แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสูงกว่าสอง

เรื่อง ทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง ที่เป็นผลต่างของกำลังสอง

วิชา คณิตศาสตร์ 5 รหัส ค23101 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 1 ชั่วโมง

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม 3/1 เข้าใจและใช้การแยกตัวประกอบ ของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสองในการ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกาลังสองได้

สาระสำคัญ

การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกาลังสอง สามารถแสดงได้ดังนี้ $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$ เมื่อ A และ B เป็นพหุนาม

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

สามารถแยกตัวประกอบของพุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสองได้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรการเรียนรู้

กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาทบทวนความรู้เกี่ยวกับแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูปผลต่างกาลังสอง สามารถใช้สูตรการแยกตัวประกอบได้ดังนี้

$$A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$$

เมื่อ A และ B เป็นพหุนาม

หรือ (พจน์หน้า)^2 – (พจน์หลัง)^2 = (พจน์หน้า – พจน์หลัง)(พจน์หน้า + พจน์หลัง)

2. ครูยกตัวอย่าง การแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูปผลต่างกาลังสอง ดังนี้

$x^2 - 1 = x^2 - 1^2 = (x+1)(x-1)$

$x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x+3)(x-3)$

$x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x+4)(x-4)$

3. ครูทบทวน สมบัติบางประการของจำนวนจริง ดังนี้

$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a \text{ เมื่อ } a \geq 0$$

เช่น $\left(\sqrt{7}\right)^2 = 7$

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

3. ครูเขียนตัวอย่างบนกระดานพร้อมทั้งให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง

ตัวอย่างที่ 1 จงแยกตัวประกอบของ $x^2 - 25$

วิธีทำ $x^2 - 25 = x^2 - 5^2$

$= (x+5)(x-5)$

ดังนั้น $x^2 - 25 = (x+5)(x-5)$

ตัวอย่างที่ 2 จงแยกตัวประกอบของ $x^2 - 24$

วิธีทำ $x^2 - 24 = x^2 - \left(2\sqrt{6}\right)^2$

$= \left(x+2\sqrt{6}\right)(x-2\sqrt{6})$

ดังนั้น $x^2 - 24 = \left(x+2\sqrt{6}\right)(x-2\sqrt{6})$

ตัวอย่างที่ 3 จงแยกตัวประกอบของ $4x^2 - 36$

วิธีทำ $4x^2 - 36 = (2x)^2 - 6^2$

$= (2x+6)(2x-6)$

ดังนั้น $4x^2 - 36 = (2x+6)(2x-6)$

ตัวอย่างที่ 4 จงแยกตัวประกอบของ $(4x+3)^2 - 72$

วิธีทำ $(4x+3)^2 - 72 = (4x+3)^2 - \left(6\sqrt{2}\right)^2$

$= \left[(4x+3) + \left(6\sqrt{2}\right)\right]\left[(4x+3) - \left(6\sqrt{2}\right)\right]$

$= \left[4x+3+\left(6\sqrt{2}\right)\right]\left[4x+3-\left(6\sqrt{2}\right)\right]$

ดังนั้น $(4x+3)^2 - 72 = \left[4x+3+\left(6\sqrt{2}\right)\right]\left[4x+3-\left(6\sqrt{2}\right)\right]$

กิจกรรมรวบยอด

4. ครู และนักเรียนร่วมกันสรุป เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง ดังนี้

ในการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง ถ้าตัวประกอบที่ได้เป็นพหุนามดีกรีหนึ่งที่มีพจน์หน้าและพจน์หลังเหมือนกัน แต่มีเครื่องหมายระหว่างพจน์ต่างกัน จะเรียกพหุนามดีกรีสองที่มีลักษณะนี้ว่า พหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง หรืออาจกล่าวได้ว่า ถ้าให้ A แทนพจน์หน้า และ B แทนพจน์หลัง สามารถสรุปเป็นสูตรของการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูปของผลต่างกำลังสองได้ดังนี้

$$A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$$

5. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 1 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 1
3. ใบงานที่ 1 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง

การวัดและการประเมิน

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกาลังสองได้	- ใบงานที่ 1	- ใบงานที่ 1	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - มุ่งมั่นในการทำงาน	การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะ ความสามารถในการคิด	- ใบงานที่ 1	- ใบงานที่ 1	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ใบงานที่ 1 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง

จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

1) $x^2 - 6$

.....

.....

.....

2) $5 - a^2$

.....

.....

.....

3) $y^2 - 18$

.....

.....

.....

4) $27 - x^2$

.....

.....

.....

5) $a^2 - 3b^2$

.....

.....

.....

6) $4z^2 - 50$

.....

.....

.....

7) $(x - 1)^2 - 5$

.....

.....

.....

.....

8) $50 - (x + 1)^2$

.....

.....

.....

.....

9) $48 - (2x - 3)^2$

.....

.....

.....

.....

.....

10) $(5x - 1)^2 - 32$

.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสูงกว่าสอง

เรื่อง ทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์

วิชา คณิตศาสตร์ 5 รหัส ค23101 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 1 ชั่วโมง

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม 3/1 เข้าใจและใช้การแยกตัวประกอบ ของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสองในการ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์

สาระสำคัญ

การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองที่อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ สามารถแสดงได้ดังนี้

$$(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A\text{-}B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

เมื่อ A และ B เป็นพหุนาม

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ได้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูทบทวนเรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ สามารถใช้สูตรการแยกตัวประกอบได้ดังนี้

$$(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$
$$(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

2. ครูยกตัวอย่าง การแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ ดังนี้

$x^2 + 2x + 1 = x^2 + 2(1)x + 1^2 = (x+1)^2$

$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2(2)x + 2^2 = (x+2)^2$

$x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2(3)x + 3^2 = (x+3)^2$

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

3. ครูยกตัวอย่าง ให้นักเรียนพิจารณาดังนี้

นักเรียนสามารถแยกตัวประกอบของ $x^2+6x+5=(x+5)(x+1)$ ได้ดังนี้

เนื่องจาก $x^2+2ax+a^2=(x+a)^2$ ดังนั้นเมื่อต้องการเขียน x^2+6x ให้มีบางส่วนเป็นกำลังสองสมบูรณ์ จะต้องจัดเป็น $x^2+6x=x^2+2(3)x$ จากนั้นเพิ่มพจน์ 3^2 เข้าไป และเพื่อให้ได้พจน์เท่าเดิมก็หักออกด้วยพจน์ 3^2 ดังนี้

$$\begin{aligned} x^2+6x &= [x^2+2(3)x+3^2]-3^2 \\ &= (x+3)^2-3^2 \end{aligned}$$

ดังนั้น แยกตัวประกอบของ x^2+6x+5 ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} x^2+6x &= [x^2+2(3)x+3^2]-3^2+5 \\ &= (x+3)^2-9+5 \\ &= (x+3)^2-4 \\ &= (x+3)^2-2^2 \\ &= [(x+3)+2][(x+3)-2] \\ &= (x+5)(x+1) \end{aligned}$$

การแยกตัวประกอบด้วยวิธีข้างต้นนี้เรียกว่า **วิธีกำลังสองสมบูรณ์**

4. ครูอธิบายว่า การแยกตัวประกอบโดยวิธีกาลังสองสมบูรณ์ ใช้แยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง บางพหุนามที่ไม่สามารถแยกโดยวิธีปกติได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงแยกตัวประกอบของพหุนาม x^2-2x-7 โดยใช้วิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์

วิธีทำ

$$\begin{aligned} x^2-2x-7 &= x^2-2(1)x-7 \\ &= \left[x^2-2(1)x+1^2\right]-1^2-7 \\ &= (x+1)-1-7 \\ &= (x+1)-8 \\ &= (x+1)^2-\left(\sqrt{8}\right)^2 \\ &= \left[(x+1)+\sqrt{8}\right]\left[(x+1)-\sqrt{8}\right] \end{aligned}$$

ดังนั้น $x^2-2x-7 = \left(x+1-\sqrt{8}\right)\left(x+1+\sqrt{8}\right)$

ตอบ $\left(x+1-\sqrt{8}\right)\left(x+1+\sqrt{8}\right)$

ตัวอย่างที่ 2 จงแยกตัวประกอบของพหุนาม $x^2-7x+11$ โดยใช้วิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์

วิธีทำ

$$\begin{aligned} x^2-7x+11 &= x^2-2(1)x-7 \\ &= \left[x^2-2\left(\frac{7}{2}\right)x+\left(\frac{7}{2}\right)^2\right]-\left(\frac{7}{2}\right)^2+11 \\ &= \left(\mathrm{x}-\frac{7}{2}\right)^2-\left(\frac{7}{2}\right)^2+11 \\ &= \left(\mathrm{x}-\frac{7}{2}\right)^2-\frac{49}{4}+11 \\ &= \left(\mathrm{x}-\frac{7}{2}\right)^2-\frac{49}{4}+\frac{44}{4} \\ &= \left(\mathrm{x}-\frac{7}{2}\right)^2-\frac{5}{4} \\ &= \left(\mathrm{x}-\frac{7}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 \\ &= \left(\mathrm{x}-\frac{7}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 \\ &= \left(\left(\mathrm{x}-\frac{7}{2}\right)-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(\left(\mathrm{x}-\frac{7}{2}\right)+\frac{\sqrt{5}}{2}\right) \end{aligned}$$

$$= \quad \left(x-\frac{7+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x-\frac{7-\sqrt{5}}{2}\right)$$

ดังนั้น $x^2-7x+11 = \left(x-\frac{7+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x-\frac{7-\sqrt{5}}{2}\right)$

5. ครูอธิบายว่า ในการแยกตัวประกอบของพหุนาม ax^2+bx+c เมื่อ $a=1$ ทำ ได้โดยวิธีกำลังสองสมบูรณ์ สำหรับในกรณีที่ $a \neq 0$ และ $a \neq 1$ เราสามารถใช้วิธีนี้ในการแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจงทำให้สัมประสิทธิ์ของ x^2 ให้เป็น 1 ก่อน ดังตัวอย่าง ต่อไปนี้

<u>ตัวอย่างที่ 3</u> จงแยกตัวประกอบของพหุนาม $3x^2-8x-35$ โดยใช้วิธีทำเป็นกาลังสองสมบูรณ์

<u>วิธีทำ</u>

$$3x^2-8x-35 = \left[x^2-\frac{8}{3}x-\frac{35}{3}\right]$$

$$= 3\left[\left(x^2-\frac{8}{3}x\right)\right]-\frac{35}{3}$$

$$= 3\left[x^2+2\left(\frac{4}{3}\right)x+\left(\frac{4}{3}\right)^2\right]-\left(\frac{4}{3}\right)^2-\frac{35}{3}$$

$$= 3\left[\left(x^2-\frac{4}{3}\right)^2\right]-\frac{16}{9}-\frac{35}{3}$$

$$= 3\left[\left(x^2-\frac{4}{3}\right)^2-\left(\frac{16}{9}+\frac{35}{3}\right)\right]$$

$$= 3\left[\left(x^2-\frac{4}{3}\right)^2-\left(\frac{16+105}{9}\right)\right]$$

$$= 3\left[\left(x^2-\frac{4}{3}\right)^2-\left(\frac{121}{9}\right)\right]$$

$$= 3\left[\left(x^2-\frac{4}{3}\right)^2-\left(\frac{11}{3}\right)^2\right]$$

$$= 3\left[\left(x^2-\frac{4}{3}\right)+\frac{11}{3}\right]\left[\left(x^2-\frac{4}{3}\right)-\frac{11}{3}\right]$$

$$= 3\left(x^2-\frac{4}{3}+\frac{11}{3}\right)\left(x^2-\frac{4}{3}-\frac{11}{3}\right)$$

$$= 3\left(x^2+\frac{7}{3}\right)\left(x^2-5\right)$$

$$= \quad (3x^2+7)(x^2-5)$$

ดังนั้น $3x^2-8x-35 = (3x^2+7)(x^2-5)$

<u>ตัวอย่างที่ 4</u> จงแยกตัวประกอบของพหุนาม $3x^2-13x+14$ โดยใช้วิธีทำเป็นกาลังสองสมบูรณ์

<u>วิธีทำ</u> $3x^2-13x+14 = 3\left[x^2-\frac{13}{3}x+\frac{14}{3}\right]$

$$= 3\left[x^2-\frac{13}{3}x+\left(\frac{13}{6}\right)^2\right]-\left(\frac{13}{6}\right)^2+\frac{14}{3}$$

$$= 3\left[\left(x-\frac{13}{6}\right)^2-\left(\frac{169}{36}-\frac{14}{3}\right)\right]$$

$$= 3\left[\left(x-\frac{13}{6}\right)^2-\left(\frac{1}{36}\right)\right]$$

$$= 3\left[\left(x-\frac{13}{6}\right)^2-\left(\frac{1}{6}\right)^2\right]$$

$$= 3\left[\left(x-\frac{13}{6}+\frac{1}{6}\right)\left(x-\frac{13}{6}-\frac{1}{6}\right)\right]$$

$$= 3\left(x-\frac{7}{6}\right)(x-2)$$

$$= (3x-7)(x-2)$$

$$= (3x-7)(x-2)$$

ดังนั้น $3x^2-13x+14 = (3x-7)(x-2)$

กิจกรรมรวบยอด

6. ครู และนักเรียนร่วมกันสรุป เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ ดังนี้

ในการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง บางครั้งเราไม่สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยวิธีการปกติได้ จึงต้องแยกตัวประกอบโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ โดยการให้พจน์ที่ 1 และ 2 อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์และนำครึ่งหนึ่งของสัมประสิทธิ์ของตัวแปรยกกำลังหนึ่งบวกเข้าและลบออก และใช้ความสัมพันธ์ของสูตรผลต่างกำลังสองที่ว่า

$$A^2-B^2=(A+B)(A-B)$$

7. ครูให้นักเรียนทำ ใบงานที่ 2 เรื่องทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 1
3. ใบงานที่ 2 เรื่องทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์

การวัดและการประเมิน

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ได้	- ใบงานที่ 2	- ใบงานที่ 2	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ มุ่งมั่นในการทำงาน	การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะ - ความสามารถในการคิด	- ใบงานที่ 2	- ใบงานที่ 2	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ใบงานที่ 2 เรื่องทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์

จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

1) $x^2 + 8x + 16$

2) $x^2 + 36x + 324$

3) $x^2 - 18x + 81$

4) $x^2 + 4xy + 4y^2$

5) $x^2 - 20xy + 100y^2$

6) $4x^2 + 4x + 1$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองกว่าสอง

เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูปผลบวกและผลต่างของกำลังสาม

วิชา คณิตศาสตร์ 5 รหัส ค23101 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 2 ชั่วโมง

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม 3/1 เข้าใจและใช้การแยกตัวประกอบ ของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสองในการ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูปผลบวกและผลต่างของกำลังสามได้

สาระสำคัญ

การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสูงกว่าสองที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม สามารถดำเนินการแยกตัวประกอบพหุนามได้โดยใช้สูตรผลต่างกำลังสอง หรือผลต่างและผลบวกกำลังสาม ดังนี้

ผลต่างกำลังสอง

$$A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$$

ผลบวกกำลังสาม

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$$

ผลต่างกำลังสาม

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$$

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

สามารถการแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูปผลบวกและผลต่างของกำลังสาม

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. ใฝ่เรียนรู้

2. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูทบทวน เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง ที่เรียนมาแล้วโดยการถาม-ตอบ

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

2. ให้นักเรียนพิจารณาการหาผลคูณของพหุนามดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned}(x+3)(x^2-3x+9) &= x^3-3x^2+9x+3x^2-9x+27\\ &= x^3+27\\ &= x^3+3^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x-1)(x^2+x+1) &= x^3+x^2+x-x^2-x-1\\ &= x^3-1\\ &= x^3-1^3\end{aligned}$$

3. ครูให้นักเรียนพิจารณาผลที่ได้จากการหาผลคูณของพหุนามข้างต้น ดังนี้

$$x^3+3^3 = (x+3)(x^2-3x+3^2)$$

$$x^3-1^3 = (x-1)(x^2+x+1^2)$$

4. ครูอธิบายว่า

พหุนามที่อยู่ในรูป $A^3 + B^3$ เรียกว่า ผลบวกของกำลังสาม

เช่น $x^3 + 5^3$

พหุนามที่อยู่ในรูป $A^3 - B^3$ เรียกว่า ผลต่างของกำลังสาม

เช่น $(2x)^3 - 3^3$

ซึ่งจากการพิจารณาข้างต้น สรุปได้ว่าอย่างไร จนได้ข้อสรุปดังนี้

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$$

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$$

5. ครูยกตัวอย่างเพื่อให้นักเรียนได้ศึกษาวิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสองโดยใช้ผลต่างกำลังสาม และผลบวกกำลังสาม ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงแยกตัวประกอบ $27x^3 + 1$

วิธีทำ $27x^3 + 1 = (3x)^3 + 1^3$

$= (3x + 1)[(3x)^2 - (3x)(1) + 1^2]$

$= (3x + 1)(9x^2 - 3x + 1)$

ดังนั้น $27x^3 + 1 = (3x + 1)(9x^2 - 3x + 1)$

ตัวอย่างที่ 2 จงแยกตัวประกอบ $8x^3 - 125$

วิธีทำ $8x^3 - 125 = (2x)^3 - 5^3$

$= (2x - 5)[(2x)^2 + (2x)(5) + 5^2]$

$= (2x - 5)((2x)^2 + 10x + 5^2)$

$= (2x - 5)(4x^2 + 10x + 25)$

ดังนั้น $8x^3 - 125 = (2x - 5)(4x^2 + 10x + 25)$

6. ครูอธิบายว่า การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสอง บางครั้งอาจทำได้โดยการจัดพหุนามนั้นให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ ผลต่างของกำลังสอง ผลบวกของกำลังสาม หรือผลต่างของกำลังสาม

กิจกรรมรวบยอด

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2.1 หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ เล่ม 1 มัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำ

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 1

การวัดและการประเมิน

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูปผลบวกและผลต่างของกำลังสาม	แบบฝึกหัด 2.1	แบบฝึกหัด 2.1	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - มุ่งมั่นในการทำงาน	การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะ - ความสามารถในการคิด	แบบฝึกหัด 2.1ก	แบบฝึกหัด 2.1	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสูงกว่าสอง

เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสาม

วิชา คณิตศาสตร์ 5 รหัส ค23101 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 2 ชั่วโมง

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม 3/1 เข้าใจและใช้การแยกตัวประกอบ ของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสองในการ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถการแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสาม

สาระสำคัญ

การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสาม สามารถดำเนินการแยกตัวประกอบพหุนามได้โดยใช้สูตรผลต่างกำลังสอง หรือผลต่างและผลบวกกำลังสาม ดังนี้

ผลต่างกำลังสอง

$$A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$$

ผลบวกกำลังสาม

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$$

ผลต่างกำลังสาม

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$$

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสาม

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูทบทวน เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง ที่เรียนมาแล้วโดยการถาม-ตอบจากการพิจารณาข้างต้น สรุปได้ว่าอย่างไร จนได้ข้อสรุปดังนี้

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$$

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$$

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

2. ครูอธิบายว่า การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสอง บางครั้งอาจทำได้โดยการจัดพหุนามนั้นให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ ผลต่างของกำลังสอง ผลบวกของกำลังสาม หรือผลต่างของกำลังสาม

3. ครูยกตัวอย่างเพื่อให้นักเรียนได้ศึกษาวิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสอง ดังนี้

<u>ตัวอย่างที่ 3</u> จงแยกตัวประกอบ $16x^4 - 81$

<u>วิธีทำ</u>

$$\begin{aligned} 16x^4 - 81 &= (4x^2)^2 - 9^2 \\ &= (4x^2 + 9)(4x^2 - 9) \\ &= (4x^2 + 9)[(2x)^2 - 3^2] \\ &= (4x^2 + 9)(2x + 3)(2x - 3) \end{aligned}$$

ดังนั้น $16x^4 - 81 = (4x^2 + 9)(2x + 3)(2x - 3)$

<u>ตัวอย่างที่ 4</u> จงแยกตัวประกอบ $x^4 + x^2 + 1$

<u>วิธีทำ</u>

$$\begin{aligned} x^4 + x^2 + 1 &= [(x^2)^2 + 2(x^2)(1) + 1^2] - x^2 \\ &= (x^2 + 1)^2 - x^2 \\ &= [(x^2 + 1) + x][(x^2 + 1) - x] \\ &= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) \end{aligned}$$

ดังนั้น $x^4 + x^2 + 1 = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$

<u>ตัวอย่างที่ 5</u> จงแยกตัวประกอบ $x^6 - 64$

<u>วิธีทำ</u>

$$\begin{aligned} x^6 - 64 &= (x^3)^2 - 8^2 \\ &= (x^3 + 8)(x^3 - 8) \end{aligned}$$

$= [(x + 2)(x^2 - 2x + 1)] [(x - 2)(x^2 + 2x + 1)]$

$= (x + 2)(x - 2)(x^2 - 2x + 1)(x^2 + 2x + 1)$

ดังนั้น $x^6 - 64 = = (x + 2)(x - 2)(x^2 - x + 1)(x^2 + 2x + 1)$

5. ครูยกตัวอย่างเพื่อให้นักเรียนได้ศึกษาวิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีดีกรีสูงกว่าสองโดยใช้ผลต่างกำลังสาม และผลบวกกำลังสาม ดังนี้

กิจกรรมรวบยอด

6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2.2 หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เล่ม 1 มัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำ

สื่อการเรียนรู้

1. 1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 1

การวัดและการประเมิน

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสูงกว่าสองที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม	แบบฝึกหัด 2.2	แบบฝึกหัด 2.2	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - มุ่งมั่นในการทำงาน	การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะ - ความสามารถในการคิด	แบบฝึกหัด 2.2	แบบฝึกหัด 2.2	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 สมการกำลังสองตัวแปรเดียว เรื่อง แนะนำสมการกำลังสองตัวแปรเดียว

วิชา คณิตศาสตร์ 5 รหัส ค23101 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 1 ชั่วโมง

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม 3/2 ประยุกต์ใช้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวในรูป $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b และ c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ โดยใช้การแยกตัวประกอบได้

สาระสำคัญ

สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

สมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่มี x เป็นตัวแปร มีรูปทั่วไปเป็น $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b และ c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$

ในการหาคำตอบของสมการดังกล่าวได้โดยแยกตัวประกอบของ $ax^2 + bx + c$ ให้อยู่ในรูปของการคูณกันของพหุนามดีกรีหนึ่งสองพหุนาม แล้วใช้สมบัติจำนวนจริงที่กล่าวว่า ถ้า m, n เป็นจำนวนจริง และ $mn = 0$ แล้ว $m = 0$ หรือ $n = 0$

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

แก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวในรูป $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b และ c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ โดยใช้การแยกตัวประกอบได้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมเข้าสู่บทเรียน

1. ครูทบทวนเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว ดังนี้

สมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่มี x เป็นตัวแปร มีรูปทั่วไปเป็น $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b และ c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$

2. ครูยกตัวอย่างสมการ แล้วให้นักเรียนพิจารณาว่าสมการที่กำหนด เป็นกำลังสองตัวแปรเดียวหรือไม่ ดังนี้

$x + 8 = 20$ (ไม่เป็นสมการกำลังสอง)

$x^2 - 5x + 9 = 0$ (เป็นสมการกำลังสอง)

$500a + 90 = 0$ (ไม่เป็นสมการกำลังสอง)

$x^2 + 10x + 20 = 0$ (เป็นสมการกำลังสอง)

3. ครูอธิบายว่า ในการหาคำตอบของสมการดังกล่าวได้โดยแยกตัวประกอบของ $ax^2 + bx + c$ ให้อยู่ในรูปของการคูณกันของพหุนามดีกรีหนึ่งสองพหุนาม แล้วใช้สมบัติจำนวนจริงที่กล่าวว่า ถ้า m, n เป็นจำนวนจริง และ $mn = 0$ แล้ว $m = 0$ หรือ $n = 0$

4. ครูอธิบายว่า การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่นักเรียนทราบมาแล้วนั้นเป็นวิธีที่คำตอบของสมการเป็นจำนวนตรรกยะ ซึ่งเป็นพื้นฐานความรู้ที่จำเป็นต่อการเรียนรู้ในบทนี้ โดยในบทนี้จะใช้การแยกตัวประกอบโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์และผลต่างกำลังสอง เพื่อขยายความรู้ว่าคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวสามารถเป็นจำนวนที่อยู่นรูปกรณฑ์ได้

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

5. ครูยกตัวอย่างการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ที่มีคำตอบของสมการเป็นจำนวนตรรกยะ

<u>ตัวอย่างที่ 1</u>จงแก้สมการ $x^2 + 3x + 2 = 0$

<u>วิธีทำ</u> $x^2 + 3x + 2 = 0$

$(x + 1)(x + 2) = 0$

ดังนั้น $x + 1 = 0$ หรือ $x + 2 = 0$

$x = -1$ หรือ $x = -2$

<u>ตัวอย่างที่ 2</u>จงแก้สมการ $3x^2 - 7x + 2 = 0$

วิธีทำ $3x^2 - 7x + 2 = 0$

$(3x - 1)(x - 2) = 0$

ดังนั้น $3x - 1 = 0$ หรือ $x - 2 = 0$

$x = \frac{1}{3}$ หรือ $x = 2$

6. ครูยกตัวอย่างการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ และผลต่างกำลังสอง

ตัวอย่างที่ 3จงแก้สมการ $4x^2 - 3 = 0$

วิธีทำ $4x^2 - 3 = 0$

$(2x)^2 - \sqrt{3}^2 = 0$

$(2x + \sqrt{3})(2x - \sqrt{3}) = 0$

ดังนั้น $2x + \sqrt{3} = 0$ หรือ $2x - \sqrt{3} = 0$

$x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ หรือ $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ตัวอย่างที่ 4จงแก้สมการ $x^2 - 2x - 7$

วิธีทำ $x^2 - 2x - 7 = 0$

$x^2 + 2(1)x - 7 = 0$

$[x^2 + 2(1)x + 1^2] - 1^2 - 7 = 0$

$(x + 1)^2 - 1 - 7 = 0$

$(x + 1)^2 - 8 = 0$

$(x + 1)^2 - \sqrt{8}^2 = 0$

$[(x + 1) + \sqrt{8}][(x + 1) - \sqrt{8}] = 0$

$(x + 1 + \sqrt{8})(x + 1 - \sqrt{8}) = 0$

ดังนั้น $x + 1 + \sqrt{8} = 0$ หรือ $x + 1 - \sqrt{8} = 0$

$x = -1 - \sqrt{8}$ หรือ $x = -1 + \sqrt{8}$

กิจกรรมรวบยอด

7. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปว่า สมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่มี x เป็นตัวแปร มีรูปทั่วไปเป็น $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b และ c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$

ในการหาคำตอบของสมการดังกล่าวได้โดยแยกตัวประกอบของ $ax^2 + bx + c$ ให้อยู่ในรูปของการคูณกันของพหุนามดีกรีหนึ่งสองพหุนาม แล้วใช้สมบัติจำนวนจริงที่กล่าวว่า ถ้า m, n เป็นจำนวนจริง และ $mn = 0$ แล้ว $m = 0$ หรือ $n = 0$

8. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 3.1หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เล่ม 1 มัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำ

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 1

การวัดและการประเมิน

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ แก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวในรูป $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b และ c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ โดยใช้การแยกตัวประกอบได้	แบบฝึกหัด 3.1	แบบฝึกหัด 3.1	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - มุ่งมั่นในการทำงาน	การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะ - ความสามารถในการคิด	แบบฝึกหัด 3.1	แบบฝึกหัด 3.1	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 สมการกำลังสอง เรื่อง การแก้สมการกำลังสองโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์

วิชา คณิตศาสตร์ 5 รหัส ค23101 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 2 ชั่วโมง

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม 3/2 ประยุกต์ใช้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถแก้สมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b และ c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ โดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ หรือใช้สูตร $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

สาระสำคัญ

การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ หรือใช้สูตร

สมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่มี x เป็นตัวแปร มีรูปทั่วไปเป็น $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b และ c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ แล้ว

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ถ้า $b^2 - 4ac > 0$ จะได้ว่า สมการ $ax^2 + bx + c = 0$ มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง 2 คำตอบ คือ

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ถ้า $b^2 - 4ac = 0$ จะได้ว่า สมการ $ax^2 + bx + c = 0$ มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง 1 คำตอบ คือ $\frac{-b}{2a}$

ถ้า $b^2 - 4ac < 0$ จะได้ว่า สมการ $ax^2 + bx + c = 0$ ไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

แก้สมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b และ c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ โดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ หรือใช้สูตร $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมเข้าสู่บทเรียน

1. ครู และนักเรียนร่วมกันหาคำตอบของสมการกำลังสอง โดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ ดังนี้

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> จงแก้สมการ $x^2 + 4x - 2 = 0$

<u>วิธีทำ</u>

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$
$$[x^2 + 2(2)(x) + 2^2] - 2^2 - 2 = 0$$
$$(x + 2)^2 - 4 - 2 = 0$$
$$(x + 2)^2 - 6 = 0$$
$$(x + 2)^2 - (\sqrt{6})^2 = 0$$
$$[(x + 2) - \sqrt{6}][(x + 2) + \sqrt{6}] = 0$$
$$(x + 2 - \sqrt{6})(x + 2 + \sqrt{6}) = 0$$

ดังนั้น $x + 2 - \sqrt{6} = 0$ หรือ $x + 2 + \sqrt{6} = 0$

จะได้ $x = -2 + \sqrt{6}$ หรือ $x = -2 - \sqrt{6}$

2. ครูให้นักเรียนระบุว่า สมการ $ax^2 + bx + c = 0$ ที่กำหนดให้มีค่า a, b และ c เป็นเท่าใด

$x^2 - 5x + 9 = 0$ ($a = 1, b = -5$ และ $c = 9$)

$x^2 + 10x + 20 = 0$ ($a = 1, b = 10$ และ $c = 20$)

$3x^2 + - 2 = 0$ ($a = 3, b = 0$ และ $c = -2$)

$4x^2 - 5x = 0$ ($a = 4, b = -5$ และ $c = 0$)

$x^2 - 3x - 12 = 0$ ($a = 1, b = -3$ และ $c = -12$)

3. ครูอธิบายว่า ในการหาคำตอบของสมการดังกล่าวนั้น นอกจากหาได้โดยการแยกตัวประกอบของ $ax^2 + bx + c$ ให้อยู่ในรูปของการคูณกันของพหุนามดีกรีหนึ่งสองพหุนาม แล้วใช้สมบัติจำนวนจริงที่กล่าวว่า

