4. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

บทนิยาม ถ้า $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง และ $\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ หาค่าได้ แล้ว เรียกค่าของลิมิตที่ได้นี้ว่า **"อนุพันธ์** (derivative) **ของฟังก์ชัน f ที่ x"** เขียนแทนด้วย $f'(x)$

Example 1 กำหนด $f(x)=5x^2+3x-1$ จงหา $f'(x)$

solution

Example 2 กำหนด $f(x)=\sqrt{x+1}$ จงหา $f'(3)$

solution

Example 3 กำหนด $f(x)=2x^2-3x+2$

จงหา 1. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x

2. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ $x=2$

solution

บทนิยาม ถ้า $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชัน และ a อยู่ในโดเมนของ f แล้ว

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อค่าของ x เปลี่ยนจาก a เป็น $a+h$ คือ $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ $x = a$ คือ $\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

Example 4 ในการสูบลมเข้าลูกบอลลูกหนึ่ง ถ้า v เป็นปริมาณของลูกบอลมีหน่วยเป็นลูกบาศก์เซนติเมตร r เป็นความยาวของรัศมีของลูกบอลมีหน่วยเป็นเซนติเมตร โดยที่ $v = \frac{4}{3}\Pi r^3$ แล้ว จงหา

1. อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของปริมาตรเทียบกับความยาวของรัศมี เมื่อความยาวของรัศมี เปลี่ยนจาก 6 เซนติเมตร เป็น 9 เซนติเมตร

2. อัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรเทียบกับความยาวของรัศมี ขณะรัศมียาว 9 เซนติเมตร

solution

Example 5 ในการสูบน้ำออกจากสระหลังจากสูบน้ำไป t นาที มีน้ำเหลืออยู่ในสระ Q ลูกบาศก์เมตร ถ้าสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง t กับ Q คือ $Q = \left(12 - \frac{t}{10}\right)^2$

จงหา 1) อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของปริมาตรของน้ำในสระเทียบกับเวลาในช่วงเวลา 0 นาที ถึง 10 นาที

2) อัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรของน้ำในสระเทียบกับเวลา ในขณะเวลา 10 นาที