เอกสารประกอบการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 4 (ค32102)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560

เรื่อง ความน่าจะเป็น 1

ชื่อ-นามสกุล .....

ชั้น ม.5 ห้อง..... เลขที่ .....

โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

ความน่าจะเป็น (Probability)

1. กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

- **แผนภาพต้นไม้** คือ วิธีการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการหาจำนวนวิธีการทั้งหมดที่เป็นไปได้ของเหตุการณ์หนึ่งๆ

ตัวอย่างที่ 1 จงหาจำนวนวิธีที่เหรียญจะแสดงหน้าที่เป็นไปได้จากการโยนเหรียญ 2 เหรียญหนึ่งครั้งโดยการใช้แผนภาพต้นไม้

ตัวอย่างที่ 2 นายบุญชู นางสมศรี และนายสมบัติ ต้องการถ่ายภาพร่วมกันโดยยืนเรียงในแนวเส้นตรง จงหาวิธีทั้งหมดที่คนทั้ง 3 ยืนเรียงในการถ่ายภาพ โดยการใช้แผนภาพต้นไม้

ตัวอย่างที่ 3 มีเด็กชาย 3 คนคือ แทฮัน มินกุก มันเซ และเด็กหญิง 2 คน คือ ซารังและดาอึล ถ้าให้จับคู่เต้นรำกันจะสามารถจับคู่ได้ทั้งหมดกี่วิธี โดยการใช้แผนภาพต้นไม้

1.2 กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

กฎการนับ (กฎการคูณ)

ถ้าในการทำงานชิ้นหนึ่งสามารถแบ่งงานเป็น k ขั้นตอนด้วย

ขั้นตอนที่ 1 สามารถทำงานได้ทั้งหมด n_1 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 สามารถทำงานได้ทั้งหมด n_2 วิธี

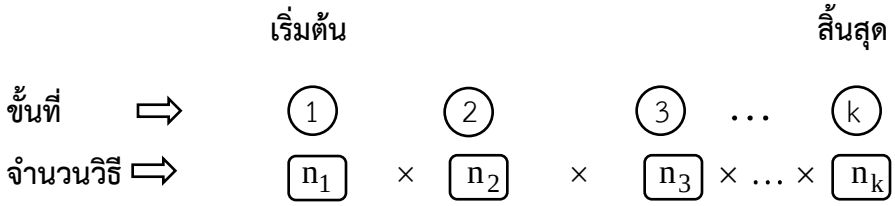
ขั้นตอนที่ 3 สามารถทำงานได้ทั้งหมด n_3 วิธี

$\vdots$ $\vdots$

ขั้นตอนที่ k สามารถทำงานได้ทั้งหมด n_k วิธี

จำนวนวิธีการทำงานชิ้นหนึ่งดังกล่าวทั้งหมด คือ $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \ldots \cdot n_k$ วิธี

หมายเหตุ การแบ่งงานเป็น k ขั้นตอนในแต่ละขั้นตอนงานยังไม่เสร็จสิ้นต้องเริ่มจากขั้นที่ 1 แล้วต่อเป็นขั้นที่ 2,3, ... จนถึงขั้นที่ k งานจึงจะสำเร็จเสร็จสิ้นดังแผนภาพ



ตัวอย่างที่ 4 จงหาจำนวนวิธีที่เหรียญจะแสดงหน้าที่เป็นไปได้จากการโยนเหรียญ 2 เหรียญหนึ่งครั้ง

ตัวอย่างที่ 5 นายป้องต้องการแต่งตัวไปจีบสาว ซึ่งในการแต่งตัวต้องใส่เสื้อ กางเกและเนกไท โดยนายป้องมีเสื้ออยู่ 4 สี กางเกงอยู่ 3 สีและเนกไทอยู่ 2 ลายคือลายหมีพูห์กับลายมิกกี้เมาส์ แล้วนายป้องจะแต่งตัวได้กี่แบบ

ตัวอย่างที่ 6 ฟิวเจอร์ผู้โอบอ้อมอารี ต้องการแจกแอปเปิ้ลอยู่ 4 ลูก ต้องการมอบให้เพื่อนรัก 10 คน จะมีวิธีการแจกกี่วิธีเมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไข 2) ไม่ให้ซ้ำคน

ตัวอย่างที่ 7 มีลูกเต๋า 2 ลูก เมื่อทำการโยนจะมีวิธีการขึ้นหน้าของลูกเต๋าทั้งสองกี่แบบ เมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม 2) แต้มรวมกันเป็นเลขคู่