ถ้า m, n เป็น จำนวนจริง และ mn = 0 แล้ว m = 0 หรือ n = 0 ยังมีอีกวิธีที่สะดวกและรวดเร็วกว่า โดยวิธีการดังกล่าวได้มาจากการแยกตัวประกอบ $ax^2 + bx + c$ โดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

5. ครูอธิบายว่า สมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่มี x เป็นตัวแปร มีรูปทั่วไปเป็น $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b และ c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ แล้ว

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

เรียก $b^2 - 4ac$ ว่า ดีสคริมิแนนต์ของสมการ โดย

ถ้า $b^2 - 4ac > 0$ จะได้ว่า สมการ $ax^2 + bx + c = 0$ มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง 2 คำตอบ คือ

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ถ้า $b^2 - 4ac = 0$ จะได้ว่า สมการ $ax^2 + bx + c = 0$ มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง 1 คำตอบ คือ $\frac{-b}{2a}$

ถ้า $b^2 - 4ac < 0$ จะได้ว่า สมการ $ax^2 + bx + c = 0$ ไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง

6. ครูยกตัวอย่างการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยใช้สูตร ดังนี้

<u>ตัวอย่างที่ 1</u>จงแก้สมการ $2x^2 - 5x + 9 = 0$

<u>วิธีทำ</u> เนื่องจาก $2x^2 - 5x + 9 = 0$ มีค่า $a = 2, b = -5$ และ $c = 9$

พิจารณา $b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(2)(9) = 25 - 72 = -47$

ซึ่ง $-47 < 0$

ดังนั้น สมการ $x^2 - 5x + 9 = 0$ ไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง

<u>ตัวอย่างที่ 2</u>จงแก้สมการ $x^2 + 10x + 20 = 0$

<u>วิธีทำ</u> เนื่องจาก $x^2 + 10x + 20 = 0$ มีค่า $a = 1, b = 10$ และ $c = 20$

พิจารณา $b^2 - 4ac = 10^2 - 4(1)(20) = 100 - 80 = 20$

ซึ่ง $20 > 0$

ดังนั้น สมการ $x^2 + 10x + 20 = 0$ มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง 2 คำตอบ

จาก $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

แทนค่า $a = 1, b = 10, c = 20$ และ $b^2 - 4ac = 20$

จะได้ $x = \frac{-10 \pm \sqrt{20}}{2(1)}$

$= \frac{-10 \pm 2\sqrt{5}}{2}$

$= -5 \pm \sqrt{5}$

ดังนั้น สมการ $x^2 + 10x + 20 = 0$ มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง 2 คำตอบ คือ $-5+\sqrt{5}$ และ $-5-\sqrt{5}$

ตัวอย่างที่ 3จงแก้สมการ $x^2 - 10x + 25 = 0$

วิธีทำ เนื่องจาก $x^2 - 10x + 25 = 0$ มีค่า $a = 1, b = -10$ และ $c = 25$

พิจารณา $b^2 - 4ac = (-10)^2 - 4(1)(25) = 100 - 100 = 0$

ดังนั้น สมการ $x^2 - 10x + 25 = 0$ มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง 1 คำตอบ คือ $\frac{-b}{2a} = \frac{-(-10)}{2(1)} = 5$

หรืออาจแทนค่า $a = 1, b = -10, c = 25$ และ $b^2 - 4ac = 0$ ในสูตร $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

จะได้ $x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{0}}{2(1)}$

$= \frac{10 \pm 0}{2}$

$= 5$ ซึ่งจะเห็นว่าได้ค่าของคำตอบเท่ากัน

กิจกรรมรวบยอด

7. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปว่า

การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยการใช้สูตร

สมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่มี x เป็นตัวแปรมีรูปทั่วไปเป็น $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b และ c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ แล้ว

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

เรียก $b^2 - 4ac$ ว่า ดีสคริมิแนนต์ของสมการ โดย

ถ้า $b^2 - 4ac > 0$ จะได้ว่า สมการ $ax^2 + bx + c = 0$ มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง 2 คำตอบ คือ

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ถ้า $b^2 - 4ac = 0$ จะได้ว่า สมการ $ax^2 + bx + c = 0$ มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง 1 คำตอบ คือ $\frac{-b}{2a}$

ถ้า $b^2 - 4ac < 0$ จะได้ว่า สมการ $ax^2 + bx + c = 0$ ไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 1

การวัดและการประเมิน

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ แก้สมการกำลังสองในรูป $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b และ c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ โดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ หรือใช้สูตร $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	แบบฝึกหัด 3.2 ก	แบบฝึกหัด 3.2 ก	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - มุ่งมั่นในการทำงาน	การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะ - ความสามารถในการคิด	แบบฝึกหัด 3.2 ก	แบบฝึกหัด 3.2 ก	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 สมการกำลังสองตัวแปรเดียว เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสอง

วิชา คณิตศาสตร์ 5 รหัส ค23101 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 2 ชั่วโมง

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม 3/2 ประยุกต์ใช้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้
2. นักเรียนสามารถตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

สาระสำคัญ

สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

สมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่มี x เป็นตัวแปร มีรูปทั่วไปเป็น $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b และ c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$

ในการหาคำตอบของสมการดังกล่าวได้โดยแยกตัวประกอบของ $ax^2 + bx + c$ ให้อยู่ในรูปของการคูณกันของพหุนามดีกรีหนึ่งสองพหุนาม แล้วใช้สมบัติจำนวนจริงที่กล่าวว่า ถ้า m, n เป็นจำนวนจริง และ $mn = 0$ แล้ว $m = 0$ หรือ $n = 0$

การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ หรือใช้สูตร

สมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่มี x เป็นตัวแปร มีรูปทั่วไปเป็น $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b และ c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ แล้ว

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ถ้า $b^2 - 4ac > 0$ จะได้ว่า สมการ $ax^2 + bx + c = 0$ มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง 2 คำตอบ คือ

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ถ้า $b^2 - 4ac = 0$ จะได้ว่า สมการ $ax^2 + bx + c = 0$ มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง 1 คำตอบ คือ $\frac{-b}{2a}$

ถ้า $b^2 - 4ac < 0$ จะได้ว่า สมการ $ax^2 + bx + c = 0$ ไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้

2. นักเรียนสามารถตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมเข้าสู่บทเรียน

1. ครูทบทวนเรื่องการแก้สมการกำลังสองที่ใช้วิธีต่างๆ ในการหาคำตอบโดยการถาม - ตอบ

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

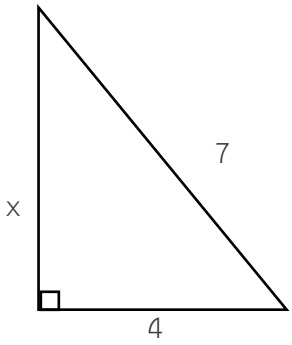
2. ครูสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับเรื่องของการแก้สมการกำลังสองว่าสามารถนำไปใช้ โดยครูใช้คำถามและให้ข้อแนะนำจนสรุปได้ว่า การประยุกต์สมการกำลังสองสามารถนำไปใช้ในเรื่องการแก้ปัญหา รูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมมุมฉาก และสถานการณ์อื่น ๆ ได้

3. ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสอง ดังนี้

<u>ตัวอย่างที่ 1</u>

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 7 เซนติเมตร ด้านประกอบมุมฉากอีกด้านหนึ่งยาว 4 เซนติเมตร จงหาความยาวของด้านประกอบมุมฉากอีกด้านหนึ่ง

<u>วิธีทำ</u> พิจารณา



ให้ ด้านประกอบมุมฉากของด้านที่เหลือยาว x เซนติเมตร

โดยทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

จะได้ $x^2 = 7^2 - 4^2$

$$x^2 = 7^2 - 4^2$$
$$x^2 = 49 - 16$$
$$x^2 = 33$$
$$x^2 - 33 = 0$$
$$x^2 - \sqrt{33}^2 = 0$$
$$(x + \sqrt{33})(x - \sqrt{33}) = 0$$

ดังนั้น $x = \pm\sqrt{33}$

แต่เนื่องจากความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมเป็นบวก ดังนั้น ความยาวของด้านประกอบมุมฉากที่เหลือยาว $\sqrt{33}$ เซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 2 ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากซึ่งมีความยาวของด้านยาวเป็นสองเท่าของความยาวของด้านกว้าง และความสูงเท่ากับความยาวของด้านกว้างลบด้วย 3 เซนติเมตร ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากมีพื้นที่ผิว 1,224 ตารางเซนติเมตร จงหาความกว้างและความสูงของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก และตรวจสอบคำตอบ

วิธีทำ ให้ความกว้างของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากเท่ากับ x เซนติเมตร

ดังนั้น ความยาวของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากเท่ากับ 2x เซนติเมตร

ความสูงของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็น x - 3 เซนติเมตร

จากสูตร พื้นที่ผิว = (พื้นที่ฐาน × 2) + (ความยาวเส้นรอบฐาน × สูง)

$$1{,}224 = [\, x(2x)(2) \,] + [\, (x + x + 2x + 2x)(x - 3) \,]$$
$$1{,}224 = 4x^2 + 6x(x - 3)$$
$$1{,}224 = 4x^2 + 6x^2 - 18x$$
$$1{,}224 = 10x^2 - 18x$$
$$612 = 5x^2 - 9x$$
$$5x^2 - 9x - 612 = 0$$

แยกตัวประกอบได้ดังนี้

$$(5x + 51)(x - 12) = 0$$

ดังนั้น $5x + 51 = 0$ หรือ $x - 12 = 0$

$x = -\frac{51}{5}$ หรือ $x = 12$

หรือหาค่า x จากสูตร $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

เมื่อ $a = 5$, $b = -9$ และ $c = -61$

□

จะได้ $x = 12$ หรือ $x = -\frac{51}{5}$ เช่นกัน

เนื่องจากความยาวของด้านต่างๆ ของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากมีค่ามากกว่าศูนย์ ดังนั้น ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากมีความกว้าง 12 เซนติเมตร

ความยาว $2(12) = 24$ เซนติเมตร

ความสูง $12 - 3 = 9$ เซนติเมตร

<u>ตรวจสอบคำตอบ</u> พื้นที่ผิว = (พื้นที่ฐาน × 2) + (ความยาวเส้นรอบฐาน × สูง)

$1,224 = [(12)(24)(2)] + [(12 + 12 + 24 + 24)(9)]$

$1,224 = 576 + 648$

$1,224 = 1,224$

ดังนั้น คำตอบที่ได้ถูกต้อง

นั่นคือ ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากมีความกว้าง 12 เซนติเมตร

ความยาว 24 เซนติเมตร

และ ความสูง 9 เซนติเมตร

กิจกรรมรวบยอด

4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 3.3ข หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เล่ม 1 มัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำ

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 1

การวัดและการประเมิน

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ - สามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้ - สามารถตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้	แบบฝึกหัด 3.3 ข	แบบฝึกหัด 3.3ข	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - มุ่งมั่นในการทำงาน	การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะ - ความสามารถในการคิด	แบบฝึกหัด 3.3 ข	แบบฝึกหัด 3.3ข	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เรื่อง ประโยคภาษา ประโยคสัญลักษณ์และความหมายของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

วิชา คณิตศาสตร์ 5 รหัส ค23101 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 1 ชั่วโมง

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม 3/1 เข้าใจและใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน เพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหา โดยใช้ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จุดประสงค์ของการเรียนรู้

1. เขียนประโยคภาษาที่เกี่ยวข้องกับจำนวนให้อยู่ในรูปขอประโยคสัญลักษณ์ได้

2. บอกได้ว่าประโยคที่กำหนดให้เป็นอสมการหรือไม่

สาระสำคัญ

> **อสมการ** เป็นประโยคที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของจำนวนโดยมีสัญลักษณ์ $<$, $>$, $\leq$, $\geq$ หรือ $\neq$ แสดงความสัมพันธ์

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการนำไปใช้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมนำเข้าสู่การเรียน

1. ครูทบทวนความหมายของสมการว่า

> **สมการ** หมายถึง ประโยคสัญลักษณ์ที่มีเครื่องหมายเท่ากับ “=” แสดงความเท่ากันทั้ง 2 ข้าง.

เช่น 2 + 5 = 7 ซึ่งมีเครื่องหมายเท่ากับ “=”แสดงความเท่ากันระหว่าง 2 + 5 และ 7

2. ครูยกตัวอย่างประโยคภาษาให้นักเรียนช่วยกันสร้างสมการจากประโยคภาษาที่กำหนด

1) **“สองเท่าของแปดบวกเก้าเท่ากับยี่สิบห้า”**

ซึ่งจะได้สมการ $(2 \times 8) + 9 = 25$

2) **“ผลบวกของเก้ากับจำนวนจำนวนหนึ่งได้หก”**

ซึ่งจะได้สมการ $9 + x = 6$ เมื่อ x แทน จำนวนดังกล่าว

3. ครูยกตัวอยู่ประโยคภาษาที่มีอยู่ในชีวิตประจำวัน

“รายการต่อไปนี้เหมาะสำหรับผู้ชมที่มีอายุ 18 ปีขึ้นไป อาจมีภาพ เสียง หรือเนื้อหาที่ไม่เหมาะสมด้านพฤติกรรม ความรุนแรง เพศ และการใช้ภาษา ซึ่งต้องใช้วิจารณญาณในการรับชม ผู้ชมที่มีอายุน้อยกว่า 18 ปี ควรได้รับคำแนะนำ” โดยครูถามนักเรียนว่า “ถ้าให้อายุของผู้ชมแทนด้วย x นักเรียนจะเขียนประโยคสัญลักษณ์แทนประโยคที่ว่า ผู้ชมที่มีอายุต่ำกว่า 18 ปี ได้ว่าอย่างไร” โดยคาดหวังคำตอบคือ $x < 18$

4. ครูกล่าวว่าในประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์นอกจากจะใช้เครื่องหมายเท่ากับ (=) แล้วยังมีสัญลักษณ์อื่นอีกคือ <, >, ≤, ≥ หรือ ≠ ที่ใช้ในประโยคสัญลักษณ์ โดยครูถามนักเรียนถึงความหมายของสัญลักษณ์เหล่านี้ว่าหมายความว่าอย่างไร หรือหากนักเรียนไม่ทราบนักเรียนคิดว่าสัญลักษณ์เหล่านี้น่าจะมีความหมายว่าอย่างไร ซึ่งจะได้คำตัวคือ

< แทน ความสัมพันธ์น้อยกว่า

> แทน ความสัมพันธ์มากกว่า

≤ แทน ความสัมพันธ์น้อยกว่าหรือเท่ากับ

≥ แทน ความสัมพันธ์มากกว่าหรือเท่ากับ

≠ แทน ความสัมพันธ์ไม่เท่ากับ

5. แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน และแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนกลุ่มออกมารับใบกิจกรรมที่ 1 ประโยคภาษากับประโยคสัญลักษณ์ โดยจะประกอบด้วย ประโยคภาษา 10 ประโยคคือ

1) สิบเท่าของ x ไม่เท่ากับหนึ่งร้อย

2) สามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งบวกด้วยห้าน้อยกว่าหรือเท่ากับสิบสอง

3) แปดสิบลบด้วยสี่เท่าของ x มากกว่าหรือเท่ากับห้าสิบ

4) ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับห้าเกินเก้าสิบ

5) เศษห้าสวนสามของจำนวนจำนวนหนึ่งไม่เกินสิบห้า

6) เก้าสิบลบด้วยจำนวนจำนวนหนึ่งไม่ถึงสองเท่าของจำนวนจำนวนนั้น

7) สามในสี่ของผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสิบเอ็ดไม่น้อยกว่ายี่สิบ

8) ครึ่งหนึ่งของ x น้อยกว่าสองเท่าของ x ลบด้วยสิบ

9) สองเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งน้อยกว่าหรือเท่ากับแปดสิบ

10) ครึ่งหนึ่งของผลบวกของเก้ากับ x มีค่าไม่มากกว่าห้า

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

6. ครูอธิบายขั้นตอนการทำกิจกรรมที่ 1 ประโยคภาษากับประโยคสัญลักษณ์ว่าในวันนี้นักเรียนจะต้องเขียนประโยคภาษาต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปของประโยคสัญลักษณ์

7. ครูให้นักเรียนช่วยกันระดมสมองเพื่อค้นหาคำที่แสดงความสัมพันธ์ >, <, ≥, ≤, = และ ≠ หรือการดำเนินการ (+, −, × และ ÷) ต่าง ๆ ที่แฝงอยู่ในประโยคภาษาที่กำหนดให้ดังนี้

1) สิบ**เท่าของ** x **ไม่เท่ากับ**หนึ่งร้อย

2) สาม**เท่าของ**จำนวนจำนวนหนึ่ง**บวกด้วย**ห้า**น้อยกว่าหรือเท่ากับ**สิบสอง

3) แปดสิบ**ลบด้วย**สี่**เท่าของ** x **มากกว่าหรือเท่ากับ**ห้าสิบ

4) **ผลบวกของ**จำนวนจำนวนหนึ่งกับห้า**เกิน**เก้าสิบ

5) เศษห้าสวนสาม**ของ**จำนวนจำนวนหนึ่ง**ไม่เกิน**สิบห้า

6) เก้าสิบ**ลบด้วย**จำนวนจำนวนหนึ่ง**ไม่ถึง**สอง**เท่าของ**จำนวนจำนวนนั้น

7) สามในสี่**ของผลบวกของ**จำนวนจำนวนหนึ่งกับสิบเอ็ด**ไม่น้อยกว่า**ยี่สิบ

8) ครึ่งหนึ่ง**ของ** x **น้อยกว่า**สอง**เท่าของ** x **ลบด้วย**สิบ

9) สอง**เท่าของ**จำนวนจำนวนหนึ่ง**น้อยกว่าหรือเท่ากับ**แปดสิบ

10) ครึ่งหนึ่ง**ของผลบวกของ**เก้ากับ x มีค่า**ไม่มากกว่า**ห้า

8. ให้นักเรียนระดมสมองช่วยกันเขียนเครื่องหมายจากผลที่ได้จากขั้นตอนที่ 1 ซึ่งจะได้ว่า

1) **เท่าของ** สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย ×

ไม่เท่ากับ สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย ≠

2) **เท่าของ** สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย ×

บวกด้วย สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย +

น้อยกว่าหรือเท่ากับ สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย ≤

3) **ลบด้วย** สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย -

มากกว่าหรือเท่ากับ สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย ≥

4) **ผลบวกของ** สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย +

เกิน สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย >

5) **ของ** สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย ×

ไม่เกิน สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย ≤

6) **ลบด้วย** สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย -

ไม่ถึง สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย <

เท่าของ สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย ×

7) **ของ** สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย ×

ผลบวกของ สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย +

ไม่น้อยกว่า สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย ≥

8) **ของ** สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย ×

เท่าของ สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย ×

ลบด้วย สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย -

9) **เท่าของ** สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย ×

น้อยกว่าหรือเท่ากับ สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย ≤

10) **ของผลบวกของ** สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย +

ไม่มากกว่า สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย ≤

9. ให้นักเรียนนำเครื่องหมายที่ได้ในขั้นตอนที่ 3 มาใช้ในการสร้างประโยคสัญลักษณ์ดังนี้

1) สิบเท่าของ x ไม่เท่ากับหนึ่งร้อย

สามารถเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้คือ $10x \neq 100$

2) สามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งบวกด้วยห้าน้อยกว่าหรือเท่ากับสิบสอง

สามารถเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้คือ $3x + 5 \leq 12$

3) แปดสิบลบด้วยสี่เท่าของ x มากกว่าหรือเท่ากับห้าสิบ

สามารถเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้คือ $80 - 4x \geq 50$

4) ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับห้าเกินเก้าสิบ

สามารถเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้คือ $x + 5 > 90$

5) เศษห้าสวนสามของจำนวนจำนวนหนึ่งไม่เกินสิบห้า

สามารถเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้คือ $\frac{5}{3}x \leq 15$

6) เก้าสิบลบด้วยจำนวนจำนวนหนึ่งไม่ถึงสองเท่าของจำนวนจำนวนนั้น

สามารถเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้คือ $90 - x < 2x$

7) สามในสี่ของผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสิบเอ็ดไม่น้อยกว่ายี่สิบ

สามารถเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้คือ $\frac{3}{4}(x + 11) \geq 20$

8) ครึ่งหนึ่งของ x น้อยกว่าสองเท่าของ x ลบด้วยสิบ

สามารถเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้คือ $\frac{1}{2}x < 2x - 10$

9) สองเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งน้อยกว่าหรือเท่ากับแปดสิบ

สามารถเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้คือ $2x \leq 80$

10) ครึ่งหนึ่งของผลบวกของเก้ากับ x มีค่าไม่มากกว่าห้า

สามารถเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้คือ $\frac{1}{2}(9 + x) \leq 5$

10. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันแบ่งปันเกี่ยวกับการเขียนประโยคสัญลักษณ์จากประโยคภาษาที่เกี่ยวกับจำนวน โดยบันทึกผลลงในใบกิจกรรมคือ

1) **เท่าของ** สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย $\times$

2) **ไม่เท่ากับ** สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย ≠

3) **น้อยกว่าหรือเท่ากับ** สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย ≤

4) **ลบด้วย** สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย -

5) **มากกว่าหรือเท่ากับ** สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย ≥

6) **ผลบวกของ** สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย +

7) **เกิน** สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย >

8) **ของ** สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย ×

9) **ไม่เกิน** สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย ≤

10) **ไม่ถึง** สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย <

11) **ไม่น้อยกว่า** สามารถเขียนเป็นเครื่องหมาย ≥

11. ครูถามนักเรียนว่าประโยคสัญลักษณ์แสดงความสัมพันธ์ที่ได้จากใบกิจกรรมเป็นสมการหรือไม่ ซึ่งคำตอบคือไม่เป็น

12. ครูอธิบายว่าประโยคสัญลักษณ์เหล่านี้เรียนว่า “อสมการ”

> **อสมการ** เป็นประโยคที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของจำนวนโดยมีสัญลักษณ์ <, >, ≤, ≥ หรือ ≠ แสดงความสัมพันธ์

กิจกรรมรวบยอด

9. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.1 ข้อ 1 ใหญ่ ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)เพื่อทดสอบความเข้าใจ

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 2

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ **อสมการ** เป็นประโยคที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของจำนวนโดยมีสัญลักษณ์ $<$, $>$, $\leq$, $\geq$ หรือ $\neq$ แสดงความสัมพันธ์	แบบฝึกหัดที่ 1.1 ข้อ 1 ใหญ่	แบบฝึกหัดที่ 1.1 ข้อ 1 ใหญ่	ทำได้ถูกต้องมากกว่า 50% ถือว่าผ่าน
คุณลักษณะ - มุ่งมั่นในการทำงาน	สังเกตพฤติกรรมในชั้นเรียน รวมถึงการส่งงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เรื่อง กราฟแสดงคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

วิชา คณิตศาสตร์ 5 รหัส ค23101 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 1 ชั่วโมง

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม 3/1 เข้าใจและใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน เพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหา โดยใช้ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

สาระสำคัญ

อสมการ เป็นประโยคสัญลักษณ์ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของจำนวนโดยมีสัญลักษณ์ $<, >, \leq, \geq$ หรือ $\neq$ แสดงความสัมพันธ์

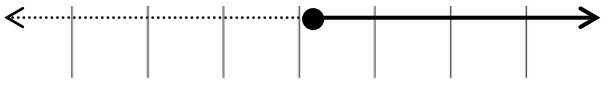
คำตอบของอสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในอสมการแล้วทำให้อสมการเป็นจริง

ตัวอย่างอสมการและกราฟแสดงคำตอบของอสมการมีดังนี้

1. กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $x > a$ เป็นดังนี้

กราฟข้างต้นแทนจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า a ซึ่งเป็นคำตอบของ $x > a$ เนื่องจาก a ไม่ใช่คำตอบของอสมการ จะเขียนวงกลมเล็ก ๆ ล้อมรอบจุดที่แทน a เพื่อแสดงว่ากราฟไม่รวมจุดที่แทน a

2. กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $x \geq a$ เป็นดังนี้

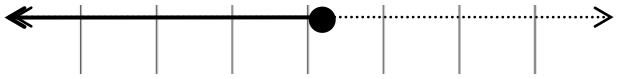


กราฟข้างต้นแทนจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ a ซึ่งเป็นคำตอบของ $x \geq a$ เนื่องจาก a เป็นคำตอบของอสมการ จะเขียนจุดทึบทับจุดที่แทน a เพื่อแสดงว่ากราฟรวมจุดที่แทน a

3. กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $x < a$ เป็นดังนี้

กราฟข้างต้นแทนจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า a ซึ่งเป็นคำตอบของ $x < a$ เนื่องจาก a ไม่ใช่คำตอบของอสมการ จะเขียนจุดโปรงทับจุดที่แทน a เพื่อแสดงว่ากราฟไม่รวมจุดที่แทน a

4. กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $x \leq a$ เป็นดังนี้

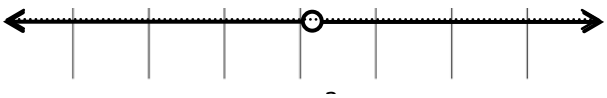


กราฟข้างต้นแทนจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ a ซึ่งเป็นคำตอบของ $x \leq a$ เนื่องจาก a เป็นคำตอบของอสมการ จะเขียนจุดทึบทับจุดที่แทน a เพื่อแสดงว่ากราฟรวมจุดที่แทน a

5. กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $a < x \leq b$ เป็นดังนี้

กราฟข้างต้นแทนจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า a แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ b ซึ่งเป็นคำตอบของ $a < x \leq b$ เนื่องจาก a ไม่ใช้คำตอบของอสมการ จะเขียนจุดโปรงจุดที่แทน a เพื่อแสดงว่ากราฟไม่รวมจุดที่แทน a และเนื่องจาก b เป็นคำตอบของอสมการ จะเขียนจุดทึบทับจุดที่แทน b เพื่อแสดงว่า b เป็นคำตอบของอสมการ

6. กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $x \neq a$ เป็นดังนี้



กราฟข้างต้นแทนจำนวนจริงทุกจำนวนที่ไม่เท่ากับ a ซึ่งเป็นคำตอบของ $x \neq a$ เนื่องจาก a ไม่ใช้คำตอบของอสมการ จะเขียนจุดโปร่งทับจุดที่แทน a เพื่อแสดงว่ากราฟไม่รวมจุดที่แทน a

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการนำไปใช้นักเรียนสามารถเขียนประโยคเกี่ยวกับจำนวนให้เป็นประโยคที่ใช้สัญลักษณ์ $<$, $>$, $\leq$, $\geq$ หรือ $\neq$ ได้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมนำเข้าสู่การเรียน

1. ครูทบทวนความหมายของอสมการว่า

> **อสมการ** เป็นประโยคที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของจำนวนโดยมีสัญลักษณ์ $<$, $>$, $\leq$, $\geq$ หรือ $\neq$ แสดงความสัมพันธ์

2. ครูถามว่าอสมการ $x < 5$ กับอสมการ $x \leq 5$ เหมือนหรือต่างกันโดยไม่คาดหวังคำตอบ

3. ครูถามนักเรียนว่าจำนวน 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 และ 10 จำนวนใดบ้างที่แทนลงในอสมการ $x < 5$ แล้วทำให้อสมการเป็นจริง ซึ่งจะได้คำตอบคือ 1, 2, 3 และ 4

4. ครูถามนักเรียนว่าจำนวน 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 และ 10 จำนวนใดบ้างที่แทนลงในอสมการ $x \leq 5$ แล้วทำให้อสมการเป็นจริง ซึ่งจะได้คำตอบคือ 1, 2, 3, 4 และ 5

5. ครูบอกว่าคำตอบของอสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในอสมการ แล้วทำให้อสมการเป็นจริง ซึ่งจะเห็นว่า 5 ไม่เป็นคำตอบของอสมการ $x < 5$ แต่อสมการ $x < 5$ มี 5 เป็นคำตอบอยู่ด้วย

6. ครูบอกว่าในความเป็นจริงแล้วคำตอบของอสมการ $x < 5$ ไม่ได้มีแค่ 1, 2, 3 และ 4 แต่ยังมีจำนวนเต็มลบ เช่น -3, -2 และ -1 นอกจากนี้ยังมีจำนวนที่ไม่ใช่จำนวนเต็มอีก เช่น 4.1, 4.5 และ 4.99 ซึ่งเราไม่สามารถเขียนแจกแจงคำตอบของอสมการทั้งหมดออกมาได้จึงมีวิธีการแสดงคำตอบของอสมการโดยใช้กราฟ

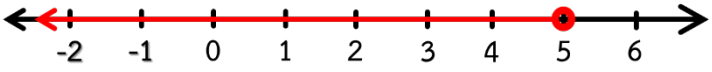
กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

7. ครูยกตัวอย่างวิธีการเขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการ $x < 5$

8. ให้นักเรียนร่วมกันหาและยกตัวอย่างจำนวนที่เมื่อแทนลงไปในอสมการ $x < 5$ แล้วทำให้อสมการเป็นจริง ซึ่งจะได้ -2, 0, 2, 3 และ 4 เป็นต้น

9. ครูให้นักเรียนวาดเส้นจำนวน และถามผู้เรียนว่า 5 เป็นคำตอบของอสมการ $x < 5$ หรือไม่ ซึ่งจะได้ว่า 5 ไม่เป็นคำตอบของอสมการจึ่งทำการลงจุดโปร่งบนเส้นจำนวนในตำแหน่งของ 5 หลังจากนั้นให้ทำสัญลักษณ์กากบาทบนเส้นจำนวนเดียวกัน ในตำแหน่งของจำนวนที่ได้ในขั้นตอนแรกซึ่งจะได้

10. ซึ่งจะเห็นว่าคำตอบของอสมการทั้งหมดอยู่ทางซ้ายของ 5

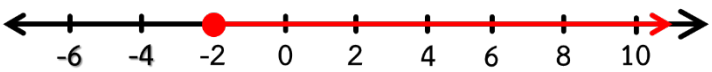


11. ครูยกตัวอย่างวิธีการเขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการ $x \geq -2$

12. ให้นักเรียนร่วมกันหาและยกตัวอย่างจำนวนที่เมื่อแทนลงไปในอสมการ $x \geq -2$ แล้วทำให้อสมการเป็นจริง ซึ่งจะได้ -2, 0, 2, 4, 7 และ 10 เป็นต้น

