{2}-\frac{5}{2}}$

$= 2^{-1-2} ab^{-\frac{1}{6}+\frac{4}{6}} c^{-4}$

$= 2^{-3} ab^{\frac{1}{2}} c^{-4}$

$= \frac{1}{2^3} \cdot ab^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{c^4}$

$= \frac{ab^{\frac{1}{2}}}{2^3 c^4}$

<u>ตัวอย่างที่20</u> จงหาค่าของ x จากสมการต่อไปนี้

1. $3^x = 81$

$3^x = 3^4$

$x = 4$

2. $4^x = 8$

$(2^2)^x = 2^3$

$2^{2x} = 2^3$

$2x = 3$

$x = \frac{3}{2}$

<u>แบบฝึกหัดที่ 5</u>

1) จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้

1. $64^{\frac{5}{6}}$
2. $216^{\frac{1}{3}}$
3. $121^{\frac{3}{2}}$
4. $27^{\frac{4}{3}}$
5. $4^{2.5}$
6. $81^{-\frac{3}{4}}$
7. $625^{-0.25}$
8. $\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{3}{4}}$
9. $32^{-0.8} \div 1{,}000^{\frac{2}{3}}$
10. $\left(x^{\frac{2}{3}} y^{-\frac{1}{3}}\right)^3$
11. $\left(\frac{m^{\frac{3}{4}} n^{-2}}{m^{-3} n^{\frac{1}{2}}}\right)^{-2}$
12. $\left(\frac{a^4 b^{\frac{5}{3}} c^{-\frac{4}{3}}}{a^2 b^{-\frac{1}{3}} c^{\frac{2}{3}}}\right)^{\frac{1}{4}}$
13. $x^{\frac{1}{2}}(x^{\frac{3}{2}} + x^{\frac{1}{2}})$
14. $-3^{\frac{1}{2}} \cdot 27^{\frac{1}{2}}$
15. $\left(2^6 \cdot 3^{12}\right)^{\frac{1}{6}}$

2) จงหาค่าของ x จากสมการต่อไปนี้

1. $81^x = 27^{-\frac{2}{3}}$
2. $7^x = 343^{\frac{1}{6}}$
3. $8^x = (-64)^{\frac{2}{3}}$
4. $16^x = 2^{\frac{1}{2}} \cdot 8^{\frac{1}{2}}$
5. $256^x = 4^{\frac{1}{3}} \cdot 4^{\frac{2}{3}}$