13. ครูให้นักเรียนวาดเส้นจำนวน และถามผู้เรียนว่า -2 เป็นคำตอบของอสมการ $x \geq -2$ หรือไม่ ซึ่งจะได้ว่า -2 เป็นคำตอบของอสมการจึ่งทำการลงจุดทึบบนเส้นจำนวนในตำแหน่งของ -2หลังจากนั้นให้ทำสัญลักษณ์กากบาทบนเส้นจำนวนเดียวกัน ในตำแหน่งของจำนวนที่ได้ในขั้นตอนแรกซึ่งจะได้

14. ซึ่งจะเห็นว่าคำตอบของอสมการทั้งหมดอยู่ทางขวาของ -2



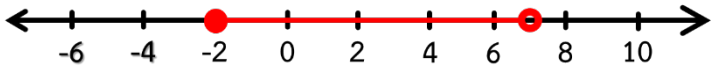
15. ครูถามนักเรียนว่านักเรียนคิดว่า $-2 < x < 3$ มีวิธีการอ่านย่างไร ซึ่งจะได้คำตอบคือ “x มากกว่า -2 แต่น้อยกว่า 3”

16. ครูถามนักเรียนว่า $-2 \leq x < 7$ มีวิธีการอ่าว่าอย่างไรซึ่งจะได้คำตอบคือ “x มากกว่าหรือเท่ากับ -2 แต่น้อยกว่า 7” แล้วจึงยกตัวอย่างวิธีการเขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการ $-2 \leq x < 7$

17. ให้นักเรียนร่วมกันหาและยกตัวอย่างจำนวนที่เมื่อแทนลงไปในอสมการ $-2 \leq x < 7$ แล้วทำให้อสมการเป็นจริง ซึ่งจะได้ --2, -1, 0, 2 และ 5 เป็นต้น

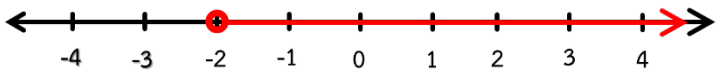
18. ครูให้นักเรียนวาดเส้นจำนวน และถามผู้เรียนว่า -2 เป็นคำตอบของอสมการ $-2 \leq x < 7$ หรือไม่ ซึ่งจะได้ว่า -2 เป็นคำตอบของอสมการจึ่งทำการลงจุดทึบบนเส้นจำนวนในตำแหน่งของ -2 และถามผู้เรียนว่า 7 เป็นคำตอบของอสมการ $-2 \leq x < 7$ หรือไม่ ซึ่งจะได้ว่า 7 ไม่เป็นคำตอบของอสมการจึ่งทำการลงจุดโปร่งบนเส้นจำนวนในตำแหน่งของ 7 หลังจากนั้นให้ทำสัญลักษณ์กากบาทบนเส้นจำนวนเดียวกันในตำแหน่งของจำนวนที่ได้ในขั้นตอนแรกซึ่งจะได้

19. ซึ่งจะเห็นว่าคำตอบของอสมการทั้งหมดอยู่ระหว่าง -2 กับ 7

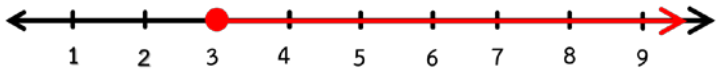


20. แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน และแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนกลุ่มออกมารับใบกิจกรรมที่ 2 กราฟแสดงคำตอบของอสมการ โดยให้เขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการจากอสมการที่กำหนดให้โดยใช้ขั้นตอนที่สอนไปในช่วงก่อนหน้า ซึ่งจะได้คำตอบคือ

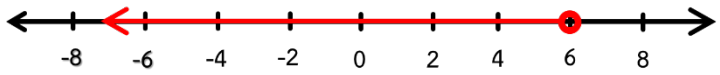
1) $a > -2$



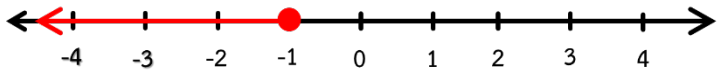
2) $b \geq 3$



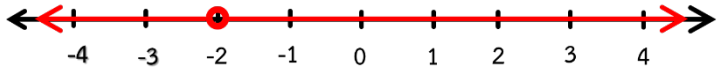
3) $c < 6$



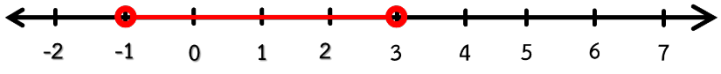
4) $d \leq -1$



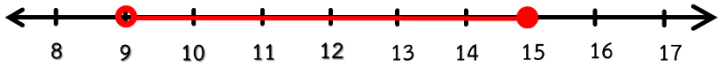
5) $e \neq -2$



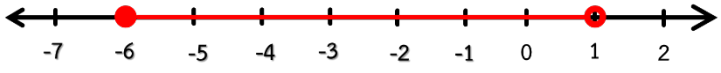
6) $-1 < f < 3$



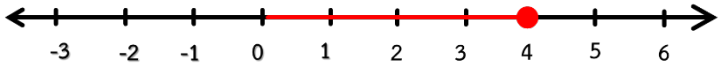
7) $9 < g \leq 15$



8) $-6 \leq h < 15$



9) $0 \leq l \leq 4$



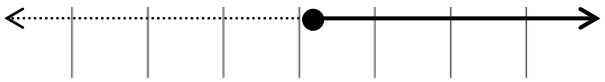
กิจกรรมรวบยอด

21. ครูให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นเพื่อสรุปวิธีการเขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการจนได้ว่า

1) กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $x > a$ เป็นดังนี้

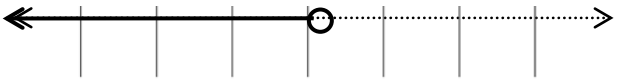
กราฟข้างต้นแทนจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า a ซึ่งเป็นคำตอบของ $x > a$ เนื่องจาก a ไม่ใช่คำตอบของอสมการ จะเขียนวงกลมเล็ก ๆ ล้อมรอบจุดที่แทน a เพื่อแสดงว่ากราฟไม่รวมจุดที่แทน a

2) กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $x \geq a$ เป็นดังนี้



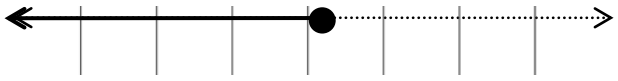
กราฟข้างต้นแทนจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ a ซึ่งเป็นคำตอบของ $x \geq a$ เนื่องจาก a เป็นคำตอบของอสมการ จะเขียนจุดทึบทับจุดที่แทน a เพื่อแสดงว่ากราฟรวมจุดที่แทน a

3) กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $x < a$ เป็นดังนี้



กราฟข้างต้นแทนจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า a ซึ่งเป็นคำตอบของ $x < a$ เนื่องจาก a ไม่ใช่คำตอบของอสมการ จะเขียนจุดโปรงทับจุดดที่แทน a เพื่อแสดงว่ากราฟไม่รวมจุดที่แทน a

4) กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $x \leq a$ เป็นดังนี้



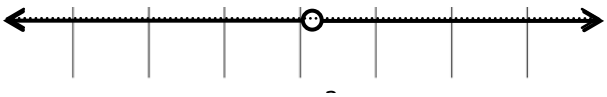
กราฟข้างต้นแทนจำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ a ซึ่งเป็นคำตอบของ $x \leq a$ เนื่องจาก a เป็นคำตอบของอสมการ จะเขียนจุดทึบทับจุดที่แทน a เพื่อแสดงว่ากราฟรวมจุดที่แทน a

5) กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $a < x \leq b$ เป็นดังนี้

กราฟข้างต้นแทนจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า a แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ b ซึ่งเป็นคำตอบของ $a < x \leq b$ เนื่องจาก a ไม่ใช้คำตอบของอสมการ จะเขียนจุดโปรงจุดที่แทน a เพื่อแสดงว่า

กราฟไม่รวมจุดที่แทน a และเนื่องจาก b เป็นคำตอบของอสมการ จะเขียนจุดทึบทับจุดที่แทน b เพื่อแสดงว่า b เป็นคำตอบของอสมการ

6) กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $x \neq a$ เป็นดังนี้



กราฟข้างต้นแทนจำนวนจริงทุกจำนวนที่ไม่เท่ากับ a ซึ่งเป็นคำตอบของ $x \neq a$ เนื่องจาก a ไม่ใช้คำตอบของอสมการ จะเขียนจุดโปร่งทับจุดที่แทน a เพื่อแสดงว่ากราฟไม่รวมจุดที่แทน a

22. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.2 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)เพื่อทดสอบความเข้าใจ

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 2

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ - เขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการที่กำหนดให้ได้	แบบฝึกหัดที่ 1.2	แบบฝึกหัดที่ 1.2	ทำได้ถูกต้องมากกว่า 50% ถือว่าผ่าน
คุณลักษณะ - มุ่งมั่นในการทำงาน	สังเกตพฤติกรรมในชั้นเรียน รวมถึงการส่งงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะสำคัญ - ความสามารถในการคิด	แบบฝึกหัดที่ 1.2	แบบฝึกหัดที่ 1.2	ทำได้ถูกต้องมากกว่า 50% ถือว่าผ่าน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน

เรื่อง เขียนประโยคที่เกี่ยวข้องกับจำนวนให้อยู่ในรูปของประโยคสัญลักษณ์

วิชา คณิตศาสตร์ 5 รหัส ค23101 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 2 ชั่วโมง

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม 3/1 เข้าใจและใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน เพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหา โดยใช้ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จุดประสงค์ของการเรียนรู้

นักเรียนสามารถแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้ โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน

สาระสำคัญ

สมบัติ<u>การบวก</u>ของการไม่เท่ากัน

ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ

1. ถ้า $a < b$ แล้ว $a+c < b+c$

2. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a+c \leq b+c$

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการนำไปใช้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมนำเข้าสู่การเรียน

1. ครูบอกความหมายของการแก้อสมการว่า

การแก้อสมการ คือ การหาคำตอบของอสมการ

ซึ่งที่ผ่านมานักเรียนทราบว่าจำนวนใดเป็นคำตอบอสมการโดยการลองแทนค่าตัวแปรในสมการ แต่อาจไม่สดวกเมื่อสมการมีความซับซ้อนเช่น เมื่อต้องการแก้อสมการ $\frac{x+3}{2} < -6$ นักเรียนจะพบว่าเป็นเรื่องยากที่จะหาว่าอะไรเป็นคำตอบของอสมการนี้บ้าง

2. ครูบอกนักเรียนว่าในการแก้อสมการเนื่องจากสองข้างของอสมการไม่เท่ากันกันเราจึงต้องใช้สมบัติของการไม่เท่ากันโดยวันนี้เราจะเริ่มต้นโดยการเรียน **สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน**

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

3. ครูบอกสมบัติการบวกของการไม่เท่ากันให้นักเรียนได้ทราบดังนี้

สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน
ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ
1. ถ้า $a < b$ แล้ว $a+c < b+c$
2. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a+c \leq b+c$

3. ครูถามนักเรียนว่านักเรียนสังเกตุเห็นหรือไม่ว่าเมื่อเราบวกทั้งสองข้างของอสมการด้วยจำนวนเดียวกันแล้วเกิดอะไรขึ้น ซึ่งจะเห็นได้ว่าเมื่อบวกทั้งสองข้างของอสมการด้วยจำนวนเดียวกันแล้วเครื่องหมายยังคงเดิม

4. ครูยกตัวอย่างการแก้อสมการโดยการใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน โดยนำโจทย์ จงแก้อสมการ $x - 8 > 5$ ขึ้นกระดาน

5. ครูถามนักเรียนว่าการแก้อสมการคือการหาคำตอบของอสมการ โจทย์ข้อนี้ถ้าเราอยากทราบว่าจำนวนใดเป็นคำตอบบ้างเราควรกำจัดอะไรออก โดยคาดหวังคำตอบคือ “กำจัด -8”

6. ครูถามนักเรียนต่อว่าเมื่อเราทราบแล้วว่าเราต้องกำจัด -8 ออกไปเราควรบวกจำนวนใดทั้งสองข้างของอสมการจึงจะทำให้ 8 หายไป ซึ่งจะได้ว่าเราสามารถกำจัด -8 ออกไปได้โดยทำการบวกด้วย 8

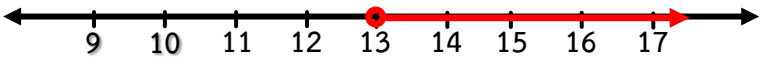
7. ครูให้นักเรียนลองนำการวางแผนที่ได้จากขั้นตอนก่อนหน้ามาแก้อสมการลงในสมุด

$$x - 8 > 5$$

$$x - 8 + 8 > 5 + 8$$

$$x > 13$$

ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า 13



8. ครูยกตัวอย่างการแก้อสมการโดยการใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน โดยนำโจทย์ จงแก้อสมการ $x + 7 \leq 5$ ขึ้นกระดาน

9. ครูถามนักเรียนว่าการแก้อสมการคือการหาคำตอบของอสมการ โจทย์ข้อนี้ถ้าเราอยากทราบว่าจำนวนใดเป็นคำตอบบ้างเราควรกำจัดอะไรออก โดยคาดหวังคำตอบคือ “กำจัด 7”

ขั้นที่ 2 (Solve)

10. ครูถามนักเรียนต่อว่าเมื่อเราทราบแล้วว่าเราต้องกำจัด 7 ออกไปเราควรบวกจำนวนใดทั้งสองข้างของอสมการจึงจะทำให้ 7 หายไป ซึ่งจะได้ว่าเราสามารถกำจัด 7 ออกไปได้โดยทำการบวกด้วย -7

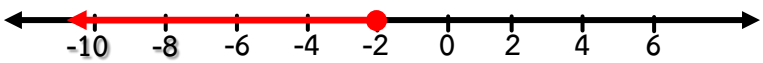
11. ครูให้นักเรียนลองนำการวางแผนที่ได้จากขั้นตอนก่อนหน้ามาแก้อสมการลงในสมุด

$$x + 7 \leq 5$$

$$x + 7 + (-7) \leq 5 + (-7)$$

$$x \leq -2$$

ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนที่ไม่มากกว่า -2



12. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 คนและให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันแก้อสมการต่อไปนี้

1) $a + 10 > 6$

2) $b + 6 \geq -3$

3) $c - 3 > 2$

4) $d - 1 > 6$

5) $e + 15 \leq 18$

6) $f - 6 \geq 2$

7) $g + 9 > 3$

13. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเสนอคำตอบ บอกแนวคิดและแสดงวิธีทำกลุ่มละหนึ่งข้อโดยให้นักเรียนร่วมกันหาข้อผิดพลาดของนักเรียนกลุ่มที่กำลังนำเสนออยู่

1) $a + 10 > 6$ จะได้คำตอบคือ $a > -4$

2) $b + 6 \geq -3$ จะได้คำตอบคือ $b \geq -9$

3) $c - 3 > 2$ จะได้คำตอบคือ $c > 5$

4) $d - 1 > 6$ จะได้คำตอบคือ $d > 7$

5) $e + 15 \leq 18$ จะได้คำตอบคือ $e \leq 3$

6) $f - 6 \geq 2$ จะได้คำตอบคือ $f \geq 8$

7) $g + 9 > 3$ จะได้คำตอบคือ $g > -6$

กิจกรรมรวบยอด

14. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนสมบัติการบวกของการไม่เท่ากันดังนี้

สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน

ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ

1. ถ้า $a < b$ แล้ว $a+c < b+c$

2. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a+c \leq b+c$

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 1

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ - สามารถแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้ โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน	แบบฝึกหัด 1.3	แบบฝึกหัด 1.3	ทำได้ถูกต้องมากกว่า 50% ถือว่าผ่าน
คุณลักษณะ - มุ่งมั่นในการทำงาน	สังเกตพฤติกรรมในชั้นเรียน รวมถึงการส่งงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะสำคัญ - ความสามารถในการคิด	แบบฝึกหัด 1.3	แบบฝึกหัด 1.3	ทำได้ถูกต้องมากกว่า 50% ถือว่าผ่าน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว **เรื่อง สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน**

วิชา คณิตศาสตร์ 5 **รหัส ค23101** **กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 **เวลา 2 ชั่วโมง**

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม 3/1 เข้าใจและใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน เพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหา โดยใช้ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จุดประสงค์ของการเรียนรู้

นักเรียนสามารถแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้ โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน

สาระสำคัญ

สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน

ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ

1. ถ้า $a < b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac < bc$

2. ถ้า $a \leq b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac \leq bc$

3. ถ้า $a > b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac > bc$

4. ถ้า $a \geq b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac \geq bc$

5. ถ้า $a < b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac > bc$

6. ถ้า $a \leq b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac \geq bc$

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการนำไปใช้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมนำเข้าสู่การเรียน

1. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนสมบัติการบวกของการไม่เท่ากันดังนี้

สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน

ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ

1. ถ้า $a < b$ แล้ว $a+c < b+c$

2. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a+c \leq b+c$

2. ครูบอกนักเรียนว่าหลังจากที่เราเรียนการแก้อสมการโดยใช้ **สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน** แล้ว ในหลายครั้งเรายังต้องใช้ **สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน** ด้วย

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

3. ครูบอกสมบัติการคูณของการไม่เท่ากันให้นักเรียนได้ทราบดังนี้

สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน

ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ

1. ถ้า $a < b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac < bc$

2. ถ้า $a \leq b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac \leq bc$

3. ถ้า $a > b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac > bc$

4. ถ้า $a \geq b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac \geq bc$

5. ถ้า $a < b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac > bc$

3. ครูถามนักเรียนว่านักเรียนสังเกตุเห็นหรือไม่ว่าเมื่อเราคูณทั้งสองข้างของอสมการด้วยจำนวนจริงบวกจำนวนเดียวกันแล้วเกิดอะไรขึ้น ซึ่งจะเห็นได้ว่าเมื่อคูณทั้งสองข้างของอสมการด้วยจำนวนจริงบวกจำนวนเดียวกันแล้วเครื่องหมายยังคงเดิม และเมื่อเราคูณทั้งสองข้างของอสมการด้วยจำนวนจริงลบจำนวนเดียวกันแล้วเกิดอะไรขึ้น ซึ่งจะเห็นได้ว่าเมื่อคูณทั้งสองข้างของอสมการด้วยจำนวนจริงลบจำนวนเดียวกันแล้วเครื่องหมายจะเปลี่ยน

4. ครูยกตัวอย่างการแก้อสมการโดยการใช้สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน โดยนำโจทย์ จงแก้อสมการ $2x > 24$ ขึ้นกระดาน

5. ครูถามนักเรียนว่าการแก้อสมการคือการหาคำตอบของอสมการ โจทย์ข้อนี้ถ้าเราอยากทราบว่าจำนวนใดเป็นคำตอบบ้างเราควรกำจัดอะไรออก โดยคาดหวังคำตอบคือ “กำจัด 2”

6. ครูถามนักเรียนต่อว่าเมื่อเราทราบแล้วว่าเราต้องกำจัด 2 ออกไปเราควรคูณจำนวนใดทั้งสองข้างของอสมการจึงจะทำให้ 2 หายไป ซึ่งจะได้ว่าเราสามารถกำจัด 2 ออกไปได้โดยทำการคูณด้วย $\frac{1}{2}$ และเมื่อได้คำตอบจากนักเรียนแล้วจึงถามนักเรียนว่าการคูณด้วย $\frac{1}{2}$ ทำให้เครื่องหมายเปลี่ยนหรือไม่ โดยคาดหวังคำตอบคือ “ไม่เปลี่ยน”

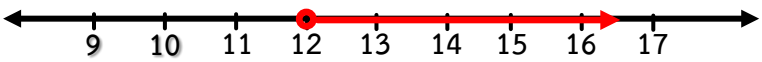
7. ครูให้นักเรียนลองนำการวางแผนที่ได้จากขั้นตอนก่อนหน้ามาแก้อสมการลงในสมุด

$$2x > 24$$

$$(2x)\left(\frac{1}{2}\right) > 24\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$x > 12$$

<u>ตอบ</u> จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า 12



8. ครูยกตัวอย่างการแก้อสมการโดยการใช้สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน โดยนำโจทย์ จงแก้อสมการ $\frac{x}{-2} \leq -2$ ขึ้นกระดาน

9. ครูถามนักเรียนว่าการแก้อสมการคือการหาคำตอบของอสมการ โจทย์ข้อนี้ถ้าเราอยากทราบว่าจำนวนใดเป็นคำตอบบ้างเราควรกำจัดอะไรออก โดยคาดหวังคำตอบคือ “กำจัด -2”

10. ครูถามนักเรียนต่อว่าเมื่อเราทราบแล้วว่าเราต้องกำจัด -2 ออกไปเราควรคูณจำนวนใดทั้งสองข้างของอสมการจึงจะทำให้ -2 หายไป ซึ่งจะได้ว่าเราสามารถกำจัด -2 ออกไปได้โดยทำการคูณด้วย -2 ทั้งสองข้างของอสมการ และเมื่อได้คำตอบจากนักเรียนแล้วจึงถามนักเรียนว่าการคูณด้วย -2 ทำให้เครื่องหมายเปลี่ยนหรือไม่ โดยคาดหวังคำตอบคือ “เปลี่ยน”

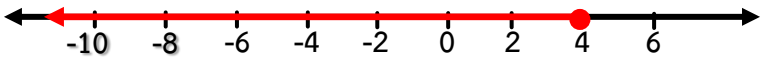
11. ครูให้นักเรียนลองนำการวางแผนที่ได้จากขั้นตอนก่อนหน้ามาแก้อสมการลงในสมุด

$$\frac{x}{-2} \leq -2$$

$$\left(\frac{x}{-2}\right) \times (-2) \leq (-2) \times (-2)$$

$$x \leq 4$$

<u>ตอบ</u> จำนวนจริงทุกจำนวนที่ไม่มากกว่า 4



12. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 คนและให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันแก้อสมการต่อไปนี้

1) $6a > 18$

2) $-9b \geq -36$

3) $c \times (-3) > 6$

4) $d \times \frac{1}{2} > 6$

5) $\frac{2}{3}e \leq 12$

6) $\frac{f}{-4} \geq 2$

7) $g \times \left(-\frac{3}{2}\right) > 3$

13. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเสนอคำตอบ บอกแนวคิดและแสดงวิธีทำกลุ่มละหนึ่งข้อโดยให้นักเรียนร่วมกันหาข้อผิดพลาดของนักเรียนกลุ่มที่กำลังนำเสนออยู่

1) $6a > 18$ จะได้คำตอบคือ $a > 3$

2) $-9b \geq -36$ จะได้คำตอบคือ $b \leq 4$

3) $c \times (-3) > 6$ จะได้คำตอบคือ $c < -2$

4) $d \times \frac{1}{2} > 6$ จะได้คำตอบคือ $d > 12$

5) $\frac{2}{3}e \leq 12$ จะได้คำตอบคือ $e \leq 18$

6) $\frac{f}{-4} \geq 2$ จะได้คำตอบคือ $f \leq -8$

7) $-\frac{3}{2}g > 3$ จะได้คำตอบคือ $g < -2$

กิจกรรมรวบยอด

14. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนสมบัติการคูนของการไม่เท่ากันดังนี้

สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน

ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ

1. ถ้า $a < b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac < bc$

2. ถ้า $a \leq b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac \leq bc$

3. ถ้า $a > b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac > bc$

4. ถ้า $a \geq b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac \geq bc$

5. ถ้า $a < b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac > bc$

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 2

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ - สามารถแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้ โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน	แบบฝึกหัด 1.3	แบบฝึกหัด 1.3	ทำได้ถูกต้องมากกว่า 50% ถือว่าผ่าน
คุณลักษณะ - มุ่งมั่นในการทำงาน	สังเกตพฤติกรรมในชั้นเรียน รวมถึงการส่งงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะสำคัญ - ความสามารถในการคิด	แบบฝึกหัด 1.3	แบบฝึกหัด 1.3	ทำได้ถูกต้องมากกว่า 50% ถือว่าผ่าน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เรื่อง การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีเครื่องหมาย ≠

วิชา คณิตศาสตร์ 5 รหัส ค23101 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 1 ชั่วโมง

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม 3/1 เข้าใจและใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน เพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหา โดยใช้ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จุดประสงค์ของการเรียนรู้

นักเรียนสามารถแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีเครื่องหมายไม่เท่ากับได้

สาระสำคัญ

ในการแก้อสมการที่มีเครื่องหมายไม่เท่ากับจำเป็นต้องอาศัยความรู้ของสมบัติการเท่ากันในการแก้สมการโดยหาจำนวนที่ทำให้ทั้งสองฝั่งของสมการเท่ากันแล้วจะได้ว่าจำนวนนั้นไม่เป็นคำตอบของอสมการ

สาระการเรียนรู้

ความรู้

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการนำไปใช้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมนำเข้าสู่การเรียน

1. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนสมบัติการบวกและสมบัติการคูณของการไม่เท่ากันดังนี้

สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน

ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ

1. ถ้า $a < b$ แล้ว $a+c < b+c$

2. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a+c \leq b+c$

และ

สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน

ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ

1. ถ้า $a < b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac < bc$

2. ถ้า $a \leq b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac \leq bc$

3. ถ้า $a > b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac > bc$

4. ถ้า $a \geq b$ และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว $ac \geq bc$

5. ถ้า $a < b$ และ c เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $ac > bc$

2. ครูบอกนักเรียนว่า ในการแก้อสมการที่มีเครื่องหมายไม่เท่ากับเนื่องจากเราไม่มีสมบัติการบวกและสมบัติการคูณของการไม่เท่ากันสำหรับเครื่องหมายไม่เท่ากับจึงจำเป็นต้องอาศัยความรู้ของสมบัติการเท่ากันในการแก้สมการโดยหาจำนวนที่ทำให้ทั้งสองฝั่งของสมการเท่ากันแล้วจะได้ว่าจำนวนนั้นไม่เป็นคำตอบของอสมการ

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

3. ครูยกตัวอย่างการแก้อสมการโดยการใช้สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน โดยนำโจทย์ จงแก้อสมการ $2x - 6 \neq 24$ ขึ้นกระดาน

4. ครูบอกกับนักเรียนว่าในการแก้อสมการที่มีเครื่องหมายไม่เท่ากับเนื่องจากเราไม่มีสมบัติการบวกและสมบัติการคูณของการไม่เท่ากันสำหรับเครื่องหมายไม่เท่ากับจึงจำเป็นต้องอาศัยความรู้ของสมบัติการ

เท่ากันในการแก้สมการโดยหาจำนวนที่ทำให้ทั้งสองฝั่งของสมการเท่ากันแล้วจะได้ว่าจำนวนนั้นไม่เป็นคำตอบของอสมการ แล้วเราจำหาจำนวนนั้นอย่างไร โดยคาดหวังคำตอบ “แก้สมการ 2x - 6 = 24”

5. ครูให้นักเรียนนักเรียนหาจำนวนที่เป็นคำตอบของสมการ 2x -3 = 24 โดยการแก้สมการ

$$2x - 6 = 24$$

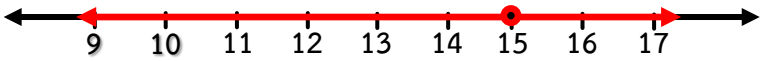
$$2x = 24 + 6$$

$$2x = 30$$

$$x = 15$$

6. ครูถามนักเรียนว่า 15 เป็นคำตอบของสมการ 2x – 6 = 24 ว่า เมื่อ x เท่ากับ 15 ทำให้ทั้ง 2x – 6 และ 24 เท่ากัน แล้วจำนวนใดบ้างหละที่ทำ 2x – 6 และ 24 ไม่เท่ากัน ซึ่งจะได้คำตอบคือ

ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น 15



7. ครูยกตัวอย่างการแก้อสมการโดยการใช้สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน โดยนำโจทย์ จงแก้อสมการ $\frac{x-6}{2} \neq 18$ ขึ้นกระดาน

8. ครูบอกกับนักเรียนว่าในการแก้อสมการที่มีเครื่องหมายไม่เท่ากับเนื่องจากเราไม่มีสมบัติการบวกและสมบัติการคูณของการไม่เท่ากันสำหรับเครื่องหมายไม่เท่ากับจึงจำเป็นต้องอาศัยความรู้ของสมบัติการเท่ากันในการแก้สมการโดยหาจำนวนที่ทำให้ทั้งสองฝั่งของสมการเท่ากันแล้วจะได้ว่าจำนวนนั้นไม่เป็นคำตอบของอสมการ แล้วเราจำหาจำนวนนั้นอย่างไร โดยคาดหวังคำตอบ “แก้สมการ $\frac{x-6}{2} = 18$”

9. ครูให้นักเรียนนักเรียนหาจำนวนที่เป็นคำตอบของสมการ $\frac{x-6}{2} = 18$ โดยการแก้สมการ

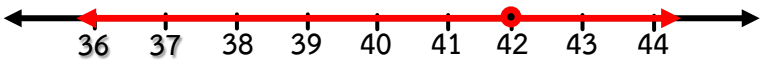
$$\frac{x-6}{2} = 18$$

$$x - 6 = 36$$

$$x = 42$$

10. ครูถามนักเรียนว่า 15 เป็นคำตอบของสมการ $\frac{x-6}{2} = 18$ ว่า เมื่อ x เท่ากับ 30 ทำให้ทั้ง $\frac{x-6}{2}$ และ 18 เท่ากัน แล้วจำนวนใดบ้างหละที่ทำ $\frac{x-6}{2}$ และ 18 ไม่เท่ากัน ซึ่งจะได้คำตอบคือ

ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น 42



กิจกรรมรวบยอด

11. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 คนและให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันแก้อสมการต่อไปนี้

1) $\frac{a-5}{2} \neq 3$
2) $3b - 5 \neq 1$
3) $\frac{1}{2}c + 3 \neq 7$
4) $2d - 9 \neq 11$
5) $\frac{2}{3}e \neq 12$
6) $\frac{f}{-4} \neq 2$
7) $g \times \left(-\frac{3}{2}\right) \neq 3$

12. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเสนอคำตอบ บอกแนวคิดและแสดงวิธีทำกลุ่มละหนึ่งข้อโดยให้นักเรียนร่วมกันหาข้อผิดพลาดของนักเรียนกลุ่มที่กำลังนำเสนออยู่

1) $\frac{a-5}{2} \neq 3$ จะได้คำตอบคือ $a \neq 11$
2) $3b - 5 \neq 1$ จะได้คำตอบคือ $b \neq 2$
3) $\frac{1}{2}c + 3 \neq 7$ จะได้คำตอบคือ $c \neq 8$
4) $2d - 9 \neq 11$ จะได้คำตอบคือ $d \neq 10$
5) $2 + \frac{2}{3}e \neq 12$ จะได้คำตอบคือ $e \neq 15$
6) $\frac{f}{-4} + 1 \neq 2$ จะได้คำตอบคือ $f \neq -12$

7) $g \times \left(\frac{3}{2}\right) \neq 3$ จะได้คำตอบคือ $g \neq 2$

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 2

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ - สามารถแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีเครื่องหมายไม่เท่ากับได้	แบบฝึกหัด 1.3	แบบฝึกหัด 1.3	ทำได้ถูกต้องมากกว่า 50% ถือว่าผ่าน
คุณลักษณะ - มุ่งมั่นในการทำงาน	สังเกตพฤติกรรมในชั้นเรียน รวมถึงการส่งงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะสำคัญ - ความสามารถในการคิด	แบบฝึกหัด 1.3	แบบฝึกหัด 1.3	ทำได้ถูกต้องมากกว่า 50% ถือว่าผ่าน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เรื่อง โจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่เกี่ยวกับจำนวน

วิชา คณิตศาสตร์ 5 รหัส ค23101 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 2 ชั่วโมง

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม 3/1 เข้าใจและใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน เพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหา โดยใช้ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จุดประสงค์ของการเรียนรู้

1. เขียนอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้

2. ใช้ความรู้เรื่องอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน พร้อมตระหนักถึงความเหมาะสมของคำตอบได้

สาระสำคัญ

<u>การแก้ปัญหาโดยวิธี SSCS มีทั้งหมด 4 ขั้นตอน</u>

ขั้นที่ 1 การค้นหา (Search: S) การระดมสมองค้นหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

ขั้นที่ 2 การแก้ปัญหา (Solve: S) เป็นการวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีการต่างๆ

ขั้นที่ 3 การสร้างคำตอบ (Create: C) การนำผลที่ได้จาก ขั้นที่ 2 การแก้ปัญหา (Solve: S) มาจัดกระทำเป็นขั้นตอนเพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจและเพื่อสื่อสารกับผู้อื่น

ขั้นที่ 4 ขั้นแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Share: S) เป็นขั้นตอนของการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับข้อมูลและวิธีการแก้ปัญหา

สาระการเรียนรู้

ความรู้

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการนำไปใช้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมนำเข้าสู่การเรียน

1. ครูอธิบายวิธีการแก้ปัญหาแบบ SSCS ว่ามีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 การค้นหา (Search: S) การระดมสมองค้นหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

ขั้นที่ 2 การแก้ปัญหา (Solve: S) เป็นการวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีการต่างๆ

ขั้นที่ 3 การสร้างคำตอบ (Create: C) การนำผลที่ได้จาก ขั้นที่ 2 (Solve: S) มาจัดกระทำเป็นขั้นตอนเพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจและเพื่อสื่อสารกับผู้อื่น

ขั้นที่ 4 ขั้นแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Share: S) เป็นขั้นตอนของการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับข้อมูลและวิธีการแก้ปัญหา

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

2. ครูยกตัวอย่างการแก้โจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่เกี่ยวกับจำนวนโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาแบบ SSCS โดยนำโจทย์ต่อไปนี้ขึ้นกระดาษ

“จำนวนจำนวนหนึ่งเมื่อหารด้วย -3 ผลลัพธ์ที่ได้มีค่าไม่มากกว่า 15 จำนวนดังกล่าวคือจำนวนใด”

ขั้นที่ 1 (Search)

3. ครูอธิบายว่าในขั้นที่ 1 ขั้นที่ 1 (Search) เราจะมองหาเงื่อนไขต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

4. ครูถามว่าจากตัวอย่างสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบมีอะไรบ้าง โดยจะได้ว่า

สิ่งที่โจทย์กำหนด

จำนวนจำนวนหนึ่งถูกหารด้วย -3 มีผลลัพธ์ไม่มากกว่า 15

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

จำนวนนั้นคือจำนวนใด

ขั้นที่ 2 (Solve)

5. ครูบอกนักเรียนว่าในขั้นตอนนี้เราจะมาหาว่างแผนและหาคำตอบกัน ซึ่งจากเงื่อนไขที่ว่า “จำนวนจำนวนหนึ่งถูกหารด้วย -3 มีผลลัพธ์ไม่มากกว่า 15” จะมีความสัมพันธ์คือ

ไม่มากกว่า 15

$$\frac{\text{จำนวนหนึ่ง}}{-3} \leq 15$$

ขั้นที่ 3 (Create)

6. ครูถามนักเรียนว่าหลังจากที่เราได้ว่าแผ่นการหาคำตอบแล้วเราจะได้อสมการว่าอย่างไรโดยคำตอบคืออสมการ $\frac{x}{-3} \leq 15$ และให้นักเรียนแสดงวิธีทำลงในสมุดด้วยตัวเอง

วิธีทำ จำนวนจำนวนหนึ่งถูกหารด้วย -3 มีผลลัพธ์ไม่มากกว่า 15

กำหนดให้จำนวนดังกล่าวคือ x

จะได้อสมการ $\frac{x}{-3} \leq 15$

$$\frac{x}{-3} \times (-3) \geq 15 \times (-3)$$

$$x \geq -45$$

ตอบ จำนวนจริงทุกจำนวนที่ไม่น้อยกว่า 45

7. ครูยกตัวอย่างการแก้โจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่เกี่ยวกับจำนวนโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาแบบ SSCS โดยนำโจทย์ต่อไปนี้ขึ้นกระดาษอีก 1 ข้อ

“ผลบวกของ 6 เท่าของจำนวนเต็มบวกจำนวนหนึ่งกับ 3 น้อยกว่า 39 จำนวนดังกล่าวคือจำนวนใด”

ขั้นที่ 1 (Search)

8. ครูถามว่าจากตัวอย่างสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบมีอะไรบ้าง โดยจะได้ว่า

สิ่งที่โจทย์กำหนด

1) จำนวนหนึ่งเป็นจำนวนเต็ม

2) ผลบวกของ 6 เท่าของจำนวนเต็มบวกจำนวนนั้นกับ 3 น้อยกว่า 39

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

จำนวนนั้นคือจำนวนใด

ขั้นที่ 2 (Solve)

9. ครูบอกนักเรียนว่าในขั้นตอนนี้เราจะมาหาว่างแผนและหาคำตอบกัน ซึ่งจากเงื่อนไขที่ว่า “ผลบวกของ 6 เท่าของจำนวนเต็มบวกจำนวนหนึ่งกับ 3 น้อยกว่า 39” จะมีความสัมพันธ์คือ

$$(6 \times \text{จำนวนหนึ่ง}) + 3 < 39$$

ขั้นที่ 3 (Create)

10. ครูถามนักเรียนว่าหลังจากที่เราได้ว่าแผ่นการหาคำตอบแล้วเราจะได้อสมการว่าอย่างไรโดยคำตอบคืออสมการ $6x + 3 < 39$ และให้นักเรียนแสดงวิธีทำลงในสมุดด้วยตัวเอง

วิธีทำ ผลบวกของ 6 เท่าของจำนวนเต็มบวกจำนวนหนึ่งกับ 3 น้อยกว่า 39

กำหนดให้จำนวนดังกล่าวคือ x

จะได้อสมการ $6x + 3 < 39$

$6x < 36$

$x < 6$

ตอบ 1, 2, 3, 4 และ 5 (เนื่องจากจำนวนดังกล่าวเป็นจำนวนเต็มบวก)

กิจกรรมรวบยอด

11. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 คนและให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันแก้โจทย์ปัญหา “3 เท่าของผลบวกของจำนวนเต็มลบจำนวนหนึ่งกับ 7 มากกว่า 9 จำนวนดังกล่าวคือจำนวนใด”

ขั้นที่ 4 (Shares)

12. ครูในให้นักเรียน 1 กลุ่มนำเสนอวิธีคิดของตัวเองโดยเปิดโอกาสให้นักเรียนกลุ่มอื่นสามารถตั้งคำถามหรือเสนอวิธีที่อาจมีความซับซ้อนน้อยกว่าหรือง่ายกว่าได้

วิธีทำ 3 เท่าของผลบวกของจำนวนเต็มลบจำนวนหนึ่งกับ 7 มากกว่า 9

กำหนดให้จำนวนดังกล่าวคือ x

จะได้อสมการ $3(x + 7) > 9$

$x + 7 > 3$

$x > -4$

ตอบ -4, -3, -2 และ -1 (เนื่องจากจำนวนดังกล่าวเป็นจำนวนเต็มลบ)

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 2

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
- เขียนอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ - ใช้ความรู้เรื่องอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน พร้อมตระหนักถึงความเหมาะสมของคำตอบได้	แบบฝึกหัด 1.4	แบบฝึกหัด 1.4	ทำได้ถูกต้องมากกว่า 50% ถือว่าผ่าน
คุณลักษณะ - มุ่งมั่นในการทำงาน	สังเกตพฤติกรรมในชั้นเรียน รวมถึงการส่งงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะสำคัญ - ความสามารถในการคิด	แบบฝึกหัด 1.4	แบบฝึกหัด 1.4	ทำได้ถูกต้องมากกว่า 50% ถือว่าผ่าน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เรื่อง โจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่เกี่ยวกับจำนวน

วิชา คณิตศาสตร์ 5 รหัส ค23101 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 1 ชั่วโมง

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม 3/1 เข้าใจและใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน เพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหา โดยใช้ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จุดประสงค์ของการเรียนรู้

1. เขียนอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้

2. ใช้ความรู้เรื่องอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน พร้อมตระหนักถึงความเหมาะสมของคำตอบได้

สาระสำคัญ

<u>การแก้ปัญหาโดยวิธี SSCS มีทั้งหมด 4 ขั้นตอน</u>

ขั้นที่ 1 การค้นหา (Search: S) การระดมสมองค้นหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

ขั้นที่ 2 การแก้ปัญหา (Solve: S) เป็นการวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีการต่างๆ

ขั้นที่ 3 การสร้างคำตอบ (Create: C) การนำผลที่ได้จาก ขั้นที่ 2 การแก้ปัญหา (Solve: S) มาจัดกระทำเป็นขั้นตอนเพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจและเพื่อสื่อสารกับผู้อื่น

ขั้นที่ 4 ขั้นแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Share: S) เป็นขั้นตอนของการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับข้อมูลและวิธีการแก้ปัญหา

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการนำไปใช้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมนำเข้าสู่การเรียน

1. ครูทบทวนวิธีการแก้ปัญหาแบบ SSCS ว่ามีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 การค้นหา (Search: S) การระดมสมองค้นหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

ขั้นที่ 2 การแก้ปัญหา (Solve: S) เป็นการวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีการต่างๆ

ขั้นที่ 3 การสร้างคำตอบ (Create: C) การนำผลที่ได้จาก ขั้นที่ 2 (Solve: S) มาจัดกระทำเป็นขั้นตอนเพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจและเพื่อสื่อสารกับผู้อื่น

ขั้นที่ 4 ขั้นแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Share: S) เป็นขั้นตอนของการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับข้อมูลและวิธีการแก้ปัญหา

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

2. ครูบอกกับนักเรียนว่าในคาบก่อนหน้านี้เราได้เรียนการแก้โจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่เกี่ยวกับจำนวนโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาแบบ SSCS แล้ววันนี้นักเรียนจะได้ทำการแก้โจทย์หาด้วยตัวเอง

3. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 คนและให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันแก้โจทย์ปัญหา โดยนำโจทย์ปัญหาขึ้นกระดาน

“จำนวนเต็มบวกสองจำนวนต่างกันอยู่ 8 ถ้า 3 เท่าของจำนวนน้อยบวกกับจำนวนมาก จะได้ผลบวกมากกว่า 48 แต่ไม่เกิน 68 จำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนน้อยคือจำนวนใด”

ขั้นที่ 1 (Search)

4. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันระดมสมองเพื่อหาสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ โดยจะได้ว่า

สิ่งที่โจทย์กำหนด

1) จำนวนทั้งสองจำนวนเป็นจำนวนเต็ม

2) จำนวนเต็มบวกสองจำนวนต่างกันอยู่ 8

3) ผลบวกของ 3 เท่าของจำนวนน้อยกับจำนวนมาก มากกว่า 48 แต่ไม่เกิน 68

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

จำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนน้อยคือจำนวนใด

ขั้นที่ 2 (Solve)

5. ครูให้นักเรียนช่วยกันเพื่อนระดมสมองวางแผนการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาโดยจะได้ว่าจากเงื่อนไขที่ว่า “จำนวนเต็มบวกสองจำนวนต่างกันอยู่ 8” จะมีความสัมพันธ์คือ

$$\text{จำนวนมาก} = \text{จำนวนน้อย} + 8$$

และจากเงื่อนไขที่ว่า “ผลบวกของ 3 เท่าของจำนวนน้อยกับจำนวนมาก มากกว่า 48 แต่ไม่เกิน 68” จะมีความสัมพันธ์คือ

$$48 < 3(\text{จำนวนน้อย}) + \text{จำนวนมาก} \leq 68$$

ขั้นที่ 3 (Create)

6. ครูให้นักเรียนนำแผนที่ได้จากขั้นก่อนหน้ามาแสดงวิธีทำลงในสมุดด้วยตัวเอง

วิธีที่ 1 ให้ x แทนจำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนน้อย

จำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนมากคือ $x + 8$

3 เท่าของจำนวนน้อยบวกกับจำนวนมาก เท่ากับ $3x + (x + 8)$

ผลบวกที่ได้มากกว่า 48 แต่ไม่เกิน 68

จะได้อสมการเป็น $48 < 3x + (x + 8) \leq 68$

เขียนได้เป็น $3x + (x + 8) > 48$ และ $3x + (x + 8) \leq 68$

จาก
$$\begin{aligned} 3x + (x + 8) &> 48 \\ 4x + 8 &> 48 \\ 4x &> 40 \\ x &> 10 \end{aligned}$$

และ
$$\begin{aligned} 3x + (x + 8) &\leq 68 \\ 4x + 8 &\leq 68 \\ 4x &\leq 60 \\ x &\leq 15 \end{aligned}$$

จะได้ $x > 10$ และ $x \leq 15$

นั้นคือ $10 < x \leq 15$

วิธีที่ 2 ให้ x แทนจำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนน้อย

จำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนมากคือ $x + 8$

3 เท่าของจำนวนน้อยบวกกับจำนวนมาก เท่ากับ $3x + (x + 8)$

ผลบวกที่ได้มากกว่า 48 แต่ไม่เกิน 68

จะได้อสมการเป็น $48 < 3x + (x + 8) \leq 68$

$48 < 4x + 8 \leq 68$

$40 < 4x \leq 60$

จะได้ $10 < x \leq 15$

<u>ตอบ</u> 11, 12, 13, 14 และ 15

<u>ขั้นที่ 4 (Shares)</u>

7. ครูในให้นักเรียนทุกกลุ่มร่วมกันวิธีคิดของตัวเองโดยเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสามารถตั้งคำถามหรือเสนอวิธีที่อาจมีความซับซ้อนน้อยกว่าหรือง่ายกว่าได้ และร่วมกันตรวจสอบคำตอบที่ได้

<u>ตรวจสอบ</u> ถ้าจำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนน้อยคือ 11, 12, 13, 14 และ 15

จำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนมากคือ 19, 20, 21, 22 และ 23 ตามลำดับ

ดังนั้น 3 เท่าของจำนวนน้อยบวกกับจำนวนมากเป็น 33+19, 36+20, 39+21, 42+22 และ 45+23 ตามลำดับ ซึ่งผลบวกแต่ละจำนวนมากกว่า 48 แต่ไม่เกิน 68 ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

นั่นคือ จำนวนเต้มบวกที่เป้นจำนวนน้อยคือ 11, 12, 13, 14 และ 15

กิจกรรมรวบยอด

8. ครูในให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำแบบฝึกหัด 1.3 ข้อ 3 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 2

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
- เขียนอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ - ใช้ความรู้เรื่องอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน พร้อมตระหนักถึงความเหมาะสมของคำตอบได้	แบบฝึกหัด 1.4	แบบฝึกหัด 1.4	ทำได้ถูกต้องมากกว่า 50% ถือว่าผ่าน
คุณลักษณะ - มุ่งมั่นในการทำงาน	สังเกตพฤติกรรมในชั้นเรียน รวมถึงการส่งงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะสำคัญ - ความสามารถในการคิด	แบบฝึกหัด 1.4	แบบฝึกหัด 1.4	ทำได้ถูกต้องมากกว่า 50% ถือว่าผ่าน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 15

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เรื่อง โจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่เกี่ยวสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน

วิชา คณิตศาสตร์ 5 รหัส ค23101 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 1 ชั่วโมง

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม 3/1 เข้าใจและใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน เพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหา โดยใช้ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จุดประสงค์ของการเรียนรู้

1. เขียนอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้

2. ใช้ความรู้เรื่องอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน พร้อมตระหนักถึงความเหมาะสมของคำตอบได้

สาระสำคัญ

<u>การแก้ปัญหาโดยวิธี SSCS มีทั้งหมด 4 ขั้นตอน</u>

ขั้นที่ 1 การค้นหา (Search: S) การระดมสมองค้นหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

ขั้นที่ 2 การแก้ปัญหา (Solve: S) เป็นการวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีการต่างๆ

ขั้นที่ 3 การสร้างคำตอบ (Create: C) การนำผลที่ได้จาก ขั้นที่ 2 การแก้ปัญหา (Solve: S) มาจัดกระทำเป็นขั้นตอนเพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจและเพื่อสื่อสารกับผู้อื่น

ขั้นที่ 4 ขั้นแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Share: S) เป็นขั้นตอนของการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับข้อมูลและวิธีการแก้ปัญหา

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการนำไปใช้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมนำเข้าสู่การเรียน

1. ครูทบทวนวิธีการแก้ปัญหาแบบ SSCS ว่ามีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 การค้นหา (Search: S) การระดมสมองค้นหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

ขั้นที่ 2 การแก้ปัญหา (Solve: S) เป็นการวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีการต่างๆ

ขั้นที่ 3 การสร้างคำตอบ (Create: C) การนำผลที่ได้จาก ขั้นที่ 2 (Solve: S) มาจัดกระทำเป็นขั้นตอนเพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจและเพื่อสื่อสารกับผู้อื่น

ขั้นที่ 4 ขั้นแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Share: S) เป็นขั้นตอนของการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับข้อมูลและวิธีการแก้ปัญหา

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

2. ครูบอกกับนักเรียนว่าในชีวิตประจำวันของเราหลายครั้งที่ปัญหาที่เกิดขึ้นมีความสัมพันธ์ที่ไม่ใช่ความสำพันธ์ในรูปแบบของสมการ แต่เป็นอสมการในวันนี้เราจะใช้ความรู้เรื่องอสมการที่เราเรียนมาในคาบก่อนหน้านำมาแก้โจทย์ปัญหาที่มีในชีวิตประจำวันกัน

3. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 คนและให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันแก้โจทย์ปัญหา โดยนำโจทย์ปัญหาขึ้นกระดาน

“กานดามีเงินทั้งหมด 800 บาท เธอต้องการที่จะซื้อกระเป๋านักเรียนหนึ่งใบราคา 160 บาท และปากกาจำนวนมาเท่าที่เธอจะซื้อได้ ถ้าปากกาแต่ละแท่งราคาแท่งละ 80 บาท จำนวนปากกาที่มากที่สุดที่กานดาสามารถซื้อได้คือเท่าใด”

ขั้นที่ 1 (Search)

4. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันระดมสมองเพื่อหาสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ โดยจะได้ว่า

สิ่งที่โจทย์กำหนด

1) กานดามีเงินทั้งหมด 800 บาท

2) กระเป๋านักเรียนหนึ่งใบราคา 160 บาท

3) ปากกาแต่ละแท่งราคาแท่งละ 80 บาท

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

จำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนน้อยคือจำนวนใด

ขั้นที่ 2 (Solve)

5. ครูให้นักเรียนช่วยกันเพื่อนระดมสมองวางแผนการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาซึ่งจะได้ว่าจากเงื่อนไขที่ว่า “จำนวนเงินที่ใช้ซื้อของจะต้องไม่เกินเงินที่มีอยู่” จะมีความสัมพันธ์คือ

กระเป๋านักเรียนหนึ่งใบ + (จำนวนปากการที่ซื้อ)(ราคาปากกาหนางแท่ง) ≤ จำนวนเงินที่มี

ขั้นที่ 3 (Create)

6. ครูให้นักเรียนนำแผนที่ได้จากขั้นก่อนหน้ามาแสดงวิธีทำลงในสมุดด้วยตัวเอง

วิธีทำ ให้ x แทนจำนวนปากกาที่กานดาสามารถซื้อได้

เนื่องจากปากการาคาแท่งละ 80 บาทจะต้องจ่ายเงิน $80x$ บาท

กระเป๋านักเรียนหนึ่งใบราคา 160 บาท

ดังนั้นจะต้องจ่ายเงินทั้งหมด $160 + 80x$ บาท

จะได้อสมการเป็น $160 + 80x \leq 800$

$80x \leq 640$

$x \leq 8$

ตอบ จำนวนปากกาที่มากที่สุดที่กานดาสามารถซื้อได้คือ 8 แท่ง

ขั้นที่ 4 (Shares) .

7. ครูในให้นักเรียนทุกกลุ่มร่วมกันวิธีคิดของตัวเองโดยเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสามารถตั้งคำถามหรือเสนอวิธีที่อาจมีความซับซ้อนน้อยกว่าหรือง่ายกว่าได้ และร่วมกันตรวจสอบคำตอบที่ได้

ตรวจสอบ ถ้ากานดาซื้อปาก 7 แท่งจะต้องจ่ายเงินทั้งหมด $160 + 7(80) = 720$ ซึ่ง ไม่เกินเงิน 800 บาท ที่มีอยู่

ถ้ากานดาซื้อปาก 8 แท่งจะต้องจ่ายเงินทั้งหมด $160 + 8(80) = 800$ ซึ่ง พอดีกับเงิน 800 บาท ที่มีอยู่

ถ้ากานดาซื้อปาก 9 แท่งจะต้องจ่ายเงินทั้งหมด 160 + 9(80) = 880 ซึ่ง เกินเงิน 800 บาท ที่มีอยู่
ดังนั้น จำนวนปากกาที่มากที่สุดที่กานดาสามารถซื้อได้คือ 8 แท่ง

กิจกรรมรวบยอด

8. ครูในให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำโจทย์ปัญหา “ดนัยมีเงินทั้งหมด 658 บาท เขาต้องการซื้อเสื้อยืดจำนวนหนึ่ง โดยเสื้อยืดแต่ละตัวราคา 175 บาท อยากทราบว่าดนัยสมารถซื้อเสื้อได้มากที่สุดกี่ตัว”

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 2

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ - เขียนอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ - ใช้ความรู้เรื่องอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน พร้อมตระหนักถึงความเหมาะสมของคำตอบได้	แบบฝึกหัด 1.4	แบบฝึกหัด 1.4	ทำได้ถูกต้องมากกว่า 50% ถือว่าผ่าน
คุณลักษณะ - มุ่งมั่นในการทำงาน	สังเกตพฤติกรรมในชั้นเรียน รวมถึงการส่งงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะสำคัญ - ความสามารถในการคิด	โจทย์ปัญหาท้ายคาบ	โจทย์ปัญหาท้ายคาบ	ทำได้ถูกต้องมากกว่า 50% ถือว่าผ่าน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 16

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ฟังก์ชันกำลังสอง (พาราโบลา) **เรื่อง สมการของพาราโบลา**

วิชา คณิตศาสตร์ 5 รหัส ค23101 **กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 **เวลา 2**

ชั่วโมง

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม 3/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชัน กำลังสองในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าสมการที่กำหนดให้เป็นหรือไม่เป็นสมการของพาราโบลา
2. เขียนกราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้
3. บอกจุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุด และแกนสมมาตรของกราฟของสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้
4. บอกค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของ y จากสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้
5. บอกความแตกต่างของกราฟของสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a > 0$ และ $a < 0$ ได้

สาระสำคัญ

สมการของพาราโบลา

สมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ x, y เป็นตัวแปร a, b, c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เรียกว่า สมการของพาราโบลา

พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$

สมการของพาราโบลา $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ เมื่อกำหนดให้ $a \neq 0$, $b = 0$, $c = 0$ จะได้ $y = ax^2$ เป็นสมการของพาราโบลา ที่มี

จุดยอดอยู่ที่จุด (0, 0)

แกนสมมาตรคือเส้นตรง x = 0 หรือ แกน Y

ค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของ y คือ 0

ในกรณีที่ $a > 0$ กราฟของพาราโบลาจะเป็นกราฟพาราโบลาหงาย

กรณีที่ $a < 0$ กราฟของพาราโบลาจะเป็นกราฟพาราโบลาคว่ำ

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าสมการที่กำหนดให้เป็นหรือไม่เป็นสมการของพาราโบลา
2. เขียนกราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้
3. บอกจุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดและแกนสมมาตรของกราฟของสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้
4. บอกค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของ y จากสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้
5. บอกความแตกต่างของกราฟของสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a > 0$ และ $a < 0$ ได้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

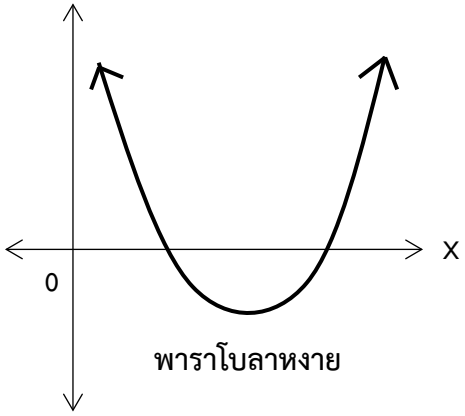
1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

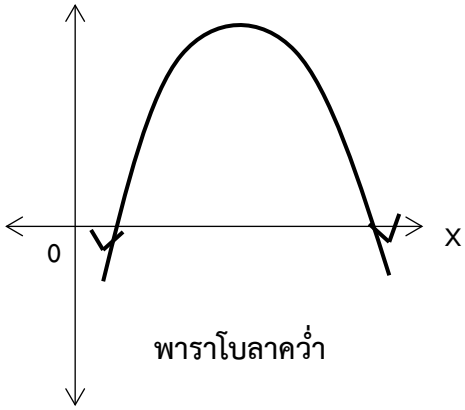
กิจกรรมเข้าสู่บทเรียน

1. ครู และนักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับพาราโบลา ว่าเมื่อสังเกตสิ่งแวดล้อมรอบตัวเรา จะพบเห็นสิ่งก่อสร้างวัสดุ หรืออุปกรณ์บางอย่างที่มีส่วนประกอบมีลักษณะเป็นเส้นโค้งทางเรขาคณิต เช่น สะพานแขวนที่มีสายเคเบิลโยงด้านบนระหว่างเสาสะพานลักษณะเป็นเส้นโค้งหงายขึ้น เส้นทางการเคลื่อนที่ของสายน้ำของน้ำพุในช่วงเวลาต่าง ๆ กันมีลักษณะเป็นเส้นโค้งคว่ำดังรูป

2. ครูอธิบายว่า ในทางคณิตศาสตร์ เรียกเส้นโค้งที่มีลักษณะดังกล่าวนี้ว่า พาราโบลา



พาราโบลาหงาย



พาราโบลาคว่ำ

สมการที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ x และ y เป็นตัวแปร a, b, c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$

3. ครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความคิดนักเรียนว่า กราฟเส้นตรง เป็นกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่อยู่ในรูป y = ax + b แล้วนักเรียนคิดว่า กราฟพาราโบลา เป็นกราฟของสมการรูปแบบใด

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

4. ครูอธิบายว่า สมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ x, y เป็นตัวแปร a, b, c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เรียกว่า สมการของพาราโบลา

5. ครูยกตัวอย่างสมการ พร้อมให้นักเรียนระบุว่าสมการที่กำหนดให้ สมการใดเป็นสมการของพาราโบลา ดังนี้

$y = 2x^2 + 5x + 1$	เป็นสมการของพาราโบลา
$y = x^2 - 5x$	เป็นสมการของพาราโบลา
$y = x - 8$	ไม่เป็นสมการของพาราโบลา
$y = -4x^2$	เป็นสมการของพาราโบลา

6. ครูให้นักเรียนพิจารณาสมการต่อไปนี้ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$, $b = 0$ และ $c = 0$ ว่า จะมีสมการใหม่ในรูปแบบใด ซึ่งจะได้ว่าสมการจัดอยู่ในรูป $y = ax^2$

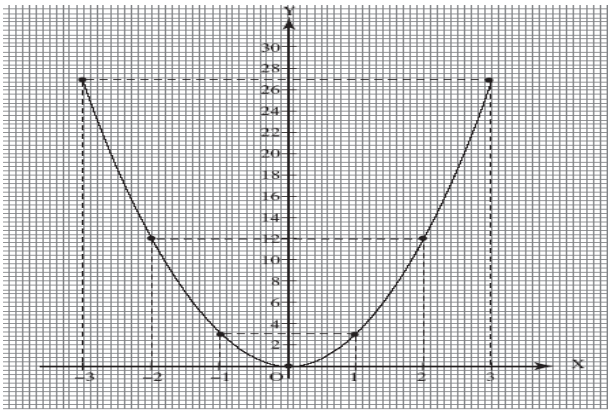
7. ครูอธิบายการเขียนกราฟของสมการ $y = 3x^2$ และ $y = -3x^2$ โดยเริ่มจากการกำหนดค่า x บางค่า แล้วให้นักเรียนช่วยกันหาค่า y และเขียนสรุปลงในตาราง จากนั้นให้ช่วยกันลงจุดและเขียนกราฟบนกระดาน

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = 3x^2$

วิธีทำ กำหนดค่า x บางค่า และหาค่า y ได้ดังนี้

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$y = 3x^2$	27	12	3	0	3	12	27

เขียนกราฟได้ดังนี้

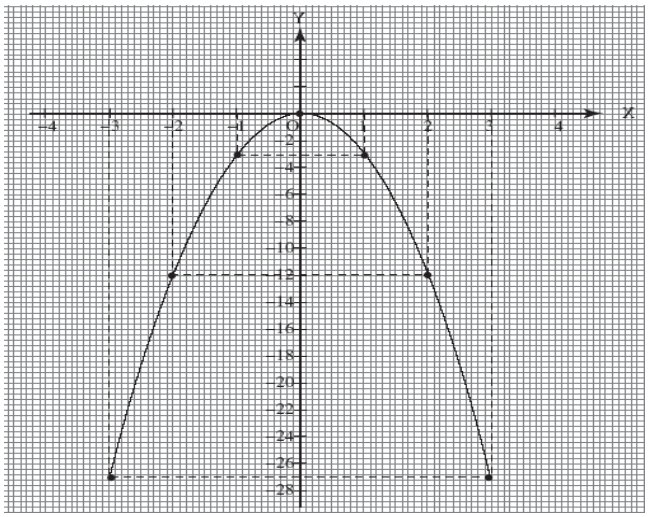


ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = -3x^2$

วิธีทำ กำหนดค่า x บางค่า และหาค่า y ได้ดังนี้

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$y = -3x^2$	−27	−12	−3	0	−3	−12	−27

เขียนกราฟได้ดังนี้



3. ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาว่ากราฟที่ได้จากตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 ว่ามีลักษณะเป็นอย่างไร และได้ข้อสังเกตจากการเขียนกราฟว่าอย่างไร ซึ่งจะได้ว่ากราฟจะเป็นพาราโบลาหงาย และในการเขียนกราฟเราจะต้องมีการกำหนดค่าตัวแปรก่อน

4. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงข้อสรุปที่ได้ ซึ่งจะได้ดังนี้

จากสมการ $y = 3x^2$ ซึ่งมาจากสมการรูปทั่วไปของพาราโบลาคือ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ มี $a = 3$ ซึ่ง a มีค่ามากกว่าศูนย์ จะได้กราฟเป็นพาราโบลาหงาย และมีจุดต่ำสุดอยู่ที่ (0, 0)

จากสมการ $y = -3x^2$ มาจากสมการรูปทั่วไปของพาราโบลาคือ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ มี $a = -3$ ซึ่งมีค่าน้อยกว่าศูนย์ จะได้กราฟเป็นพาราโบลาคว่ำ และมีจุดสูงสุดอยู่ที่ (0, 0)

กิจกรรมรวบยอด

7. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับกราฟของพาราโบลาที่กำหนดให้ และได้ข้อสรุปดังนี้

ในกรณีที่ $a > 0$ กราฟของพาราโบลาจะเป็นกราฟพาราโบลาหงาย และ กรณีที่ $a < 0$ กราฟของพาราโบลาจะเป็นกราฟพาราโบลาคว่ำ

$|a|$ ยิ่งมีค่ามาขึ้น ความกว้างของกราฟ $y = ax^2$ จะน้อยลง

8. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 5.2 ก และ 5.2 ข หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เล่ม 1 มัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำ

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 1

การวัดและการประเมิน

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ สมการของพาราโบลา	แบบฝึกหัด 5.2 ก และ 5.2 ข	แบบฝึกหัด 5.2 ก และ 5.2 ข	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - มุ่งมั่นในการทำงาน	การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะ - ความสามารถในการคิด	แบบฝึกหัด 5.2 ก และ 5.2 ข	แบบฝึกหัด 5.2 ก และ 5.2 ข	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 17

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ฟังก์ชันกำลังสอง (พาราโบลา)

เรื่อง พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$

วิชา คณิตศาสตร์ 5 รหัส ค23101 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 2

ชั่วโมง

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม 3/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชัน กำลังสองในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถเขียนกราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้

2. นักเรียนสามารถบอกจุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุด และแกนสมมาตรของกราฟของสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้

3. นักเรียนสามารถบอกค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของ y จากสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้

สาระสำคัญ

พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$

สมการของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ เป็นสมการของพาราโบลาที่มี

จุดยอดอยู่ที่จุด (h, k)

แกนสมมาตรคือเส้นตรง $x = h$

ค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของ y คือ k

ในกรณีที่ $a > 0$ กราฟของพาราโบลาจะเป็นกราฟพาราโบลาหงาย

กรณีที่ $a < 0$ กราฟของพาราโบลาจะเป็นกราฟพาราโบลาคว่ำ

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

1. เขียนกราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้

2. บอกจุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดและแกนสมมาตรของกราฟของสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้

3. บอกค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของ y จากสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมเข้าสู่บทเรียน

1. ครู และนักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับพาราโบลาที่อยู่ในรูป $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ ว่า $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ เป็นสมการของกราฟพาราโบลาที่มี

– จุดยอดอยู่ที่จุด (0, 0)

– แกนสมมาตรคือเส้นตรง x = 0 หรือ แกน Y

– ค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของ y คือ 0

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

2. ครูถามนักเรียนว่า จากตัวอย่างที่ผ่านมา หากไม่วาดกราฟ นักเรียนสามารถบอกพิกัดของจุดยอด แกนสมมาตร และ ค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดของสมการดังกล่าวได้หรือไม่

3. ครู และนักเรียนร่วมกันสรุปว่า สมการของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ เป็นสมการของพาราโบลา ที่มี

จุดยอดอยู่ที่จุด (h, k)

แกนสมมาตรคือเส้นตรง x = h

ค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของ y คือ k

ในกรณีที่ $a > 0$ กราฟของพาราโบลาจะเป็นกราฟพาราโบลาหงาย

กรณีที่ $a < 0$ กราฟของพาราโบลาจะเป็นกราฟพาราโบลาคว่ำ

4. ครูยกตัวอย่าง การหาส่วนประกอบต่าง ๆของกราฟพาราโบลาที่มีสมการในรูป $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาจุดยอด แกนสมมาตร และ ค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดของพาราโบลาที่มีสมการ $y = (x - 2)^2+7$

วิธีทำ จาก $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ เป็นสมการของพาราโบลา ที่มี

จุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) แกนสมมาตรคือเส้นตรง $x = h$ และค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของ y คือ k

จะได้ $y = (x - 2)^2+7$ เป็นสมการของพาราโบลา ที่มี

จุดยอดอยู่ที่จุด (2, 7)

แกนสมมาตรคือเส้นตรง $x = 2$

ค่าต่ำสุดของ y คือ 7

ตัวอย่างที่ 2 จงหาจุดยอด แกนสมมาตร และ ค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดของพาราโบลาที่มีสมการ $y = -3(x + 4)^2 - 5$ พร้อมทั้งวาดกราฟของสมการดังกล่าว

วิธีทำ จาก $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ เป็นสมการของพาราโบลา ที่มี

จุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) แกนสมมาตรคือเส้นตรง $x = h$ และค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของ y คือ k

จะได้ $y = -3(x + 4)^2 - 5$ เป็นสมการของพาราโบลา ที่มี

จุดยอดอยู่ที่จุด (–4, –5)

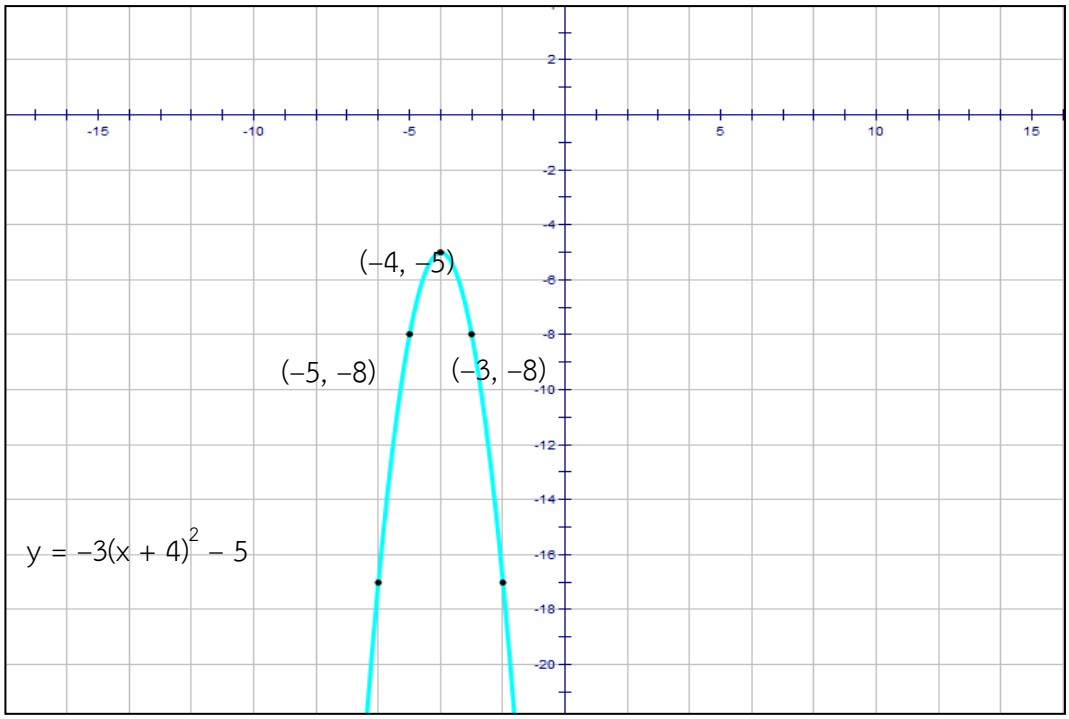
แกนสมมาตรคือเส้นตรง $x = -4$

ค่าสูงสุดของ y คือ –5

พิจารณา

x	–6	–5	–4	–3	–2
y	–17	–8	–5	–8	–17

นำข้อมูลจากตารางมาวาดกราฟได้ดังนี้



(–6, –17) (–2, –17)

<u>ตัวอย่างที่ 3</u> จงหาสมการของพาราโบลาที่มีพิกัดของจุดยอดเป็น (1, –8) และพาราโบลานี้ผ่านจุดกำเนิด

<u>วิธีทำ</u> จากโจทย์ (h, k) = (1, –8)

นั่นคือ h = 1 และ k = –8

แทนค่า h = 1 และ k = –8 ในสมการ $y = a(x - h)^2 + k$

จะได้ $y = a(x - 1)^2 - 8$

เนื่องจากกราฟพาราโบลาผ่านจุดกำเนิดที่มีพิกัด (0,0)

แทนค่า x = 0 และ y = 0 ในสมการ $y = a(x - 1)^2 - 8$

จะได้ $0 = a(0 - 1)^2 - 8$

ดังนั้น a = 8

นั่นคือ สมการของพาราโบลาที่มีจุดยอดเป็น (1, –8) และผ่านจุดกำเนิด คือ $y = 8(x - 1)^2 - 8$

5. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปดังนี้

สมการของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ เป็นสมการของพาราโบลา ที่มี

จุดยอดอยู่ที่จุด (h, k)

แกนสมมาตรคือเส้นตรง x = h

ค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของ y คือ k

ในกรณีที่ $a > 0$ กราฟของพาราโบลาจะเป็นกราฟพาราโบลาหงาย

กรณีที่ $a < 0$ กราฟของพาราโบลาจะเป็นกราฟพาราโบลาคว่ำ

กิจกรรมรวบยอด

6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 5.2 ง และ 5.2 จ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำ

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 1

การวัดและการประเมิน

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$	แบบฝึกหัด 5.2 ง และ 5.2 จ	แบบฝึกหัด 5.2 ง และ 5.2 จ	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - มุ่งมั่นในการทำงาน	การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะ - ความสามารถในการคิด	แบบฝึกหัด 5.2 ง และ 5.2 จ	แบบฝึกหัด 5.2 ง และ 5.2 จ	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 18

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ฟังก์ชันกำลังสอง (พาราโบลา)

เรื่อง พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$

วิชา คณิตศาสตร์ 5 รหัส ค23101 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 2 ชั่วโมง

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม 3/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชัน กำลังสองในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถเขียนกราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้
2. นักเรียนสามารถบอกจุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุด และแกนสมมาตรของกราฟของสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้
3. นักเรียนสามารถบอกค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของ y จากสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้

สาระสำคัญ

ในการเขียนกราฟสมการของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a , b และ c เป็นค่าคงตัว นิยมเขียนสมการ $y = ax^2 + bx + c$ ให้อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$ โดยการจัดรูปโดยใช้วิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

1. เขียนกราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้
2. บอกจุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดและแกนสมมาตรของกราฟของสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$
3. บอกค่าสุงสุดหรือค่าต่ำสุดของ y จากสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมเข้าสู่บทเรียน

1. ครู และนักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับพาราโบลาที่อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ เป็นสมการของพาราโบลา ที่มี

จุดยอดอยู่ที่จุด (h, k)

แกนสมมาตรคือเส้นตรง x = h

ค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของ y คือ k

ในกรณีที่ $a > 0$ กราฟของพาราโบลาจะเป็นกราฟพาราโบลาหงาย

กรณีที่ $a < 0$ กราฟของพาราโบลาจะเป็นกราฟพาราโบลาคว่ำ

2. ครูใช้คำถามกระตุ้นความคิดนักเรียนว่า นักเรียนมีวิธีการใดในการหาพิกัดของจุดยอดของพาราโบลาที่มีสมการเป็น $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

3. ครูอธิบายว่า ในการเขียนกราฟหรือหาพิกัดของจุดยอดของสมการของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a , b และ c เป็นค่าคงตัว เมื่อ $a \neq 0$ นิยมเขียนสมการ $y = ax^2 + bx + c$ ให้อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$ โดยการจัดรูปโดยใช้วิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์

4. ครูยกตัวอย่างการจัดรูปสมการ $y = ax^2 + bx + c$ ให้อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$ โดยการจัดรูปโดยใช้วิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ ดังนี้

<u>ตัวอย่างที่ 1</u>จงหาจุดต่ำสุดหรือจุดสูงสุดของสมการ $y = x^2 + 6x + 5$

<u>วิธีทำ</u>

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 6x + 5 \\ &= x^2 + 2(3)x + 3^2 - 3^2 + 5 \\ &= [x^2 + 2(3)x + 3^2] - 9 + 5 \\ &= (x + 3)^2 - 9 + 5 \\ &= (x + 3)^2 - 4 \end{aligned}$$

ดังนั้น $y = 2x^2 + 3x + 5$ มีกราฟเป็นพาราโบลาหงาย มีจุดต่ำสุดอยู่ที่ $(-3, -4)$

ตัวอย่างที่ 2จงหาจุดต่ำสุดหรือจุดสูงสุดของสมการ $y = 2x^2 + 3x + 5$

วิธีทำ $y = 2x^2 + 3x + 5$

$$y = 2\left(x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{5}{2} \right)$$

$$= 2\left[\left(x^2 + \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4} \right)^2 \right) - \left(\frac{3}{4} \right)^2 + \frac{5}{2} \right]$$

$$= 2\left[\left(x + \frac{3}{4} \right)^2 - \frac{9}{16} + \frac{40}{16} \right]$$

$$= 2\left(x + \frac{3}{4} \right)^2 + \frac{31}{8}$$

ดังนั้น $y = 2x^2 + 3x + 5$ มีกราฟเป็นพาราโบลาหงาย มีจุดต่ำสุดอยู่ที่ $\left(-\frac{3}{4}, \frac{31}{8} \right)$

7. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปดังนี้ ในการเขียนกราฟสมการของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a , b และ c เป็นค่าคงตัว นิยมเขียนสมการ $y = ax^2 + bx + c$ ให้อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$ โดยการจัดรูปโดยใช้วิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์

กิจกรรมรวบยอด

8. ครูให้นักเรียนทำ แบบฝึกหัด 5.2 ฉ หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เล่ม 1 มัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำ

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 1

การวัดและการประเมิน

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$	แบบฝึกหัด 5.2 ฉ	แบบฝึกหัด 5.2 ฉ	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - มุ่งมั่นในการทำงาน	การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะ - ความสามารถในการคิด	แบบฝึกหัด 5.2 ฉ	แบบฝึกหัด 5.2 ฉ	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 19

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ฟังก์ชันกำลังสอง (พาราโบลา)

เรื่อง พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$

วิชา คณิตศาสตร์ 5 รหัส ค23101 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 2

ชั่วโมง

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม 3/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชัน กำลังสองในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถเขียนกราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้

2. นักเรียนสามารถบอกจุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุด และแกนสมมาตรของกราฟของสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้

3. นักเรียนสามารถบอกค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของ y จากสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้

สาระสำคัญ

พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$

สมการของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ เป็นสมการของพาราโบลาที่มี

จุดยอดอยู่ที่จุด $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$

แกนสมมาตรคือเส้นตรง $x = -\frac{b}{2a}$

ค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของ y คือ $\frac{4ac-b^2}{4a}$

ในกรณีที่ $a > 0$ กราฟของพาราโบลาจะเป็นกราฟพาราโบลาหงาย

กรณีที่ $a < 0$ กราฟของพาราโบลาจะเป็นกราฟพาราโบลาคว่ำ

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

1. เขียนกราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้

2. บอกจุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดและแกนสมมาตรของกราฟของสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$

3. บอกค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของ y จากสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมเข้าสู่บทเรียน

1. ครู และนักเรียนร่วมกันสนทนาว่า ในการเขียนกราฟสมการของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a , b และ c เป็นค่าคงตัว นิยมเขียนสมการ $y = ax^2 + bx + c$ ให้อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$ โดยการจัดรูปโดยใช้วิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์

2. ครูใช้คำถามกระตุ้นความคิดนักเรียนว่า จากตัวอย่างในคาบที่ผ่านมานักเรียนจะพบว่าวิธีการจัดรูปพาราโบลาที่มีสมการเป็น $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$โดยใช้วิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ นั้นค่อนข้างเสียเวลาและมีโอกาสผิดพลาดสูง นักเรียนคิดว่าเราจะใช้ความรู้จากที่ได้เรียนมา ในการหาพิกัดของจุดยอดของพาราโบลาโดยไม่ต้องจัดรูปได้หรือไม่

<u>กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน</u>

3. ครูอธิบายว่า ในการเขียนกราฟหรือหาพิกัดของจุดยอดของสมการของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a , b และ c เป็นค่าคงตัว เมื่อ $a \neq 0$ สามารถหาได้โดยการจัดรูปโดยใช้วิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ ดังนี้

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$$

$$y = a\left[x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{c}{a}-\left(\frac{b}{2a}\right)^2\right]$$

$$y = a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}\right]$$

$$y = a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$$

ซึ่งจะเห็นว่าสมการดังกล่าวอยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$

ดังนั้น $y = a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$ เป็นสมการของพาราโบลา ที่มี

จุดยอดอยู่ที่จุด $\left(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$

แกนสมมาตรคือเส้นตรง $x = -\frac{b}{2a}$

ค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของ y คือ $\frac{4ac-b^2}{4a}$

ในกรณีที่ $a > 0$ กราฟของพาราโบลาจะเป็นกราฟพาราโบลาหงาย

กรณีที่ $a < 0$ กราฟของพาราโบลาจะเป็นกราฟพาราโบลาคว่ำ

4. ครูยกตัวอย่างการหาส่วนประกอบต่าง ๆ ของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ ดังนี้

<u>ตัวอย่างที่ 1</u>

จงหาจุดยอดของพาราโบลาที่มีสมการ $y = 2x^2 + x - 5$

<u>วิธีทำ</u> จาก $y = ax^2 + bx + c$ เป็นสมการของพาราโบลา ที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด $\left(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$

พิจารณา $y = 2x^2 + x - 5$ มีค่า $a = 2$, $b = 1$ และ $c = -5$

ดังนั้น $y = 2x^2 + x - 5$ เป็นสมการของพาราโบลา ที่มีจุดยออยู่ที่จุด

$$\left(-\frac{1}{2(2)},\ \frac{4(2)(-5)-(1)^2}{4(2)}\right) = \left(-\frac{1}{4},\ \frac{-41}{8}\right)$$

นั่นคือ $y = 2x^2 + x - 5$ เป็นสมการของพาราโบลา ที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด $\left(-\frac{1}{4},\ \frac{-41}{8}\right)$

ตัวอย่างที่ 2

จงหาจุดต่ำสุดหรือจุดสูงสุดของสมการ $y = 4x^2 - 25$

วิธีทำ จาก $y = ax^2 + bx + c$ เป็นสมการของพาราโบลา ที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$

พิจารณา $y = 4x^2 - 25$ มีค่า a = 4 , b = 0 และ c = –25

ดังนั้น $y = 4x^2 - 25$ เป็นสมการของพาราโบลา ที่มีจุดยออยู่ที่จุด

$$\left(-\frac{0}{2(4)}, \frac{4(4)(-25)-(0)^2}{4(4)}\right) = (0, -25)$$

นั่นคือ $y = 4x^2 - 25$ เป็นสมการของพาราโบลา ที่มีจุดต่ำสุดอยู่ที่จุด $(0, -25)$

ตัวอย่างที่ 3

จงหาส่วนประกอบต่าง ๆของพาราโบลาสมการ $y = -x^2 + 10x - 24$ พร้อมทั้งวาดกราฟ

วิธีทำ จาก $y = a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac-b^2}{4a}$ เป็นสมการของพาราโบลา ที่มี

จุดยอดอยู่ที่จุด $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$

แกนสมมาตรคือเส้นตรง $x = -\frac{b}{2a}$

ค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของ y คือ $\frac{4ac-b^2}{4a}$

พิจารณา $y = -x^2 + 10x - 24$ มีค่า a = –1 , b = 10 และ c = –24

ดังนั้น $y = -x^2 + 10x - 24$ เป็นสมการของพาราโบลา ที่มี

จุดยออยู่ที่จุด $\left(-\frac{10}{2(-1)}, \frac{4(-1)(-24)-(10)^2}{4(-1)}\right) = (5, 1)$

แกนสมมาตรคือเส้นตรง x = 5

ค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของ y คือ 1

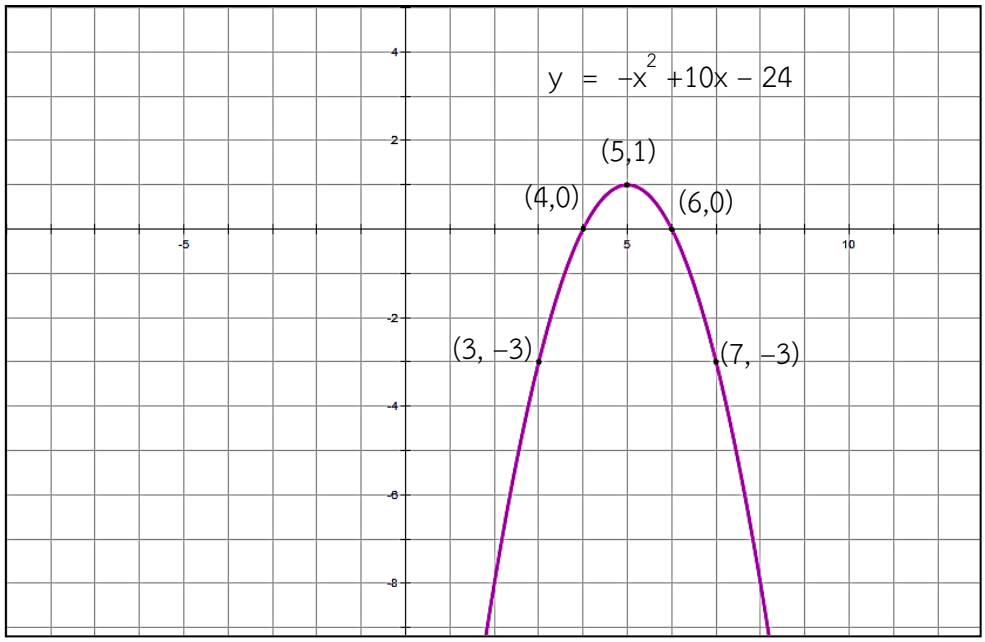
นั่นคือ $y = -x^2 + 10x - 24$ เป็นสมการของพาราโบลา ที่มีจุดยออยู่ที่จุด $(5, 1)$

แกนสมมาตรคือเส้นตรง x = 5 และค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของ y คือ 1

พิจารณา

x	3	4	5	6	7
y	–3	0	1	0	–3

นำข้อมูลจากตารางมาวาดกราฟได้ดังนี้



7. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปดังนี้ สมการของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ เป็นสมการของพาราโบลา ที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$ แกนสมมาตรคือเส้นตรง $x = -\frac{b}{2a}$ และ ค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของ y คือ $\frac{4ac-b^2}{4a}$

ในกรณีที่ $a > 0$ กราฟของพาราโบลาจะเป็นกราฟพาราโบลาหงาย

กรณีที่ $a < 0$ กราฟของพาราโบลาจะเป็นกราฟพาราโบลาคว่ำ

กิจกรรมรวบยอด

8. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 5.2ฉ หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 1 มัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำ

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 1

การวัดและการประเมิน

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ พาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$	แบบฝึกหัด 5.2ฉ	แบบฝึกหัด 5.2ฉ	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - มุ่งมั่นในการทำงาน	การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะ - ความสามารถในการคิด	แบบฝึกหัด 5.2ฉ	แบบฝึกหัด 5.2ฉ	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 20

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

วิชา คณิตศาสตร์ 5 รหัส ค23101 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 1 ชั่วโมง

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม 3/3 ประยุกต์ใช้ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถอ่านและแปลความหมายของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้
2. นักเรียนสามารถหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้
3. นักเรียนสามารถเขียนกราฟแสดงคำตอบได้

สาระสำคัญ

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

กำหนดให้ a, b, c, d, e และ f เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่ a, b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน และ c, d ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน เรียกระบบที่ประกอบด้วยสมการว่า ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

$$\left.\begin{aligned} ax + by &= e \\ cx + dy &= f \end{aligned}\right\} \text{ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร}$$

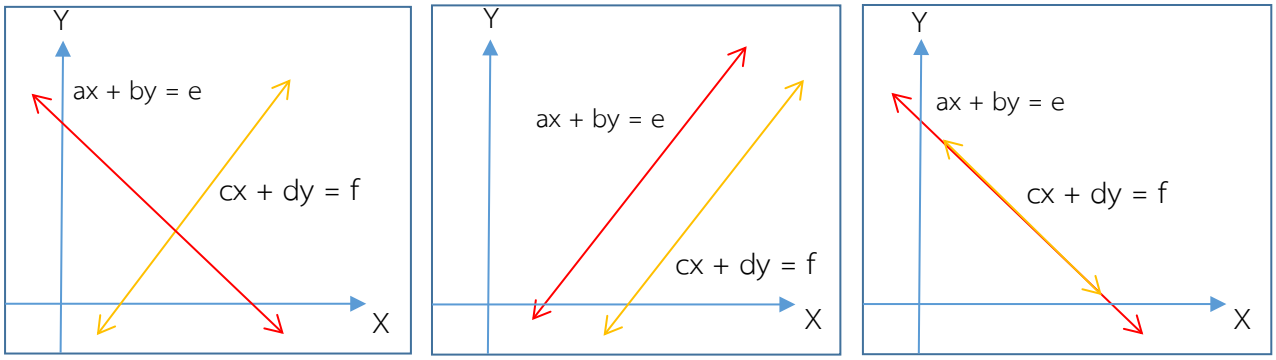
กล่าวคือ ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรดังกล่าว มี x และ y เป็นตัวแปร

a และ b เป็นสัมประสิทธิ์ของ x , c และ d เป็นสัมประสิทธิ์ของ y

การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยการเขียนกราฟ

คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ คู่อันดับ (x, y) ที่สอดคล้องกับสมการทั้งสอง หรือ คู่อันดับ (x, y) ที่ค่า x และค่า y ทำให้สมการทั้งสองของระบบสมการเป็นจริง

การใช้กราฟในการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรแยกพิจารณาเป็น 3 กรณี ดังนี้



<u>กรณีที่ 1</u> มีคำตอบเดียว กล่าวคือ กรณีที่เขียนกราฟแล้วเส้นตรงทั้งสองตัดกันเพียงจุดเดียว

<u>กรณีที่ 2</u> มีคำตอบมากมายไม่จำกัด กล่าวคือ กรณีที่เขียนกราฟแล้วเส้นตรงทั้งสองทับกันสนิท

<u>กรณีที่ 3</u> ไม่มีคำตอบ กล่าวคือ กรณีที่เขียนกราฟแล้วเส้นตรงทั้งสองเป็นเส้นตรงขนานกัน

สาระการเรียนรู้

ความรู้

1. อ่านและแปลความหมายของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้
2. หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้
3. เขียนกราฟแสดงคำตอบได้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

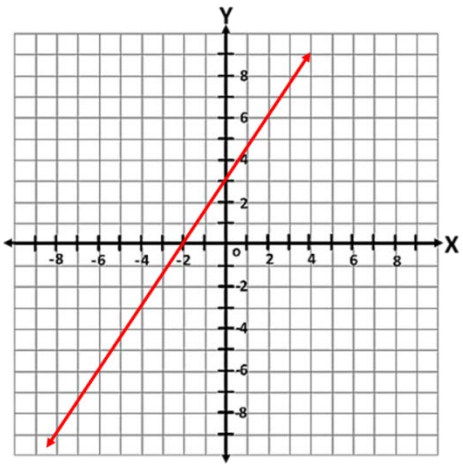
1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

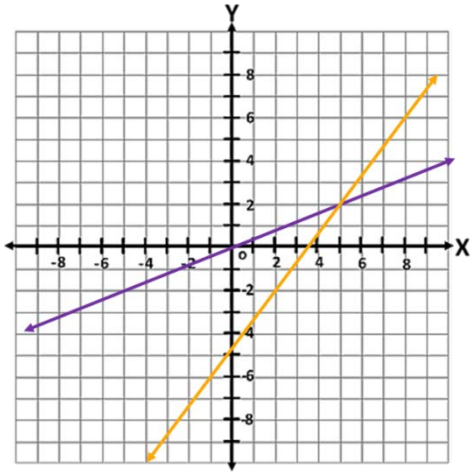
<u>กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน</u>

1. ครูทบทวน เรื่อง กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เรียนผ่านมาแล้วในบทที่ 2 แล้วใช้คำถามดังนี้

จากที่นักเรียนได้เรียนเรื่องกราฟมานักเรียนคิดว่าคู่อันดับ (x, y) ใดสอดคล้องกับสมการของกราฟ



คู่อันดับที่สอดคล้องกับสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของกราฟทั้งสองคือคู่อันดับใด



<u>กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน</u>

2. ครูให้นักเรียนพิจารณาข้อความที่ว่า “เศษสามส่วนสี่ของผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 57 และสามเท่าของจำนวนน้อย มากกว่าจำนวนมากอยู่ 40 จงหาทั้งสองจำนวนนั้น”

กำหนดให้ x แทน จำนวนน้อย

y แทน จำนวนมาก

จะได้ $\frac{3}{4}(x + y) = 57$ ---------- (1)

$3x - y = 40$ ---------- (2)

3. ครูอธิบายว่า ถ้ากำหนดให้ a, b, c, d, e และ f เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่ a, b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน และ c, d ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน เรียกระบบที่ประกอบด้วยสมการว่า ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร พิจารณา

$$\left.\begin{aligned} ax + by &= e \\ cx + dy &= f \end{aligned}\right\}$$ ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

กล่าวคือ ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรดังกล่าว มี x และ y เป็นตัวแปร

a และ b เป็นสัมประสิทธิ์ของ x

c และ d เป็นสัมประสิทธิ์ของ y

คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ คู่อันดับ (x, y) ที่สอดคล้องกับสมการทั้งสอง หรือ คู่อันดับ (x, y) ที่ค่า x และค่า y ทำให้สมการทั้งสองของระบบสมการเป็นจริง

4. ครูอธิบายตัวอย่างการใช้กราฟในการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรว่ามีการแยกพิจารณาเป็น 3 กรณี ดังนี้

<u>ตัวอย่าง 1</u>

<u>กรณีที่ 1</u> มีคำตอบเดียว กล่าวคือ กรณีที่เขียนกราฟแล้วเส้นตรงทั้งสองตัดกันเพียงจุดเดียว จงใช้กราฟในการหาคำตอบของระบบสมการ

$$x + y = 1 \quad .....(1)$$

$$2x - 3y = 2 \quad .....(2)$$

<u>วิธีทำ</u> จาก $x + y = 1$ จะได้ $y = 1 - x$

$2x - 3y = 2$ จะได้ $y = \frac{2x-2}{3}$

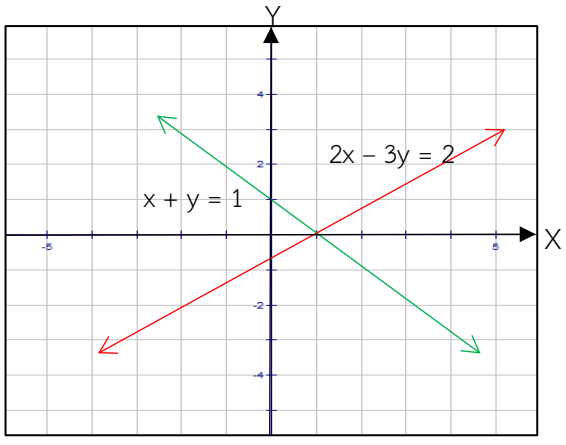
$y = 1 - x$

x	–1	0	1
y	2	1	0

$y = \frac{2x-2}{3}$

x	–2	1	4
y	–2	0	2

จากตารางแสดงค่า x, y ทั้งสองสามารถวาดกราฟได้ดังนี้



ครูให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น ว่า คำตอบของระบบสมการพิจารณาได้จากส่วนใด แล้วจึงอธิบายว่า คำตอบของระบบสมการคือ จุดตัดของกราฟทั้งสองนั่นเอง

เนื่องจาก จุดตัดของกราฟทั้งสอง คือ (1, 0)

ดังนั้น ระบบสมการนี้มีคำตอบเพียงคำตอบเดียว คือ (1, 0)

ตัวอย่าง 2

กรณีที่ 2 มีคำตอบมากมายไม่จำกัด กล่าวคือ กรณีที่เขียนกราฟแล้วเส้นตรงทั้งสองทับกัน จงใช้กราฟในการหาคำตอบของระบบสมการ

$$x - y = 2 \quad .....(1)$$

$$3x - 3y = 6 \quad .....(2)$$

วิธีทำ จาก $x - y = 2$ จะได้ $y = x - 2$

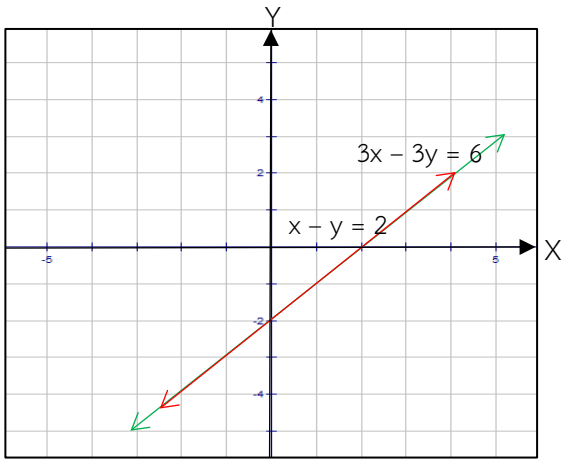
$3x - 3y = 6$ จะได้ $y = \frac{3x-6}{3}$

$y = x - 2$ $y = \frac{3x-6}{3}$

x	-2	0	4
y	-4	-2	2

x	-1	0	1
y	-3	-2	-1

จากตารางแสดงค่า x, y ทั้งสองสามารถวาดกราฟได้ดังนี้



เนื่องจาก กราฟของสมการทั้งสองเป็นเส้นตรงซึ่งทับกัน

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการนี้มีมากมายไม่จำกัด อยู่ในรูป (x, x – 2) เมื่อ x แทนจำนวนจริงใด ๆ นั่นคือ ระบบสมการนี้ มีคำตอบมากมายไม่จำกัด

ตัวอย่าง 3

กรณีที่ 3 ไม่มีคำตอบ กล่าวคือ กรณีที่เขียนกราฟแล้วเส้นตรงทั้งสองเป็นเส้นตรงขนานกัน จงใช้กราฟในการหาคำตอบของระบบสมการ

$$x - 2y = 3 \quad .....(1)$$

$$2x - 4y = 8 \quad .....(2)$$

วิธีทำ จาก $x - 2y = 3$ จะได้ $y = \frac{x-3}{2}$

$2x - 4y = 8$ จะได้ $y = \frac{2x-8}{4}$

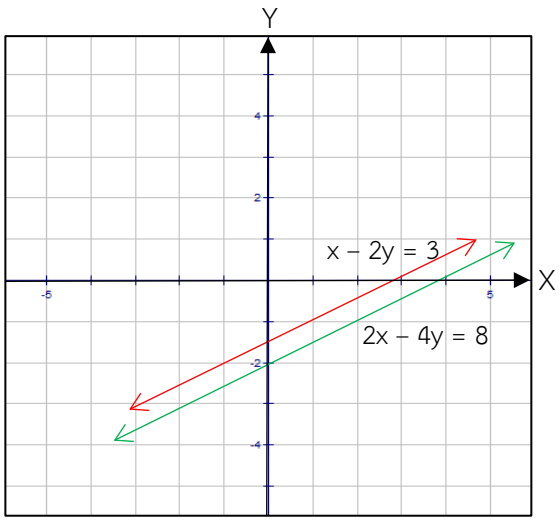
$y = \frac{x-3}{2}$

x	-1	1	3
y	-2	-1	0

$y = \frac{2x-8}{4}$

x	0	2	4
y	-2	-1	0

จากตารางแสดงค่า x, y ทั้งสองสามารถวาดกราฟได้ดังนี้



เนื่องจาก กราฟของสมการทั้งสองเป็นเส้นตรงที่ขนานกัน จึงไม่มีจุดตัด

ดังนั้น ระบบสมการนี้ไม่มีคำตอบ

<u>กิจกรรมความคิดรวบยอด</u>

4. ครู และนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ดังนี้

คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ คู่อันดับ (x, y) ที่สอดคล้องกับสมการทั้งสอง หรือ คู่อันดับ (x, y) ที่ค่า x และค่า y ทำให้สมการทั้งสองของระบบสมการเป็นจริง

การใช้กราฟในการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรแยกพิจารณาเป็น 3 กรณี ดังนี้

<u>กรณีที่ 1</u> กรณีที่เขียนกราฟแล้วเส้นตรงทั้งสองตัดกันเพียงจุดเดียวจะได้ว่าคำตอบของระบบสมการมีคำตอบเดียว

<u>กรณีที่ 2</u> กรณีที่เขียนกราฟแล้วเส้นตรงทั้งสองทับกันสนิทจะได้ว่าคำตอบของระบบสมการมีคำตอบมากมายไม่จำกัด

<u>กรณีที่ 3</u> กรณีที่เขียนกราฟแล้วเส้นตรงทั้งสองเป็นเส้นตรงขนานกันจะได้ว่าไม่มีคำตอบของระบบสมการ

5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.1 และ Exersice2 (unit 2) เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำ

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 1

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	- แบบฝึกหัด1.1 - Exersice2 (unit 2)	- แบบฝึกหัด1.1 - Exersice2 (unit 2)	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ
ตัวชี้วัด ค 1.3 ม 3/3 ประยุกต์ใช้ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	- แบบฝึกหัด1.1 - Exersice2 (unit 2)	- แบบฝึกหัด1.1 - Exersice2 (unit 2)	- สามารถอ่านและแปลความหมายของกราฟของระบบสมการเช้งเส้นได้ - สามารถหาคำตอบ เขียนกราฟและบอกลักษณะของกราฟของสมการเชิงเส้นได้
คุณลักษณะ - มุ่งมั่นในการทำงาน	การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะสำคัญ - ความสามารถในการคิด	- แบบฝึกหัด1.1 - Exersice2 (unit 2)	- แบบฝึกหัด1.1 - Exersice2 (unit 2)	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 21

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

วิชา คณิตศาสตร์ 5 รหัส ค23101 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 2 ชั่วโมง

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม 3/3 ประยุกต์ใช้ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

สาระสำคัญ

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร นอกจากการใช้กราฟในการหาคำตอบของระบบสมการชิงเส้นสองตัวแปรแล้ว สามารถหาคำตอบของระบบสมการโดยใช้วิธีการแทนค่า และการกำจัดตัวแปร

สำหรับวิธีแทนค่าตัวแปร ให้เลือกมา 1 สมการแล้วจัดรูปให้ตัวแปรหนึ่งอยู่ในรูปของอีกตัวแปรหนึ่ง นำสมการที่จัดรูปแล้วไปแทนค่าตัวแปรในสมการที่เหลือ

สำหรับวิธีกำจัดตัวแปร ให้ทำสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งให้เท่ากัน แล้วกำจัดตัวแปรที่สัมประสิทธิ์เท่ากันนั้นโดยนำสมการเชิงเส้นทั้งสองมาบวกหรือลบกัน

การแก้ระบบสมการด้วยวิธีการแทนค่า

วิธีแก้สมการโดยวิธีแทนค่า มีวิธีทำดังนี้

ขั้นที่ 1 เลือกสมการ (1) หรือ (2) เขียนตัวแปรหนึ่งในรูปของตัวแปรอีกตัวหนึ่ง เช่น เขียน x ในรูปของ y หรือเขียน y ในรูปของ x แล้วแต่สะดวก

ขั้นที่ 2 สมการที่ได้จากการจัดรูปในขั้นที่ 1 แทนค่าตัวแปรนั้นในอีกสมการหนึ่ง

ขั้นที่ 3 แก้สมการในขั้นที่ 2 จะได้ค่าของตัวแปรหนึ่ง

ขั้นที่ 4 นำค่าของตัวแปรหนึ่งที่หาได้ไปแทนค่าสมการในขั้นที่ 1 จะได้ค่าของตัวแปรอีกตัวหนึ่ง นำค่าของตัวแปรทั้งสองเขียนเป็นคู่อันดับจะเป็นคำตอบของระบบสมการ

สาระการเรียนรู้

ความรู้

1. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้
2. เขียนกราฟแสดงคำตอบได้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

<u>กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน</u>

1. ครูทบทวนการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีการเขียนกราฟถ้ากราฟตัดกันลักษณะคำตอบของระบบสมการจะมีคำตอบเดียว ถ้ากราฟทับกันลักษณะคำตอบของระบบสมการจะมีมากมาย และถ้ากราฟขนานกันลักษณะคำตอบของระบบสมการไม่มีคำตอบ
2. ครูอธิบายการหาคำตอบของระบบสมการสองตัวแปรนอกจากจะหาคำตอบได้จากการเขียนกราฟ ซึ่งการเขียนกราฟเป็นการหาคำตอบไม่แน่นอนเสมอไป จึงมีวิธีที่สะดวกและรวดเร็วกว่า ซึ่งก็คือการหาคำตอบของระบบสมการโดยการแทนค่าและการกำจัดตัวแปร

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

1. ครูอธิบายหลักการหาตำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่า มีหลักการดังนี้

วิธีแก้สมการโดยวิธีแทนค่า มีวิธีทำดังนี้

ขั้นที่ 1 เลือกสมการ (1) หรือ (2) เขียนตัวแปรหนึ่งในรูปของตัวแปรอีกตัวหนึ่ง เช่น เขียน x ในรูปของ y หรือเขียน y ในรูปของ x แล้วแต่สะดวก

ขั้นที่ 2 สมการที่ได้จากการจัดรูปในขั้นที่ 1 แทนค่าตัวแปรนั้นในอีกสมการหนึ่ง

ขั้นที่ 3 แก้สมการในขั้นที่ 2 จะได้ค่าของตัวแปรหนึ่ง

ขั้นที่ 4 นำค่าของตัวแปรหนึ่งที่หาได้ไปแทนค่าสมการในขั้นที่ 1 จะได้ค่าของตัวแปรอีกตัวหนึ่ง นำค่าของตัวแปรทั้งสองเขียนเป็นคู่อันดับจะเป็นคำตอบของระบบสมการ

2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยใช้คำถามถาม – ตอบกับนักเรียนแล้วร่วมกันแสดงวิธีทำตัวอย่างที่ 1 โดยครูเขียนขั้นตอนและวิธีทำบนกระดาน แล้วครูเดินสังเกตและคอยให้คำปรึกษากับนักเรียนในระหว่างทำ

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้ระบบสมการ $x+y=16$ และ $y=x+2$

วิธีทำ

$$x+y = 16 \quad \text{.....(1)}$$

$$y = x+2 \quad \text{.....(2)}$$

ขั้นที่ 1 เลือกสมการที่ (2) จะได้ $y = x+2$

ขั้นที่ 2 แทนค่า y ในสมการ (1)

จะได้ $x+(x+2) = 16$

ขั้นที่ 3 แก้สมการ จะได้ $2x+2 = 16$

$$2x = 14$$

$$x = \frac{14}{2}$$

$$x = 7$$

ขั้นที่ 4 แทนค่า $x=7$ ใน (2)

$$y = 7+2$$

$$y = 9$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า $x=7$ และ $y=9$ ใน (1)

$7+9 = 16$

$16 = 16$ เป็นจริง

แทนค่า $x=7$ และ $y=9$ ใน (2)

$9 = 7+2$

$9 = 9$ เป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ (7,9)

3. ครูให้นักเรียนทำตัวอย่างที่ 2 ด้วยตนเอง โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม โดยให้นักเรียนกลุ่มที่ 1 หาค่าของ y ในเทอมของ x และนักเรียนกลุ่มที่ 2 หาค่าของ x ในเทอมของ y เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้ว ให้ส่งตัวแทนแต่ละกลุ่มออกมาเฉลยบนหน้ากระดานแล้วครูกับนักเรียนที่เหลือเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้ระบบสมการ $x+y=20$ และ $x=y-4$

วิธีทำ

$$x+y=20 \quad \text{.....(1)}$$

$$x=y-4 \quad \text{.....(2)}$$

ขั้นที่ 1 เลือกสมการที่ (1) จะได้ $x=y-4$

ขั้นที่ 2 แทนค่า x ในสมการ (1)

จะได้ $(y-4)+y=20$

ขั้นที่ 3 แก้สมการ จะได้ $2y-4=20$

$$2y=24$$

$$y=\frac{24}{2}$$

$$y=12$$

ขั้นที่ 4 แทนค่า $y=12$ ใน (2)

$$x=12-4$$

$$x=8$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า $x=8$ และ $y=12$ ใน (1)

$8+12=20$

$20=20$ เป็นจริง

แทนค่า $x=8$ และ $y=12$ ใน (2)

$8=12-4$

$8=8$ เป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ (8,12)

ขั้นสรุป

1. ครูสุ่มนักเรียน 1 คนสรุปคำตอบของระบบสมการด้วยวิธีการแทนค่าตัวแปร

   การแก้ระบบสมการด้วยวิธีการแทนค่า วิธีแก้สมการโดยวิธีแทนค่า มีวิธีทำดังนี้

   ขั้นที่ 1 เลือกสมการ (1) หรือ (2) เขียนตัวแปรหนึ่งในรูปของตัวแปรอีกตัวหนึ่ง เช่น เขียน x ในรูปของ y หรือเขียน y ในรูปของ x แล้วแต่สะดวก

   ขั้นที่ 2 สมการที่ได้จากการจัดรูปในขั้นที่ 1 แทนค่าตัวแปรนั้นในอีกสมการหนึ่ง

   ขั้นที่ 3 แก้สมการในขั้นที่ 2 จะได้ค่าของตัวแปรหนึ่ง

   ขั้นที่ 4 นำค่าของตัวแปรหนึ่งที่หาได้ไปแทนค่าสมการในขั้นที่ 1 จะได้ค่าของตัวแปรอีกตัวหนึ่ง นำค่าของตัวแปรทั้งสองเขียนเป็นคู่อันดับจะเป็นคำตอบของระบบสมการ

2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.2 และ Exersice3 (unit 2) เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำ

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 1

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	- แบบฝึกหัด1.2 - Exersice3 (unit 2)	- แบบฝึกหัด1.2 - Exersice3 (unit 2)	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ
ตัวชี้วัด ค 1.3 ม 3/3 ประยุกต์ใช้ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	- แบบฝึกหัด1.2 - Exersice3 (unit 2)	- แบบฝึกหัด1.2 - Exersice3 (unit 2)	- สามารถอ่านและแปลความหมายของกราฟของระบบสมการเช้งเส้นได้ - สามารถหาคำตอบ เขียนกราฟและบอกลักษณะของกราฟของสมการเชิงเส้นได้
คุณลักษณะ - มุ่งมั่นในการทำงาน	การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะสำคัญ - ความสามารถในการคิด	- แบบฝึกหัด1.2 - Exersice3 (unit 2)	- แบบฝึกหัด1.2 - Exersice3 (unit 2)	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 22

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

วิชา คณิตศาสตร์ 5 รหัส ค23101 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 1 ชั่วโมง

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม 3/3 ประยุกต์ใช้ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

สาระสำคัญ

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร นอกจากการใช้กราฟในการหาคำตอบของระบบสมการชิงเส้นสองตัวแปรแล้ว สามารถหาคำตอบของระบบสมการโดยใช้วิธีการแทนค่า และการกำจัดตัวแปร

สำหรับวิธีแทนค่าตัวแปร ให้เลือกมา 1 สมการแล้วจัดรูปให้ตัวแปรหนึ่งอยู่ในรูปของอีกตัวแปรหนึ่ง นำสมการที่จัดรูปแล้วไปแทนค่าตัวแปรในสมการที่เหลือ

สำหรับวิธีกำจัดตัวแปร ให้ทำสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งให้เท่ากัน แล้วกำจัดตัวแปรที่สัมประสิทธิ์เท่ากันนั้นโดยนำสมการเชิงเส้นทั้งสองมาบวกหรือลบกัน

การแก้ระบบสมการด้วยวิธีการแทนค่า

วิธีแก้สมการโดยวิธีแทนค่า มีวิธีทำดังนี้

ขั้นที่ 1 เลือกสมการ (1) หรือ (2) เขียนตัวแปรหนึ่งในรูปของตัวแปรอีกตัวหนึ่ง เช่น เขียน x ในรูปของ y หรือเขียน y ในรูปของ x แล้วแต่สะดวก

ขั้นที่ 2 สมการที่ได้จากการจัดรูปในขั้นที่ 1 แทนค่าตัวแปรนั้นในอีกสมการหนึ่ง

ขั้นที่ 3 แก้สมการในขั้นที่ 2 จะได้ค่าของตัวแปรหนึ่ง

ขั้นที่ 4 นำค่าของตัวแปรหนึ่งที่หาได้ไปแทนค่าสมการในขั้นที่ 1 จะได้ค่าของตัวแปรอีกตัวหนึ่ง นำค่าของตัวแปรทั้งสองเขียนเป็นคู่อันดับจะเป็นคำตอบของระบบสมการ

สาระการเรียนรู้

ความรู้

1. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้
2. เขียนกราฟแสดงคำตอบได้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

<u>กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน</u>

1.ครูทบทวนการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีการเขียนกราฟถ้ากราฟตัดกัน ลักษณะคำตอบของระบบสมการจะมีคำตอบเดียว ถ้ากราฟทับกันลักษณะคำตอบของระบบสมการจะมีมากมาย และถ้ากราฟขนานกันลักษณะคำตอบของระบบสมการไม่มีคำตอบ

2.ครูอธิบายการหาคำตอบของระบบสมการสองตัวแปรนอกจากจะหาคำตอบได้จากการเขียนกราฟซึ่งการเขียนกราฟเป็นการหาคำตอบไม่แน่นอนเสมอไป จึงมีวิธีที่สะดวกและรวดเร็วกว่า ซึ่งก็คือการหาคำตอบของระบบสมการโดยการแทนค่าและการกำจัดตัวแปร

<u>กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน</u>

3.ครูอธิบายหลักการหาตำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่า มีหลักการดังนี้ วิธีแก้สมการโดยวิธีแทนค่า มีวิธีทำดังนี้

ขั้นที่ 1 เลือกสมการ (1) หรือ (2) เขียนตัวแปรหนึ่งในรูปของตัวแปรอีกตัวหนึ่ง เช่น เขียน x ในรูปของ y หรือเขียน y ในรูปของ x แล้วแต่สะดวก

ขั้นที่ 2 สมการที่ได้จากการจัดรูปในขั้นที่ 1 แทนค่าตัวแปรนั้นในอีกสมการหนึ่ง

ขั้นที่ 3 แก้สมการในขั้นที่ 2 จะได้ค่าของตัวแปรหนึ่ง

ขั้นที่ 4 นำค่าของตัวแปรหนึ่งที่หาได้ไปแทนค่าสมการในขั้นที่ 1 จะได้ค่าของตัวแปรอีกตัวหนึ่ง นำค่าของตัวแปรทั้งสองเขียนเป็นคู่อันดับจะเป็นคำตอบของระบบสมการ

4. ครูยกตัวอย่างที่ 3 โดยใช้คำถามถาม – ตอบกับนักเรียนแล้วร่วมกันแสดงวิธีทำตัวอย่างที่ 3 โดยครูเขียนขั้นตอนและวิธีทำบนกระดาน แล้วครูเดินสังเกตและคอยให้คำปรึกษากับนักเรียนในระหว่างทำตัวอย่างที่ 3

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้ระบบสมการ $x+y=12$ และ $2x-y=3$

<u>วิธีทำ</u>

$$x+y=12 \quad \text{..... (1)}$$

$$2x-y=3 \quad \text{..... (2)}$$

ขั้นที่ 1 เลือกสมการที่ (1) จะได้ $y = -x+12$

ขั้นที่ 2 แทนค่า y ในสมการ (2)

จะได้ $2x-(-x+12) = 3$

ขั้นที่ 3 แก้สมการ จะได้ $2x+x-12 = 3$

$$3x-12 = 3$$
$$3x = 3+12$$
$$3x = 15$$
$$x = 5$$

ขั้นที่ 4 แทนค่า $x=5$ ใน (1)

$$5+y = 12$$
$$y = 12-5$$
$$y = 7$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า $x=5$ และ $y=7$ ใน (1)

$5+7 = 12$

$12 = 12$ เป็นจริง

แทนค่า $x=5$ และ $y=7$ ใน (2)

$2(5)-7 = 3$

$3 = 3$ เป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ (5,7)

5. ครูให้นักเรียนทำตัวอย่างที่ 4 - 5 ด้วยตนเอง โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม โดยให้นักเรียนกลุ่มที่ 1 หาค่าของ y ในเทอมของ x และนักเรียนกลุ่มที่ 2 หาค่าของ x ในเทอมของ y เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้ว ให้ส่งตัวแทนแต่ละกลุ่มออกมาเฉลยบนหน้ากระดานแล้วครูกับนักเรียนที่เหลือเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 4 จงแก้ระบบสมการ $2x+y=3$ และ $4x+2y=6$

<u>วิธีทำ</u>

$$2x+y=3$$

$$4x+2y=6 \quad \text{..... (2)}$$

ขั้นที่ 1 เลือกสมการที่ (1) จะได้ $y = -2x+3$

ขั้นที่ 2 แทนค่า y ในสมการ (2)

จะได้ $4x + 2(-2x + 3) = 6$

ขั้นที่ 3 แก้สมการ จะได้ $4x - 4x + 6 = 6$

$6 = 6$

จะเห็นว่าถ้านำสมการ (1) คูณ 2 เข้าทั้งสองข้างของสมการ จะได้ว่า สมการ (1) เป็นสมการเดียวกันกับ สมการ (2) แสดงว่าสมการ (1) และสมการ (2) มีคำตอบเหมือนกัน และมีคำตอบมากมายไม่จำกัด หาคู่อันดับที่เป็นคำตอบของระบบสมการนี้ได้จากสมการใดสมการหนึ่ง ดังนี้

จากสมการ (1) $2x + y = 3$

$y = 3 - 2x$

ดังนั้น ระบบสมการนี้มีคำตอบมากมายไม่จำกัดอยู่ในรูป $(x, 3 - 2x)$ เมื่อ x แทนจำนวนใด ๆ

ตัวอย่างที่ 5 จงแก้ระบบสมการ $x + 2y = 4$ และ $2x - 3y = 1$

<u>วิธีทำ</u>

$x + 2y = 4$ ..... (1)

$2x - 3y = 1$ ..... (2)

ขั้นที่ 1 เลือกกำจัดตัวแปร x ต้องทำสัมประสิทธิ์ให้เท่ากัน โดย

(1) $\times 2$; $2x + 4y = 8$ ..... (3)

ขั้นที่ 2 จะได้ (3) - (2) ; $2x - 3y = 1$

$(2x + 4y) - (2x - 3y) = 8 - 1$

$7y = 7$

$y = 1$

ขั้นที่ 3 แทนค่า $y = 1$ ใน (1)

$x + 2(1) = 4$

$x = 2$

ตรวจคำตอบ แทนค่า $x = 2$ และ $y = 1$ ใน (1)

$2 + 2(1) = 4$

$4 = 4$ เป็นจริง

แทนค่า $x = 2$ และ $y = 1$ ใน (2)

$2(2) - 3(1) = 1$

$1 = 1$ เป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ (1,8)

6. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยบนหน้ากระดาน โดยครูและนักเรียนที่เหลือเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง หากมีข้อผิดพลาดครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อหาคำตอบที่ถูกต้อง

<u>ความคิดรวบยอด</u>

3. ครูสรุปคำตอบของระบบสมการด้วยวิธีการแทนค่าตัวแปร

   การแก้ระบบสมการด้วยวิธีการแทนค่า วิธีแก้สมการโดยวิธีแทนค่า มีวิธีทำดังนี้

   ขั้นที่ 1 เลือกสมการ (1) หรือ (2) เขียนตัวแปรหนึ่งในรูปของตัวแปรอีกตัวหนึ่ง เช่น เขียน x ในรูปของ y หรือเขียน y ในรูปของ x แล้วแต่สะดวก

   ขั้นที่ 2 สมการที่ได้จากการจัดรูปในขั้นที่ 1 แทนค่าตัวแปรนั้นในอีกสมการหนึ่ง

   ขั้นที่ 3 แก้สมการในขั้นที่ 2 จะได้ค่าของตัวแปรหนึ่ง

   ขั้นที่ 4 นำค่าของตัวแปรหนึ่งที่หาได้ไปแทนค่าสมการในขั้นที่ 1 จะได้ค่าของตัวแปรอีกตัวหนึ่ง นำค่าของตัวแปรทั้งสองเขียนเป็นคู่อันดับจะเป็นคำตอบของระบบสมการ

4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.2 และ Exersice3 (unit 2) เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำ

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 1

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	- แบบฝึกหัด1.2 - Exersice3 (unit 2)	- แบบฝึกหัด1.2 - Exersice3 (unit 2)	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ
ตัวชี้วัด ค 1.3 ม 3/3 ประยุกต์ใช้ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	- แบบฝึกหัด1.2 - Exersice3 (unit 2)	- แบบฝึกหัด1.2 - Exersice3 (unit 2)	- สามารถหาคำตอบ เขียนกราฟและบอกลักษณะของกราฟของสมการเชิงเส้นได้
คุณลักษณะ - ใฝ่เรียนรู้ - มุ่งมั่นในการทำงาน	การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะสำคัญ - ความสามารถในการคิด	- แบบฝึกหัด1.2 - Exersice3 (unit 2)	- แบบฝึกหัด1.2 - Exersice3 (unit 2)	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 23

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

วิชา คณิตศาสตร์ 5 รหัส ค23101 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 2 ชั่วโมง

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม 3/3 ประยุกต์ใช้ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นำความรู้เกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้ในการแก้ปัญหา

สาระสำคัญ

ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จะต้องอ่านโจทย์ให้เข้าใจและกำหนดตัวแปรสองตัวที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ถาม แล้วสร้างระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยเขียนความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งสอง แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สรุปคำตอบ และตรวจสอบคำตอบ

<u>วิธีการคิด</u> **ขั้นที่ 1** อ่านโจทย์ และทำความเข้าใจเกี่ยวกับโจทย์ เป็นขั้นวิเคราะห์โจทย์ปัญหา

- โจทย์ถามอะไร
- โจทย์กำหนดอะไร

ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรแทนจำนวนที่ต้องการทราบ 2 ตัว แทนสิ่งที่โจทย์ต้องการหา

ขั้นที่ 3 เขียนระบบสมการจากข้อความตามโจทย์กำหนด

ขั้นที่ 4 แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบ

สาระการเรียนรู้

ความรู้

1. แก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

<u>กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน</u>

1. ครูสนทนากับนักเรียนถึงเรื่องการแก้โจทย์ปัญหาของสมการที่เคยเรียนมาว่าต้องมีวิธีการทำอย่างไร
2. ต่อจากนั้นครูกล่าวว่า การแก้โจทย์ปัญหาของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จะต้องมีการกำหนดตัวแปรแทนตัวไม่ทราบค่า คือ x และ y แล้วจึงใช้ความรู้เรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นมาช่วยในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา จากนั้นครูนำเสนอตัวอย่างเพื่อประกอบความเข้าใจ

<u>กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน</u>

1. ครูยกตัวอย่างของการเขียนข้อความในรูปสมการ โดยมี x และ y เป็นตัวแปร

   “ครึ่งหนึ่งของจำนวนหนึ่งเป็นห้าเท่าของอีกจำนวนหนึ่ง”
2. ครูซักถามนักเรียนว่า เราจะเขียนข้อความดังกล่าวให้อยู่ในรูปสมการได้อย่างไร
3. อภิปรายกันจนได้ข้อสรุปว่า เรากำหนดให้จำนวนหนึ่งเป็น x และอีกจำนวนหนึ่งเป็น y

ดังนั้น ครึ่งหนึ่งของจำนวนหนึ่งเป็นห้าเท่าของอีกจำนวนหนึ่ง เขียนในรูปสมการได้เป็น $\frac{1}{2}x = 5y$

“ผสมแป้งสาลีราคากิโลกรัมละ 40 บาท กับแป้งมันราคากิโลกรัมละ 28 บาท คิดเป็นเงิน 300 บาท”

4. ครูซักถามนักเรียนว่า เราจะเขียนข้อความดังกล่าวให้อยู่ในรูปสมการได้อย่างไร
5. อภิปรายกันจนได้ข้อสรุปว่า เรากำหนดให้แป้งสาลีเป็น x และแป้งมันเป็น y

ดังนั้น ผสมแป้งสาลีราคากิโลกรัมละ 40 บาท กับแป้งมันราคากิโลกรัมละ 28 บาท คิดเป็นเงิน 300 บาท เขียนในรูปสมการได้เป็น $40x + 28y = 300$

“จำนวนมังคุดน้อยกว่า $\frac{2}{3}$ ของจำนวนเงาะอยู่ 48”

6. ครูซักถามนักเรียนว่า เราจะเขียนข้อความดังกล่าวให้อยู่ในรูปสมการได้อย่างไร
7. อภิปรายกันจนได้ข้อสรุปว่า เรากำหนดให้จำนวนเงาะเป็น x และจำนวนมังคุดเป็น y

ดังนั้น จำนวนมังคุดน้อยกว่า $\frac{2}{3}$ ของจำนวนเงาะอยู่ 48 เขียนในรูปสมการได้เป็น $\frac{2}{3}x - y = 48$

8. จากนั้นครูนำเสนอตัวอย่าง ให้นักเรียนศึกษาการหาคำตอบของตัวอย่างที่ 1
9. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยใช้คำถามถาม – ตอบกับนักเรียนแล้วร่วมกันแสดงวิธีทำตัวอย่างที่ 1 โดยครูเขียนขั้นตอน และวิธีทำบนกระดาน แล้วครูเดินสังเกตและคอยให้คำปรึกษากับนักเรียนในระหว่างทำตัวอย่างที่ 1

ตัวอย่างที่ 1 มีผู้เข้าชมการแข่งขันฟุตบอลที่ซื้อบัตรผ่านประตูจำนวน 6,910 คน เก็บเงินค่าผ่านประตูสองราคา คือ 100 บาท และ 50 บาท ปรากฏว่าเก็บเงินได้ 495,500 บาท ดังนั้น จะขายบัตรราคา 100 บาท และ 50 บาท ไปได้อย่างละกี่ใบ

วิธีทำ

ให้ขายบัตรใบละ 100 บาท ได้ x ใบ และขายบัตรใบละ 50 บาท ได้ y ใบ

มีผู้เข้าชมการแข่งขันฟุตบอลที่เสียเงินจำนวน 6,910 คน

จะได้สมการ $x + y = 6,910$ ----------(1)

จะขายบัตรใบละ 100 บาท ได้เงิน 100x บาท

ขายบัตรใบละ 50 บาท ได้เงิน 50y บาท

จะขายบัตรได้เงิน 495,500 บาท

ดังนั้นจะได้สมการ $100x + 50y = 495,500$ ----------(2)

นำสมการ (1) คูณด้วย 50 จะได้

$$50x + 50y = 345,500 \quad \text{----------(3)}$$

นำสมการ (2) ลบด้วย สมการ (3) จะได้

$$50x = 150,000$$

$$x = 3,000$$

แทนค่า x ด้วย 3,000 ใน (1) จะได้ $3,000 + y = 6,910$

$$y = 6,910 - 3,000$$

$$= 3,910$$

ตรวจสอบคำตอบ $(3,000 \times 100) + (3,910 \times 50) = 300,000 + 195,500$

$= 495,500$ เป็นจริง

ตอบ ขายบัตรใบละ 100 บาท ได้ 3,000 ใบ และขายบัตรใบละ 50 บาท ได้ 3,910 ใบ

10. ครูยกตัวอย่างที่ 2-3 โดยใช้คำถามถาม – ตอบกับนักเรียนแล้วร่วมกันแสดงวิธีทำตัวอย่างที่ 2 โดยครูเขียนขั้นตอนและวิธีทำบนกระดาน แล้วครูเดินสังเกตและคอยให้คำปรึกษากับนักเรียนในระหว่างทำตัวอย่างที่ 2

ตัวอย่างที่ 2 ถุงใบหนึ่งบรรจุเหรียญสิบบาทและเหรียญห้าบาทจำนวน 23 เหรียญ เป็นเงิน 160 บาท จงหาจำนวนของเหรียญแต่ละชนิด

วิธีทำ ให้มีเหรียญสิบบาทเป็น x เหรียญ คิดเป็นเงิน $10x$ บาท

และมีเหรียญห้าบาทเป็น y เหรียญ คิดเป็นเงิน $5y$ บาท

จากโจทย์มีเหรียญจำนวน 23 เหรียญ

เขียนเป็นสมการได้เป็น $x + y = 23$ ----------(1)

$10x + 5y = 160$ ----------(2)

(1)× 5 ; $5x + 5y = 115$ ----------(3)

(2) – (3) ; $5x = 45$

$x = 9$

แทน x = 9 ในสมการ (1) จะได้ $9 + y = 23$

$y = 14$

ตอบ มีเหรียญสิบบาท 9 เหรียญและเหรียญห้าบาท 14 เหรียญ

ตัวอย่างที่ 3 ลวดหนามขดหนึ่งยาว 72 เมตร นำไปล้อมรั้วรอบที่ดินรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ที่มีด้านกว้างสั้นกว่าด้านยาว 8 เมตร จงหาพื้นที่ของที่ดินแปลงนี้

วิธีทำ ให้ด้านกว้างเท่ากับ x เมตร และด้านยาวเท่ากับ y เมตร

โจทย์กำหนดให้ด้านกว้างสั้นกว่าด้านยาว 8 เมตร

ดังนั้น $y - x = 8$ ----------(1)

และโจทย์กำหนดความยาวรอบสนามเท่ากับความยาวของลวดหนาม

ดังนั้น $2(x + y) = 72$ จะได้ $x + y = 36$ ----------(2)

(1) + (2) ; $2y = 44$

$y = 22$

แทนค่า y = 22 ในสมการ (2) จะได้ $x + 22 = 36$

$x = 14$

จะได้ พื้นที่ที่ดิน เท่ากับ xy (กว้าง×ยาว) = 14 × 22 = 308 ตารางเมตร

ความคิดรวบยอด

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการแก้โจทย์ปัญหาของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2. นักเรียนสรุปได้ว่า การแก้โจทย์ปัญหาของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จะต้องมีการกำหนดตัวแปรแทนตัวไม่ทราบค่า คือ x และ y แล้วจึงใช้ความรู้เรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นมาช่วยในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา
3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.3 และ Exersice6 (unit 2) เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำ

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 1

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	- แบบฝึกหัด1.3 - Exersice6 (unit 2)	- แบบฝึกหัด1.3 - Exersice6 (unit 2)	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ
ตัวชี้วัด ค 1.3 ม 3/3 ประยุกต์ใช้ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	- แบบฝึกหัด1.3 - Exersice6 (unit 2)	- แบบฝึกหัด1.3 - Exersice6 (unit 2)	- สามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
คุณลักษณะ - มุ่งมั่นในการทำงาน	การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะสำคัญ - ความสามารถในการคิด	- แบบฝึกหัด1.3 - Exersice6 (unit 2)	- แบบฝึกหัด1.3 - Exersice6 (unit 2)	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 24

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร(2)

วิชา คณิตศาสตร์ 5 รหัส ค23101 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 1 ชั่วโมง

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม 3/3 ประยุกต์ใช้ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นำความรู้เกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้ในการแก้ปัญหา

สาระสำคัญ

ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จะต้องอ่านโจทย์ให้เข้าใจและกำหนดตัวแปรสองตัวที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ถาม แล้วสร้างระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยเขียนความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งสอง แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สรุปคำตอบ และตรวจสอบคำตอบ

<u>วิธีการคิด</u> **ขั้นที่ 1** อ่านโจทย์ และทำความเข้าใจเกี่ยวกับโจทย์ เป็นขั้นวิเคราะห์โจทย์ปัญหา

- โจทย์ถามอะไร
- โจทย์กำหนดอะไร

ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรแทนจำนวนที่ต้องการทราบ 2 ตัว แทนสิ่งที่โจทย์ต้องการหา

ขั้นที่ 3 เขียนระบบสมการจากข้อความตามโจทย์กำหนด

ขั้นที่ 4 แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบ

สาระการเรียนรู้

ความรู้

1. แก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

<u>กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน</u>

1. ครูทบทวนสิ่งที่เรียนมาชั่วโมงที่แล้วโดยการซักถามถึงแก้โจทย์ปัญหาของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจะต้องทำอย่างไรบ้าง
2. ครูอธิบายวิธีการคิดอีกครั้ง

<u>วิธีการคิด</u> **ขั้นที่ 1** อ่านโจทย์ และทำความเข้าใจเกี่ยวกับโจทย์ เป็นขั้นวิเคราะห์โจทย์ปัญหา
- โจทย์ถามอะไร
- โจทย์กำหนดอะไร

ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรแทนจำนวนที่ต้องการทราบ 2 ตัว แทนสิ่งที่โจทย์ต้องการหา

ขั้นที่ 3 เขียนระบบสมการจากข้อความตามโจทย์กำหนด

ขั้นที่ 4 แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบ

<u>กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน</u>

3. จากนั้นครูนำเสนอตัวอย่าง ให้นักเรียนศึกษาการหาคำตอบของตัวอย่างที่ 4
4. ครูยกตัวอย่างที่ 4 - 5 โดยใช้คำถามถาม – ตอบกับนักเรียนแล้วร่วมกันแสดงวิธีทำตัวอย่างที่ 4 - 5 โดยครูเขียนขั้นตอน และวิธีทำบนกระดาน แล้วครูเดินสังเกตและคอยให้คำปรึกษากับนักเรียนในระหว่างทำตัวอย่างที่ 4-5

ตัวอย่างที่ 4 จำนวนสองจำนวน จำนวนมาก มากกว่าสองเท่าของจำนวนน้อยอยู่ 3 แต่สองเท่าของจำนวนมากมากกว่าจำนวนน้อยอยู่ 27 จงหาจำนวนทั้งสองนั้น

วิธีทำ ให้จำนวนมากเป็น x และจำนวนน้อยเป็น y

โจทย์กำหนดจำนวนมากมากกว่าสองเท่าของจำนวนน้อยอยู่ 3

ดังนั้น $x - 2y = 3$ ----------(1)

และโจทย์กำหนดสองเท่าของจำนวนมากมากกว่าจำนวนน้อยอยู่ 27

ดังนั้น $2x - y = 27$ ----------(2)

(2) $\times 2$; $4x - 2y = 54$ ----------(3)

(3) – (1) ; $(4x - 2y) - (x - 2y) = 54 - 3$

$3x = 51$

$x = 17$

แทนค่า $x = 17$ ในสมการ (1) จะได้ $17 - 2y = 3$

$2y = 14$

$y = 7$

ดังนั้น จำนวนทั้งสองคือ 17 และ 7

ตัวอย่างที่ 5 ผู้ใหญ่ 8 คน กับเด็ก 3 คน ทำงานอย่างหนึ่งเสร็จใน 4 วัน แต่ถ้าผู้ใหญ่ 5 คน กับเด็ก 5 คน ทำงานอย่างเดียวกันเสร็จใน 6 วัน ผู้ใหญ่ 6 คน กับเด็ก 6 คน ทำงานนั้นจะเสร็จในกี่วัน

วิธีทำ ในเวลา 1 วัน ให้ผู้ใหญ่ 1 คน ทำงานได้ x หน่วย

ในเวลา 1 วัน ให้เด็ก 1 คน ทำงานได้ y หน่วย

โจทย์กำหนดให้ ผู้ใหญ่ 8 คน กับเด็ก 3 คน ทำงานอย่างหนึ่งเสร็จใน 4 วัน

ดังนั้น ทำงานได้ $(4\times8\times X) + (4\times3\times y)$ หน่วย

ดังนั้น มีงานที่ต้องทำทั้งหมด $32x + 12y$ หน่วย ----------(1)

เช่นเดียวกัน โจทย์กำหนดให้ ผู้ใหญ่ 5 คน กับเด็ก 5 คน ทำงานอย่างเดียวกันเสร็จใน 6 วัน

ดังนั้น ทำงานได้ $(6\times5\times X) + (6\times5\times y)$ หน่วย

ดังนั้น มีงานที่ต้องทำทั้งหมด $30x + 30y$ หน่วย ----------(2)

(1) = (2) ; $32x + 12y = 30x + 30y$

$2x = 18y$

$x = 9y$

แทนค่า $x = 9y$ ในสมการที่ (1) จะได้ $32x + 12y = 32(9y) + 12y$

$= 288y + 12y$

$= 300y$ หน่วย

ในเวลา 1 วัน ผู้ใหญ่ 6 คน กับเด็ก 6 คน ทำงานได้

$6x + 6y$ หน่วย ----------(3)

แทนค่า $x = 9y$ ในสมการ (3) จะได้ $6x + 6y = 6(9y) + 6y$

$= 60y$ หน่วย

ดังนั้น ผู้ใหญ่ 6 คน กับเด็ก 6 คน ทำงานได้ 60y หน่วย ในเวลา 1 วัน

ผู้ใหญ่ 6 คน กับเด็ก 6 คน ทำงานได้ 300y หน่วย ในเวลา $\frac{300y}{60y}$ = 5 วัน

ตอบ ผู้ใหญ่ 6 คน กับเด็ก 6 คน ทำงานนั้นจะเสร็จใน 5 วัน

5. จากนั้นครูให้นักเรียนส่งตัวแทนออกมาเฉลยคำตอบของตัวอย่างที่ 4-5 พร้อมทั้งอธิบายให้เพื่อนคนอื่นฟัง โดยครูคอยแนะนำวิธีการหาคำตอบ

<u>ความคิดรวบยอด</u>

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการแก้โจทย์ปัญหาของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2. นักเรียนสรุปได้ว่า การแก้โจทย์ปัญหาของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จะต้องมีการกำหนดตัวแปรแทนตัวไม่ทราบค่า คือ x และ y แล้วจึงใช้ความรู้เรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นมาช่วยในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา
3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.3 และ Exersice6 (unit 2) เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำ

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 1

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	**หลักฐาน**	**เครื่องมือวัด**	**เกณฑ์การประเมิน**
สาระสำคัญ การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	- แบบฝึกหัด1.3 - Exersice6 (unit 2)	- แบบฝึกหัด1.3 - Exersice6 (unit 2	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ
ตัวชี้วัด ค 1.3 ม 3/3 ประยุกต์ใช้ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	- แบบฝึกหัด1.3 - Exersice6 (unit 2	- แบบฝึกหัด1.3 - Exersice6 (unit 2	- สามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
คุณลักษณะ - มุ่งมั่นในการทำงาน	การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะสำคัญ - ความสามารถในการคิด	- แบบฝึกหัด1.3 - Exersice6 (unit 2	- แบบฝึกหัด1.3 - Exersice6 (unit 2	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 25

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 ความคล้าย **เรื่อง รูปที่คล้ายกัน**

วิชา คณิตศาสตร์ 5 **รหัส ค23101** **กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 **เวลา 1 ชั่วโมง**

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่าง รูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม 3/1 เข้าใจและใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยม ที่คล้ายกันในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

ค 2.2 ม 3/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน ตรีโกณมิติในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถระบุเงื่อนไขที่ทำให้รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันได้
2. นักเรียนสามารถบอกสมบัติการคล้ายกันของรูปหลายเหลี่ยมได้

สาระสำคัญ

รูปคล้าย หมายถึง รูปร่างของสิ่งของต่าง ๆ รอบตัวเรา ที่มีรูปร่างเหมือนกัน แต่อาจมีขนาดแตกต่างกัน หรือภาพที่ได้จากการถ่ายเอกสารซึ่งมีขนาดเท่ากับรูปต้นแบบหรือภาพที่เกิดจากการย่อหรือภาพที่เกิดจากการขยาย

สาระการเรียนรู้

ความรู้

1. ระบุเงื่อนไขที่ทำให้รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันได้

2. บอกสมบัติการคล้ายกันของรูปหลายเหลี่ยมได้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

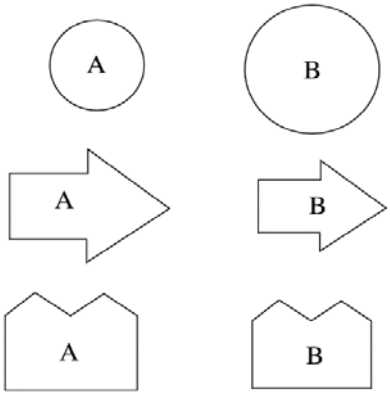
กิจกรรมการเรียนรู้

<u>กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน</u>

1. ครูสนทนากับนักเรียนว่าในชีวิตประจำวัน เมื่อพิจารณารูปร่างของสิ่งของต่างๆ รอบตัวเรา ก็จะพบว่า มีสิ่งของเครื่องใช้ต่างๆ หลายอย่างที่มีรูปร่างเหมือนกัน แต่อาจมีขนาดแตกต่างกัน เรากล่าวว่าสิ่งของเครื่องใช้เหล่านั้นมีรูปร่างที่คล้ายกัน เช่น ถาดชุด หม้อชุด และปิ่นโตเถา

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

2. ครูอธิบายว่า รูปเรขาคณิตสองรูปเป็นรูปที่คล้ายกัน เมื่อรูปเรขาคณิตทั้งสองนั้นมีรูปร่างเหมือนกัน โดยอาจมีขนาดเท่ากันหรือแตกต่างกันก็ได้ ครูยกตัวอย่าง ดังนี้



3. ครูถามนักเรียนว่า รูป A และรูป B เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด จากนั้นครูอธิบายว่า รูปคล้าย คือ รูปที่มีรูปร่างเหมือนกัน แต่มีขนาดต่างกันหรือเท่ากันก็ได้

ภาพที่ได้จากการถ่ายเอกสารซึ่งมีขนาดเท่ากับรูปต้นแบบ ภาพที่เกิดจากการย่อหรือภาพที่เกิดจากการขยาย ก็เป็นรูปที่คล้ายกัน

กิจกรรมความคิดรวบยอด

4. ครู และนักเรียนร่วมกันสรุป ดังนี้

รูปคล้าย หมายถึง รูปร่างของสิ่งของต่าง ๆ รอบตัวเรา ที่มีรูปร่างเหมือนกัน แต่อาจมีขนาดแตกต่างกัน หรือภาพที่ได้จากการถ่ายเอกสารซึ่งมีขนาดเท่ากับรูปต้นแบบหรือภาพที่เกิดจากการย่อหรือภาพที่เกิดจากการขยาย

5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 4.1 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำ

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 2

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ รูปที่คล้ายกัน	- แบบฝึกหัด4.1	- แบบฝึกหัด1.3	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ
ตัวชี้วัด ค 2.2 ม 3/1 เข้าใจและใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยม ที่คล้ายกันในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง ค 2.2 ม 3/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน ตรีโกณมิติในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	- แบบฝึกหัด4.1	- แบบฝึกหัด4.1	1. นักเรียนสามารถระบุเงื่อนไขที่ทำให้รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันได้ 2. นักเรียนสามารถบอกสมบัติการคล้ายกันของรูปหลายเหลี่ยมได้
คุณลักษณะ - ใฝ่เรียนรู้ - มุ่งมั่นในการทำงาน	การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะสำคัญ - ความสามารถในการคิด	- แบบฝึกหัด4.1	- แบบฝึกหัด4.1	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 26

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 ความคล้าย **เรื่อง รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน**

วิชา คณิตศาสตร์ 5 **รหัส ค23101** **กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 **เวลา 1 ชั่วโมง**

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่าง รูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม 3/1 เข้าใจและใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยม ที่คล้ายกันในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

ค 2.2 ม 3/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน ตรีโกณมิติในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

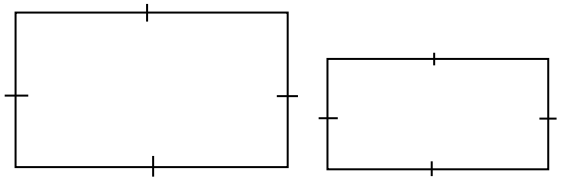
จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถระบุเงื่อนไขที่ทำให้รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันได้
2. นักเรียนสามารถบอกสมบัติการคล้ายกันของรูปหลายเหลี่ยมได้

สาระสำคัญ

รูปเราขาคณิตที่คล้ายกัน

รูปเราขาคณิตที่คล้ายกัน หมายถึง รูปเรขาคณิตที่มีรูปร่างเหมือนกัน ซึ่งอาจมีขนาดเท่ากันหรือแตกต่างกันก็ได้



รูป A รูป B

เราจะสังเกตเห็นว่า รูปเรขาคณิตทั้งสองเป็นรูปที่คล้ายกัน เมื่อรูปเรขาคณิตทั้งสองนั้นมีรูปร่างเหมือนเดิม และเมื่อรูปเรขาคณิต A และรูปเรขาคณิต B เป็นรูปที่คล้ายกัน จะเขียนได้ ดังนี้

รูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต B อ่านว่า รูปเรขาคณิต A คล้ายกับรูปเรขาคณิต B

สมบัติของความคล้ายของรูปเรขาคณิต A , B และ C ใด ๆ

1. สมบัติสะท้อน

รูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต A

2. สมบัติสมมาตร

ถ้ารูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต B แล้ว รูปเรขาคณิต B ~ รูปเรขาคณิต A

3. สมบัติถ่ายทอด

ถ้ารูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต B และ รูปเรขาคณิต B ~ รูปเรขาคณิต C แล้ว รูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต C

จากสมบัติของความคล้าย 3 ข้อ เรากล่าวว่า **ความคล้ายเป็นความสัมพันธ์สมมูล**

สาระการเรียนรู้

ความรู้

1. ระบุเงื่อนไขที่ทำให้รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันได้
2. บอกสมบัติการคล้ายกันของรูปหลายเหลี่ยมได้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

<u>กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน</u>

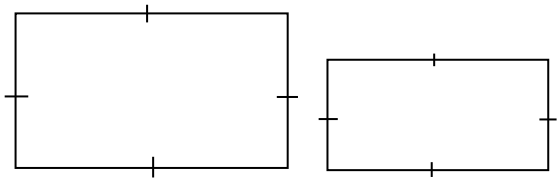
1. ครูทบทวน ว่า รูปคล้าย หมายถึง รูปร่างของสิ่งของต่าง ๆ รอบตัวเรา ที่มีรูปร่างเหมือนกัน แต่อาจมีขนาดแตกต่างกัน หรือภาพที่ได้จากการถ่ายเอกสารซึ่งมีขนาดเท่ากับรูปต้นแบบหรือภาพที่เกิดจากการย่อหรือภาพที่เกิดจากการขยาย

2. ครูถามนักเรียนว่า นักเรียนคิดว่า รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน ควรมีลักษณะอย่างไร

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

3. ครูอธิบายความหมายและลักษณะของรูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน ดังนี้

รูปเราขาคณิตที่คล้ายกัน หมายถึง รูปเรขาคณิตที่มีรูปร่างเหมือนกัน ซึ่งอาจมีขนาดเท่ากันหรือแตกต่างกันก็ได้



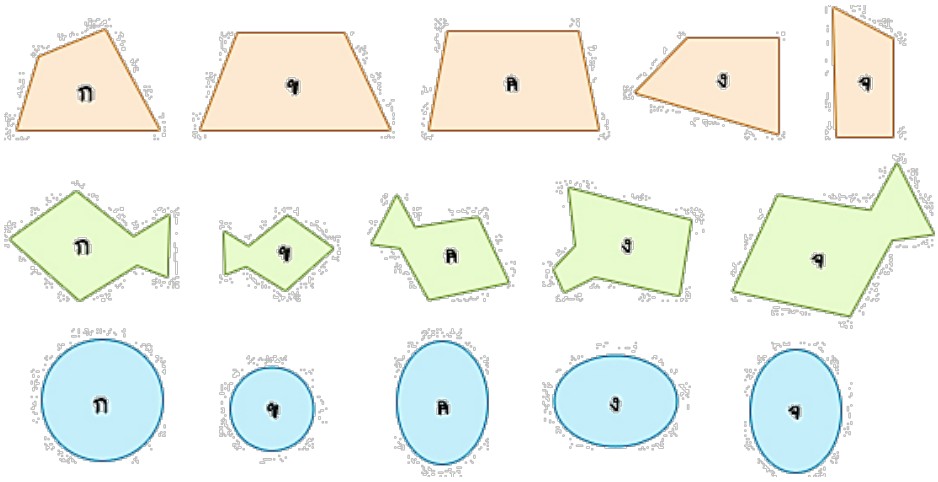
รูป A รูป B

เราจะสังเกตเห็นว่า รูปเรขาคณิตทั้งสองเป็นรูปที่คล้ายกัน เมื่อรูปเรขาคณิตทั้งสองนั้นมีรูปร่างเหมือนเดิม และเมื่อรูปเรขาคณิต A และรูปเรขาคณิต B เป็นรูปที่คล้ายกัน จะเขียนได้ ดังนี้

รูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต B อ่านว่า รูปเรขาคณิต A คล้ายกับรูปเรขาคณิต B

4. ครูให้ข้อสังเกตว่า รูปเรขาคณิตที่เท่ากันทุกประการจะเป็นรูปที่คล้ายกันด้วย แต่รูปเรขาคณิตคล้ายกันอาจไม่เป็นรูปที่เท่ากันทุกประการ

5. จากนั้นครูให้นักเรียนช่วยกันทำกิจกรรม “ รูปคู่ใดคล้ายกัน ” ในหนังสือเรียน และช่วยกันสรุปถึงความคล้ายของรูปเรขาคณิตจากการทำกิจกรรม



จากกิจกรรมข้างต้นจะเห็นว่า **รูปเรขาคณิตสองรูปเป็นรูปที่คล้ายกัน เมื่อรูปเรขาคณิตทั้งสองนั้นมีรูปร่างเหมือนกัน** รูปเรขาคณิตที่คล้ายกันอาจมีขนาดเท่ากันหรือต่างกันก็ได้ เช่น ในข้อที่ 1 มีรูป ก และรูป ง เป็นรูปที่คล้ายกัน เพราะมีรูปร่างเหมือนกัน แต่มีขนาดแตกต่างกัน มีรูป ข และรูป ค เป็นรูปที่คล้ายกัน เพราะมีรูปร่างเหมือนกัน และมีขนาดเท่ากัน

6. ครูตั้งคำถามให้นักเรียนพิจารณา ดังนี้

- รูปเรขาคณิตสองรูปที่เท่ากันทุกประการจะเป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่
- รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน จะเป็นรูปที่เท่ากันทุกประการหรือไม่
- รูปเรขาคณิตใดๆรูปหนึ่ง จะคล้ายกับรูปเรขาคณิตรูปนั้นเสมอหรือไม่

- ถ้ารูปเรขาคณิต A คล้ายกับรูปเรขาคณิต B แล้วรูปเรขาคณิต B คล้ายกับรูปเรขาคณิต A หรือไม่

- ถ้ารูปเรขาคณิต A คล้ายกับรูปเรขาคณิต B และรูปเรขาคณิต B คล้ายกับรูปเรขาคณิต C แล้ว รูปเรขาคณิต A คล้ายกับรูปเรขาคณิต C หรือไม่

7. ครูนำคำตอบของนักเรียนแต่ละที่ได้มาเขียนลงบนกระดาน แล้วให้นักเรียนในห้องช่วยกันวิเคราะห์คำตอบของแต่ละข้อนั้น สัมพันธ์กับสมบัติของความคล้ายของรูปเรขาคณิตข้อใดต่อไปนี้

สมบัติของความคล้ายของรูปเรขาคณิต A , B และ C ใด ๆ

1. สมบัติสะท้อน

รูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต A

2. สมบัติสมมาตร

ถ้ารูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต B แล้ว รูปเรขาคณิต B ~ รูปเรขาคณิต A

3. สมบัติถ่ายทอด

ถ้ารูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต B และ รูปเรขาคณิต B ~ รูปเรขาคณิต C แล้ว รูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต C

จากสมบัติของความคล้าย 3 ข้อ เรากล่าวว่า **ความคล้ายเป็นความสัมพันธ์สมมูล**

8. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปความหมายของรูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน และสมบัติของความคล้ายของรูปเรขาคณิต

กิจกรรมความคิดรวบยอด

9. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด “ สำรวจรูปหลายเหลี่ยม ” ในหนังสือเรียนแล้วตอบคำถาม

10. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 4.1 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำ

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 2

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน	- แบบฝึกหัด4.1	- แบบฝึกหัด1.3	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ
ตัวชี้วัด ค 2.2 ม 3/1 เข้าใจและใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยม ที่คล้ายกันในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง ค 2.2 ม 3/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน ตรีโกณมิติในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	- แบบฝึกหัด4.1	- แบบฝึกหัด4.1	1. นักเรียนสามารถระบุเงื่อนไขที่ทำให้รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันได้ 2. นักเรียนสามารถบอกสมบัติการคล้ายกันของรูปหลายเหลี่ยมได้
คุณลักษณะ - มุ่งมั่นในการทำงาน	การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะสำคัญ - ความสามารถในการคิด	- แบบฝึกหัด4.1	- แบบฝึกหัด4.1	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 27

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 ความคล้าย **เรื่อง รูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน**

วิชา คณิตศาสตร์ 5 **รหัส ค23101** **กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 **เวลา 1 ชั่วโมง**

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่าง รูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม 3/1 เข้าใจและใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยม ที่คล้ายกันในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

ค 2.2 ม 3/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน ตรีโกณมิติในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถระบุเงื่อนไขที่ทำให้รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันได้
2. นักเรียนสามารถบอกสมบัติการคล้ายกันของรูปหลายเหลี่ยมได้

สาระสำคัญ

รูปเราขาคณิตที่คล้ายกันรูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน

บทนิยาม รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อรูปหลายเหลี่ยมสองรูปนั้นมี

1. ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ ทุกคู่ (เรียกมุมแต่ละคู่ที่มีขนาดเท่ากันว่า มุมที่สมนัยกัน)
2. อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่ เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน (เรียกด้านที่จับคู่และมีอัตราส่วนของความยาวของด้านเท่ากันว่า ด้านที่สมนัยกัน)

สาระการเรียนรู้

ความรู้

1. ระบุเงื่อนไขที่ทำให้รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันได้
2. บอกสมบัติการคล้ายกันของรูปหลายเหลี่ยมได้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

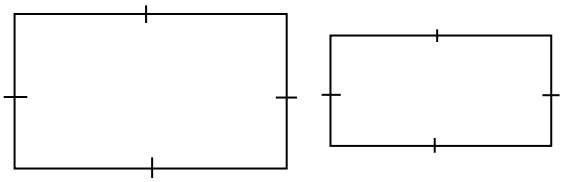
1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

<u>กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน</u>

1. ครูทบทวนความหมายของรูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน และสมบัติของความคล้ายของรูปเรขาคณิต ดังนี้

รูปเราขาคณิตที่คล้ายกัน หมายถึง รูปเรขาคณิตที่มีรูปร่างเหมือนกัน ซึ่งอาจมีขนาดเท่ากันหรือแตกต่างกันก็ได้



รูป A รูป B

เราจะสังเกตเห็นว่า รูปเรขาคณิตทั้งสองเป็นรูปที่คล้ายกัน เมื่อรูปเรขาคณิตทั้งสองนั้นมีรูปร่างเหมือนเดิม และเมื่อรูปเรขาคณิต A และรูปเรขาคณิต B เป็นรูปที่คล้ายกัน จะเขียนได้ ดังนี้

รูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต B อ่านว่า รูปเรขาคณิต A คล้ายกับรูปเรขาคณิต B

สมบัติของความคล้ายของรูปเรขาคณิต A , B และ C ใด ๆ

<u>1. สมบัติสะท้อน</u>

รูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต A

<u>2. สมบัติสมมาตร</u>

ถ้ารูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต B แล้ว รูปเรขาคณิต B ~ รูปเรขาคณิต A

<u>3. สมบัติถ่ายทอด</u>

ถ้ารูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต B และ รูปเรขาคณิต B ~ รูปเรขาคณิต C แล้ว รูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต C

จากสมบัติของความคล้าย 3 ข้อ เรากล่าวว่า **ความคล้ายเป็นความสัมพันธ์สมมูล**

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

2. ครูใช้คำถามกับนักเรียนว่า จากแบบฝึกหัด " สำรวจรูปหลายเหลี่ยม " นักเรียนคิดว่ามีวิธีการใดที่จะทำให้รู้ว่า รูปเรขาคณิตที่กำหนดมาให้เป็นรูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน

3. ครูอธิบายถึงบทนิยามของรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน ดังนี้

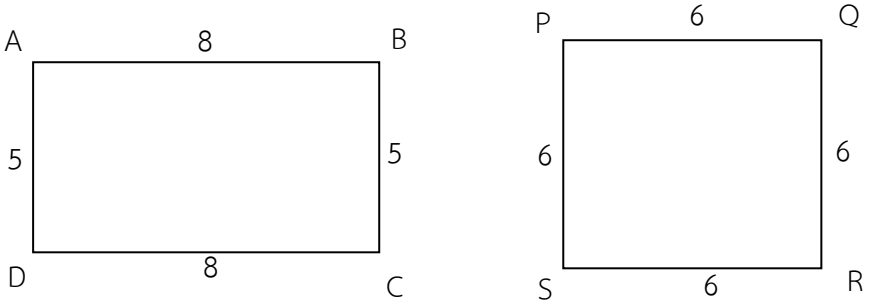
<u>บทนิยาม</u>

รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปหลายเหลี่ยมสองรูปนั้นมี

1. ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ ทุกคู่ (เรียกมุมแต่ละคู่ที่มีขนาดเท่ากันว่า มุมที่สมนัยกัน)
2. อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่ เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน (เรียกด้านที่จับคู่ และมีอัตราส่วนของความยาวของด้านเท่ากันว่า ด้านที่สมนัยกัน)

4. ครูยกตัวอย่าง เรื่อง รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน ดังนี้

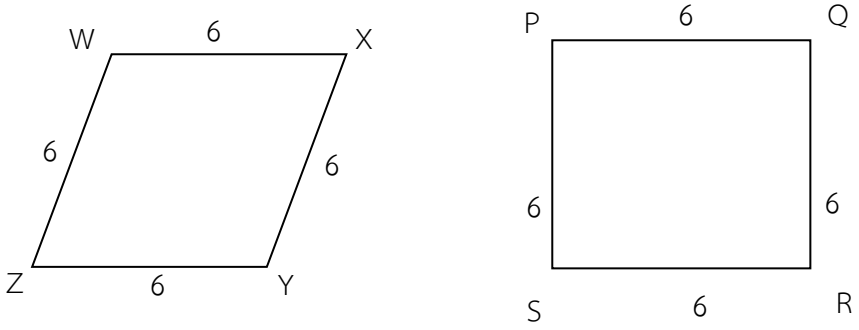
<u>ตัวอย่างที่ 1</u> พิจารณา รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส PQRS ดังรูป



จะเห็นว่า □ ABCD และ □ PQRS ไม่เป็นรูปที่คล้ายกัน เพราะ ถึงแม้ว่ารูปสี่เหลี่ยมทั้งสองนั้นจะมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ ทุกคู่ แต่อัตราส่วนของความยาวด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่ไม่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

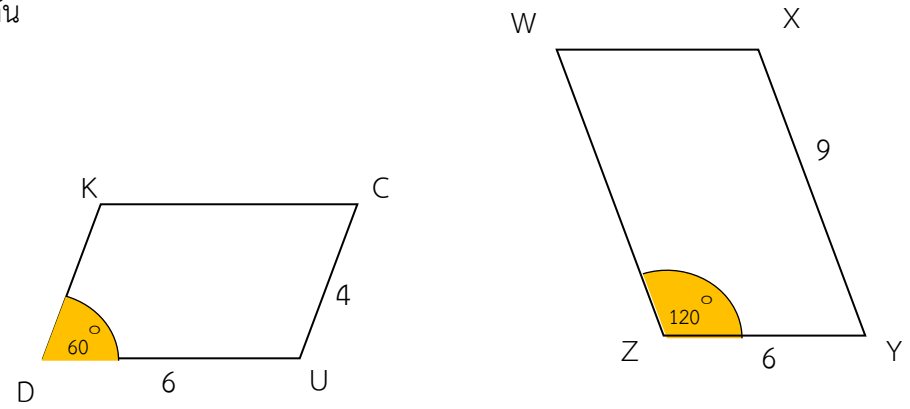
เช่น $\frac{AB}{PQ} = \frac{8}{6}$ แต่ $\frac{AD}{PQ} = \frac{5}{6}$

ตัวอย่างที่ 2 พิจารณา รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน WXYZ และ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส PQRS ดังรูป



จะเห็นว่า ☐ WXYZ และ ☐ PQRS ไม่เป็นรูปที่คล้ายกัน เพราะ ถึงแม้ว่ารูปสี่เหลี่ยมทั้งสองนั้นจะมีอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน แต่ไม่มีขนาดของมุมที่เท่ากันเป็นคู่ ๆ ทุกคู่

ตัวอย่างที่ 3 จากรูป จงแสดงว่ารูปสี่เหลี่ยมข้างขนาน DUCK และรูปสามเหลี่ยมด้านขนาน FISH เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่คล้ายกัน



วิธีทำ

เนื่องจาก ☐ DUCK เป็นรูปสี่เหลี่ยมข้างขนาน

จะได้ $\hat{D} = \hat{C} = 60^\circ$ (มุมที่อยู่ตรงข้ามรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน มีขนาดเท่ากัน)

DU = CK = 6 หน่วย

และ DK = UC = 4 หน่วย (ด้านที่อยู่ตรงข้ามกันของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานยาวเท่ากัน)

$\hat{U} = 180^{\circ} - 60^{\circ} = 120^{\circ}$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนานรวมกันเท่ากับ180°)

ดังนั้น $\hat{K} = \hat{U} = 120^{\circ}$ (มุมที่อยู่ตรงข้ามรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน มีขนาดเท่ากัน)

ในทำนองเดียวกันจะได้ว่า

$\hat{I} = \hat{H} = 120^{\circ}$, $\hat{F} = \hat{S} = 60^{\circ}$

IS = HF = 6 หน่วย และ SH = FI = 9 หน่วย

ดังนั้น สามารถจับคู่ยอดมุมที่ทำให้ได้

1. มุมคู่ที่สมนัยกันมีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ ทุกคู่ คือ $\hat{D} = \hat{C}$, $\hat{K} = \hat{U}$, $\hat{I} = \hat{H}$ และ $\hat{F} = \hat{S}$
2. อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน คือ

$\frac{DU}{FI} = \frac{CK}{SH} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$, $\frac{UC}{IS} = \frac{KD}{HF} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

หรือ $\frac{DU}{FI} = \frac{UC}{IS} = \frac{CK}{SH} = \frac{KD}{HF}$

นั่นคือ $\square DUCK \sim \square FISH$

5. ครูอธิบายกับนักเรียนเพิ่มเติมว่า “ การพิจารณาว่า รูปหลายเหลี่ยมสองรูปใด ๆ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ จะต้องพิจารณาให้ครบทั้งสององค์ประกอบ คือ มีขนาดของมุมคู่ที่สมนัยกันเป็นคู่ๆ ทุกคู่หรือไม่ และมีอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากันหรือไม่ ”

กิจกรรมความคิดรวบยอด

6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 4.2ก และ Exersice2 (unit 4) เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำ

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 2

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ รูปสามเหลี่ยมคล้ายกัน	- แบบฝึกหัด4.2ก - Exersice 2 (unit 4)	- แบบฝึกหัด4.2ก - Exersice 2 (unit 4)	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ
ตัวชี้วัด ค 2.2 ม 3/1 เข้าใจและใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยม ที่คล้ายกันในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง ค 2.2 ม 3/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน ตรีโกณมิติในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	- แบบฝึกหัด4.2ก - Exersice 2 (unit 4)	- แบบฝึกหัด4.2ก - Exersice 2 (unit 4)	1. นักเรียนสามารถระบุเงื่อนไขที่ทำให้รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันได้ 2. นักเรียนสามารถบอกสมบัติการคล้ายกันของรูปหลายเหลี่ยมได้
คุณลักษณะ - มุ่งมั่นในการทำงาน	การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะสำคัญ - ความสามารถในการคิด	- แบบฝึกหัด4.2ก - Exersice 2 (unit 4)	- แบบฝึกหัด4.2ก - Exersice 2 (unit 4)	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 28

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 ความคล้าย **เรื่อง รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน**

วิชา คณิตศาสตร์ 5 **รหัส ค23101** **กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 **เวลา 2 ชั่วโมง**

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่าง รูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม 3/1 เข้าใจและใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยม ที่คล้ายกันในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

ค 2.2 ม 3/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน ตรีโกณมิติในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถระบุเงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันได้
2. นักเรียนสามารถบอกสมบัติการคล้ายกันของรูปสามเหลี่ยมได้

สาระสำคัญ

บทนิยามรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ สามคู่

สาระการเรียนรู้

ความรู้

1. ระบุเงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันได้
2. บอกสมบัติการคล้ายกันของรูปสามเหลี่ยมได้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

<u>กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน</u>

1. ครูทบทวนบทนิยามของรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน ดังนี้

<u>บทนิยาม</u>

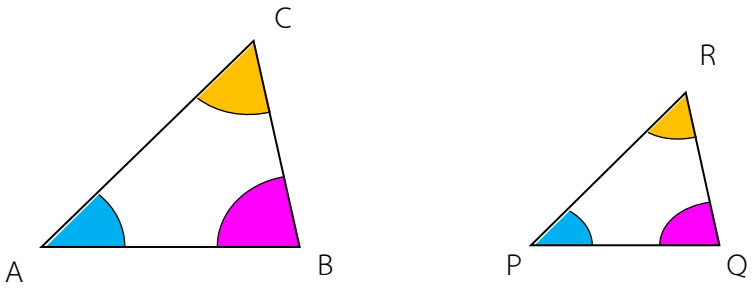
รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปหลายเหลี่ยมสองรูปนั้นมี

1. ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ ทุกคู่ (เรียกมุมแต่ละคู่ที่มีขนาดเท่ากันว่า มุมที่สมนัยกัน)
2. อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่ เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน (เรียกด้านที่จับคู่ และมีอัตราส่วนของความยาวของด้านเท่ากันว่า ด้านที่สมนัยกัน)

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

2. ครูยกตัวอย่างเพื่อให้นักเรียนพิจารณา ดังนี้

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> พิจารณารูปสามเหลี่ยมใด ๆ สองรูปที่มีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ สามคู่เหมือนกัน ที่กำหนดให้ต่อไปนี้



พิจารณา อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่ ระหว่าง $\triangle ABC$ และ $\triangle PQR$ โดยการวัด

จะได้ $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP}$

โดย บทนิยามของรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน สรุปได้ว่า $\triangle ABC \sim \triangle PQR$

4. ครูยกตัวอย่างในทำนองเดียวกับตัวอย่างข้างต้น 2 – 3 ตัวอย่าง ในการอนุมาน

5. ครูอธิบายว่า โดยทั่วไปถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ สามคู่แล้ว อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทั้งสามคู่เท่ากัน นั่นคือ ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ สามคู่ เราจะสรุปได้ว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน โดยไม่จำเป็นต้องตรวจสอบอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน

6. ครูอธิบายถึงบทนิยามของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ดังนี้

<u>บทนิยาม</u>

รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ สามคู่

กิจกรรมความคิดรวบยอด

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 4.2ก และ Exersice2 (unit 4) เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 2

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ รูปสามเหลี่ยมคล้ายกัน	- แบบฝึกหัด4.2ก - Exersice 2 (unit 4)	- แบบฝึกหัด4.2ก - Exersice 2 (unit 4)	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ
ตัวชี้วัด ค 2.2 ม 3/1 เข้าใจและใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยม ที่คล้ายกันในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง ค 2.2 ม 3/2 เข้าใจและใช้ความรู้	- แบบฝึกหัด4.2ก - Exersice 2 (unit 4)	- แบบฝึกหัด4.2ก - Exersice 2 (unit 4)	1. นักเรียนสามารถระบุเงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันได้ 2. นักเรียนสามารถบอกสมบัติการคล้ายกันของรูปสามเหลี่ยมได้

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
เกี่ยวกับอัตราส่วน ตรีโกณมิติในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง			
คุณลักษณะ - มุ่งมั่นในการทำงาน	การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะสำคัญ - ความสามารถในการคิด	- แบบฝึกหัด4.2ก - Exersice 2 (unit 4)	- แบบฝึกหัด4.2ก - Exersice 2 (unit 4)	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 29

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 ความคล้าย **เรื่อง รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน**

วิชา คณิตศาสตร์ 5 **รหัส ค23101** **กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 **เวลา 1 ชั่วโมง**

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่าง รูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม 3/1 เข้าใจและใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยม ที่คล้ายกันในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

ค 2.2 ม 3/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน ตรีโกณมิติในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถระบุเงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันได้
2. นักเรียนสามารถบอกสมบัติการคล้ายกันของรูปสามเหลี่ยมได้

สาระสำคัญ

บทนิยามรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ สามคู่

สาระการเรียนรู้

ความรู้

1. ระบุเงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันได้
2. บอกสมบัติการคล้ายกันของรูปสามเหลี่ยมได้

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูทบทวนบทนิยามของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ดังนี้

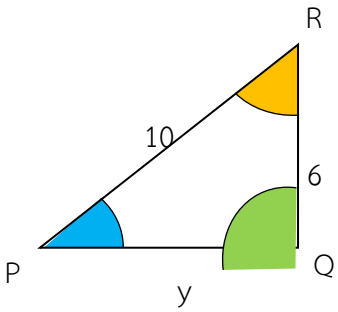
<u>บทนิยาม</u>

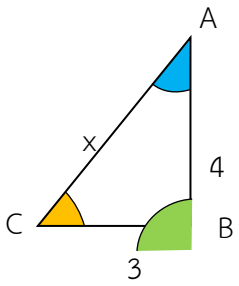
รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ สามคู่

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

2. ครูยกตัวอย่าง เรื่อง รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน เพื่อให้นักเรียนพิจารณา ดังนี้

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> จงหาค่า x และ y





<u>วิธีทำ</u> จากภาพ จะได้ $\hat{A} = \hat{P}$, $\hat{B} = \hat{Q}$ และ $\hat{C} = \hat{R}$

โดยบทนิยาม สรุปได้ว่า $\triangle ABC \sim \triangle PQR$

จะได้ $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP}$ หรือ $\frac{4}{y} = \frac{3}{6} = \frac{x}{10}$

พิจารณา $\frac{3}{6} = \frac{x}{10}$

จะได้ $(3)(10) = 6x$

ดังนั้น $x = 5$

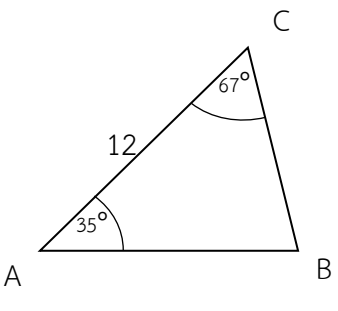
พิจารณา $\frac{4}{y} = \frac{3}{6}$

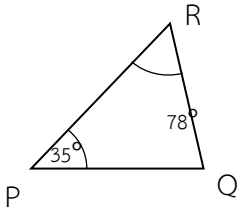
จะได้ $(4)(6) = 3y$

ดังนั้น $y = 8$

นั่นคือ $x = 5$ และ $y = 8$

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> จงหาค่า x และ y





<u>วิธีทำ</u> พิจารณา $\triangle$ABC ; $\hat{B}$ = 180° – (35°+67°) = 78° (มุมภายในรูปสามเหลี่ยม)

และ $\triangle$PQR ; $\hat{R}$ = 180° – (35°+78°) = 67° (มุมภายในรูปสามเหลี่ยม)

ดังนั้น $\hat{A} = \hat{P}$, $\hat{B} = \hat{Q}$ และ $\hat{C} = \hat{R}$

โดยบทนิยาม สรุปได้ว่า $\triangle$ABC ~ $\triangle$PQR

จะได้ $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP}$ หรือ $\frac{8}{y} = \frac{x}{2} = \frac{12}{4}$

พิจารณา $\frac{3}{6} = \frac{x}{10}$

จะได้ (3)(10) = 6x

ดังนั้น x = 5

พิจารณา $\frac{4}{y} = \frac{3}{6}$

จะได้ (4)(6) = 3y

ดังนั้น y = 8

นั่นคือ x = 5 และ y = 8

กิจกรรมความคิดรวบยอด

3. ครูสรุปอีกครั้งว่า ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ สามคู่ เราจะสรุปได้ว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 4.2ก และ Exersice2 (unit 4) เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 2

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ รูปสามเหลี่ยมคล้ายกัน	- แบบฝึกหัด4.2ก - Exersice 2 (unit 4)	- แบบฝึกหัด4.2ก - Exersice 2 (unit 4)	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ
ตัวชี้วัด ค 2.2 ม 3/1 เข้าใจและใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยม ที่คล้ายกันในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง ค 2.2 ม 3/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน ตรีโกณมิติในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	- แบบฝึกหัด4.2ก - Exersice 2 (unit 4)	- แบบฝึกหัด4.2ก - Exersice 2 (unit 4)	1. นักเรียนสามารถระบุเงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันได้ 2. นักเรียนสามารถบอกสมบัติการคล้ายกันของรูปสามเหลี่ยมได้
คุณลักษณะ - มุ่งมั่นในการทำงาน	การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะสำคัญ - ความสามารถในการคิด	- แบบฝึกหัด4.2ก - Exersice 2 (unit 4)	- แบบฝึกหัด4.2ก - Exersice 2 (unit 4)	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 30

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 ความคล้าย **เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน**

วิชา คณิตศาสตร์ 5 **รหัส ค23101** **กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 **เวลา 2 ชั่วโมง**

ผู้สอน อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่าง รูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม 3/1 เข้าใจและใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยม ที่คล้ายกันในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

ค 2.2 ม 3/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน ตรีโกณมิติในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้คล้ายกันหรือไม่
2. นักเรียนสามารถบอกสมบัติของการคล้ายกันของรูปสามเหลี่ยม

สาระสำคัญ

การนำไปใช้

ในการหาระยะทางที่มีความยาวมากๆ หรือระยะทางที่ใช้เครื่องมือวัดได้ยาก เราสามารถนำเอาสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาประยุกต์ใช้ ซึ่งสามารถช่วยให้คิดคำนวณได้รวดเร็วยิ่งขึ้น ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 พิจารณาความสัมพันธ์สิ่งที่โจทย์กำหนดและสร้างรูป

ขั้นที่ 2 พิจารณาความสัมพันธ์ของมุมที่เท่ากันจากรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

ขั้นที่ 3 ใช้อัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการหาความยาว

ขั้นที่ 4 แทนค่าของจำนวนที่โจทย์กำหนด แล้วคิดคำนวณโดยใช้การแก้สมการหรือการคูณไขว้

สาระการเรียนรู้

ความรู้

1. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้คล้ายกันหรือไม่

2. บอกสมบัติของการคล้ายกันของรูปสามเหลี่ยม

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญ

1. ความสามารถในการคิด

กิจกรรมการเรียนรู้

<u>กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน</u>

1. ครู และนักเรียนร่วมกันสนทนาทบทวนเกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้าย จากนั้น ครูตั้งคำถามให้นักเรียนร่วมแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายไปใช้ว่า

"นักเรียนคิดว่าสามารถนำความรู้ เรื่องสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายไปใช้ประโยชน์ในเรื่องใดได้บ้าง"

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

2. ครูอธิบายถึงขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายว่ามี 4 ขั้นตอน ดังนี้

<u>ขั้นที่ 1</u> พิจารณาความสัมพันธ์สิ่งที่โจทย์กำหนดและสร้างรูป

<u>ขั้นที่ 2</u> พิจารณาความสัมพันธ์ของมุมที่เท่ากันจากรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

<u>ขั้นที่ 3</u> ใช้อัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการหาความยาว

<u>ขั้นที่ 4</u> แทนค่าของจำนวนที่โจทย์กำหนด แล้วคิดคำนวณโดยใช้การแก้สมการหรือการคูณไขว้

3. ครูยกตัวอย่างเกี่ยวกับการหาระยะของสิ่งต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับความยาว โดยให้นักเรียนพิจารณาเกี่ยวกับการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายไปใช้ พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนดังนี้

1) โจทย์ต้องการทราบเกี่ยวกับสิ่งใด

2) ถ้านำความสัมพันธ์ที่โจทย์กำหนดมาเขียนเป็นรูปสามเหลี่ยมจะได้รูปสามเหลี่ยมลักษณะอย่างไร

3) นักเรียนคิดว่านักเรียนสามารถใช้ความสัมพันธ์จากความรู้เรื่อง รูปสามเหลี่ยมคล้ายช่วยในการหาความยาวได้หรือไม่

4) นักเรียนมีวิธีการลำดับขั้นตอนในการหาสิ่งที่โจทย์กำหนดนี้อย่างไร

<u>ตัวอย่าง</u> ชายคนหนึ่งมองเห็นเงาของต้นมะพร้าวทอดยาวไป 28 เมตร ขณะที่เสาต้นหนึ่งซึ่งสูง 5 เมตร ทอดเงาไป ทางเดียวกันยาว 10 เมตร อยากทราบว่าต้นมะพร้าวสูงกี่เมตร

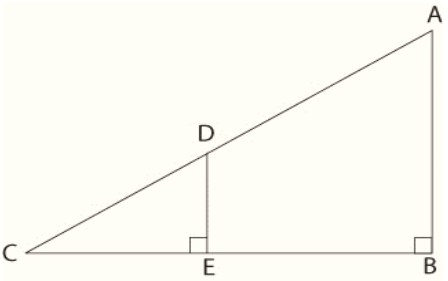
1) จากตัวอย่างต้องการทราบเกี่ยวกับสิ่งใด (ความสูงของต้นมะพร้าว)

2) ถ้านำความสัมพันธ์ที่โจทย์กำหนดมาเขียนเป็นรูปสามเหลี่ยมจะได้ รูปสามเหลี่ยมลักษณะอย่างไร (เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 2 รูป รูปหนึ่งเล็ก อีกรูปหนึ่งมีขนาดใหญ่กว่า)

3) นักเรียนคิดว่านักเรียนสามารถใช้ความสัมพันธ์จากความรู้เรื่อง รูปสามเหลี่ยมคล้ายหาความสูงของต้นมะพร้าวได้หรือไม่

4) นักเรียนมีวิธีการลำดับขั้นตอนในการหาสิ่งที่โจทย์กำหนดนี้อย่างไร

<u>ขั้นที่ 1</u> พิจารณาความสัมพันธ์สิ่งที่โจทย์กำหนดและสร้างรูปแสดง ความสัมพันธ์จะได้



จากรูปให้ AB แทนความสูงของต้นมะพร้าว

DE	แทนความสูงของเสา	เท่ากับ	5	เมตร
EC	แทนความยาวของเงาของเสา	เท่ากับ	10	เมตร
BC	แทนความยาวของเงาของต้นมะพร้าว	เท่ากับ	28	เมตร

<u>ขั้นที่ 2</u> พิจารณาความสัมพันธ์ของมุมที่เท่ากันจากรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน จะได้

$C\hat{B}A = C\hat{E}D$ (เป็นมุมฉากกาง 90° เนื่องจากต้นมะพร้าวและเสาตั้งฉากกับพื้นดิน)

$A\hat{C}B = D\hat{C}E$ (เป็นมุมร่วม)

$C\hat{A}B = C\hat{E}D$ (เป็นมุมที่เหลือย่อมเท่ากันเนื่องจากมุมภายในรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้180°)

ดังนั้น $\triangle ABC \sim \triangle DEC$

<u>ขั้นที่ 3</u> ใช้อัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการหาความสูงของต้นมะพร้าว

จะได้ $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EC} = \frac{CA}{CD}$

จาก $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EC}$

<u>ขั้นที่ 4</u> แทนค่าของจำนวนที่โจทย์กำหนด แล้วคิดคำนวณโดยใช้การแก้สมการหรือการคูณไขว้

แทนค่า DE = 5 เมตร, BC = 28 เมตร และ CE = 10 เมตร

จะได้ $\frac{AB}{5} = \frac{28}{10}$

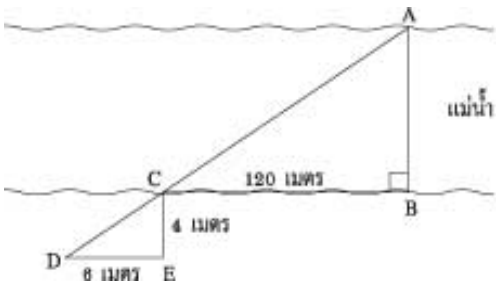
$AB = \frac{28}{10} \times 5$

$AB = 14$ เมตร

นั่นคือ ต้นมะพร้าวสูง 14 เมตร

3. ครูยกตัวอย่างเพื่อให้นักเรียนพิจารณาเพิ่มเติม ดังนี้

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> โต้งต้องการวัดความกว้างของแม่น้ำในหมู่บ้าน ซึ่งกำหนดจุด A และ B เป็นความกว้างของแม่น้ำ และใช้ความรู้ของสามเหลี่ยมคล้าย ได้ระยะต่างๆ ดังรูป จงหาความกว้างของแม่น้ำระหว่างจุด A กับจุด B



<u>วิธีทำ</u> ให้ AB เป็นความกว้างของแม่น้ำ

$\hat{E} = \hat{B}$ (มุมฉาก)

$\hat{D} = \hat{C}$ (มุมภายนอกและมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดของเส้นขนาน)

$\hat{C} = \hat{A}$ (มุมภายใน 2 มุมเท่ากัน มุมที่เหลือย่อมเท่ากัน)

ดังนั้น $\triangle ABC \sim \triangle CED$

แสดงว่า $\frac{DE}{CB} = \frac{CE}{AB}$

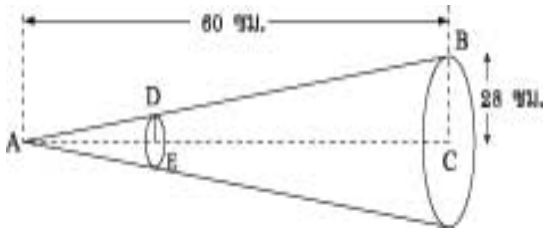
จะได้ $\frac{6}{120} = \frac{4}{AB}$

$AB = \frac{120}{6} \times 4$

$AB = 80$ เมตร

นั่นคือ ความกว้างของแม่น้ำเท่ากับ 80 เมตร

ตัวอย่างที่ 2 หัวหน้านักกีฬาของโรงเรียนแห่งหนึ่ง ทำโทรโข่งโดยนำกระดาษแข็งมาตัดทำเป็นกรวย แล้ว ตัดปลายออก ดังรูป ถ้ากรวยก่อนตัดยาว 60 เซนติเมตร มีรัศมีที่ฐานกรวย 28 เซนติเมตร ส่วนปลายที่ถูกตัดออกมีรัศมี 2.5 เซนติเมตร จงหาความสูงของส่วนกรวยที่ถูกตัดออก



วิธีทำ ให้ AE แทนความสูงของส่วนกรวยที่ถูกตัดออก

$\hat{E} = \hat{C}$ (มุมฉาก)

$\hat{A} = \hat{A}$ (มุมร่วม)

$\hat{D} = \hat{B}$ (มุมภายใน 2 มุมเท่ากัน มุมที่เหลือย่อมเท่ากัน)

ดังนั้น $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

แสดงว่า $\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$

จะได้ $\frac{AE}{60} = \frac{2.5}{28} = \frac{2.5}{28} \times 60 \approx 5.4$ เซนติเมตร

นั่นคือ ความสูงของส่วนกรวยที่ถูกตัดออกยาวประมาณ 5.4 เซนติเมตร

กิจกรรมความคิดรวบยอด

4. ครู และนักเรียนร่วมกันสรุปถึงวิธีการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง รูปสามเหลี่ยมคล้าย ว่ามีวิธีการและขั้นตอนในการแก้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 พิจารณาความสัมพันธ์สิ่งที่โจทย์กำหนดและสร้างรูป

ขั้นที่ 2 พิจารณาความสัมพันธ์ของมุมที่เท่ากันจากรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

ขั้นที่ 3 ใช้อัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการหาความยาว

ขั้นที่ 4 แทนค่าของจำนวนที่โจทย์กำหนด แล้วคิดคำนวณโดยใช้การแก้สมการหรือการคูณไขว้

5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 4.3 และ Exersice3 (unit 4) เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำ

สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)
2. หนังสือ MATHSOLUTION Mathayomsuksa 3 book 2

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	- แบบฝึกหัด4.3 - Exersice 3 (unit 4)	- แบบฝึกหัด4.3 - Exersice 3 (unit 4)	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ
ตัวชี้วัด ค 2.2 ม 3/1 เข้าใจและใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยม ที่คล้ายกันในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง ค 2.2 ม 3/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน ตรีโกณมิติในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	- แบบฝึกหัด4.3 - Exersice 3 (unit 4)	- แบบฝึกหัด4.3 - Exersice 3 (unit 4)	1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้คล้ายกันหรือไม่ 2. นักเรียนสามารถบอกสมบัติของการคล้ายกันของรูปสามเหลี่ยม
คุณลักษณะ - ใฝ่เรียนรู้ - มุ่งมั่นในการทำงาน	การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะสำคัญ - ความสามารถในการคิด	- แบบฝึกหัด4.3 - Exersice 3 (unit 4)	- แบบฝึกหัด4.3 - Exersice 3 (unit 4)	ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