ตัวอย่างที่ 8 ต้องการสร้างจำนวนที่มี 3 หลักโดยเลขแต่ละหลักเลือกจากตัวเลข 2,3,5,6,7 และ 9 จะสร้างทั้งหมดกี่วิธีเมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม 2) เลขแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน 3) จำนวนที่สร้างมีค่าน้อยกว่า 400

4) เป็นจำนวนคู่ 4) เป็นจำนวนคี่และเลขแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน

5) หารด้วย 5 ลงตัวและค่ามากกว่า 500

ตัวอย่างที่ 9 ในงานเลี้ยงงานแต่งงานงานหนึ่ง ในจำนวนผู้ร่วมงานครั้งนี้มี พลอย แอ้นท์ แป้งและหยก ได้นำร่มติดตัวมาด้วยและได้นำร่มมาวางไว้ในที่ๆจัดเตรียมไว้ ซึ่งมีเฉพาะร่มของคนทั้ง 4 นี้เท่านั้น เมื่องานเลิกจงหาวิธีทั้งหมดที่คนทั้ง 4 คน หยิบร่มที่วางไว้แบบไม่เจาะจง

ตัวอย่างที่ 10 เบลล่ามีเสื้อสีแดงลายต่างกัน 2 ตัว มีสีน้ำเงินลายต่างกัน 2 ตัว และสีขาว 1 ตัว มีกระโปรงสีแดง 1 ตัว สีน้ำเงินลายต่างกัน 2 ตัว จงหาวิธีที่เบลล่าจะสวมเสื้อและกระโปรงไปเที่ยวเป็นชุดต่างกันได้ทั้งหมดกี่ชุดถ้า

1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม 2) เบลล่าต้องการใส่เสื้อสีแดง 3) เบลล่าต้องการใส่กระโปรงสีน้ำเงิน

ตัวอย่างที่ 11 สนามกีฬาแห่งหนึ่งมีประตูเข้าออก 8 ประตู ถ้าคนๆหนึ่งเดินเข้าและออกจากสนามกีฬาแห่งนี้จะทำได้กี่วิธีถ้า

1) เข้าประตูใดและออกประตูใดก็ได้

2) เข้าและออกสนามกีฬาโดยไม่ซ้ำประตูเดิม

3) เข้าประตูใดต้องออกประตูนั้น

ตัวอย่างที่ 12 มีถนนจากกรุงเทพถึงสระบุรี 4 สาย มีถนนจากสระบุรีถึงนครราชสีมา 3 สาย และมีถนนจากนครราชสีมาถึงขอนแก่น 2 สาย ถ้าต้องการเดินทางไปและกลับระหว่างกรุงเทพกับขอนแก่นโดยผ่านสระบุรีและนครราชสีมาจะมีวิธีเลือกเดินทางได้ทั้งหมดกี่วิธีโดย

1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม 2) ขาไปและกลับใช้เส้นทางไม่ซ้ำกัน

ตัวอย่างที่ 13 จงหาวิธีในการจัดนักเรียนชาย 3 คนและนักเรียนหญิง 2 คน โดยมี นายแฟรงค์ และนางสาวปลา รวมอยู่ด้วย ยืนเรียงแถวเส้นตรง ถ้า

1) ให้นางสาวปลายืนหัวแถว 2) ให้นายแฟรงค์ยืนหัวแถวและนางสาวปลายืนท้ายแถว

3) ให้นักเรียนชายยืนหัวแถวและท้ายแถว 4) ให้นักเรียนหญิงยืนหัวแถวและท้ายแถว

5) ให้ปลายืนหัวแถวและนักเรียนหญิงยืนท้ายแถว

6) ให้แฟรงค์ยืนหัวแถวและนักเรียนชายยืนท้ายแถว

ตัวอย่างที่ 14 ครอบครัวหนึ่งย้ายมาจากต่างจังหวัด มีบุตร 4 คนที่ต้องเข้าโรงเรียน ถ้ามีโรงเรียนที่นักเรียนทั้งสี่จะเข้าเรียนจะเข้าโรงเรียนได้ 5 โรงเรียน จะมีวิธีการเลือกเข้าได้กี่วิธี ถ้า

1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม 2) บุตรทั้ง 4 คน อยู่โรงเรียนไม่ซ้ำกัน

กฎการบวก (Addition principle)

ในการพิจารณาว่าการจะนำวิธีการในแต่ละสิ่งที่เราทำได้มาบวกกันหรือมาคูณกันนั้นให้เราพิจารณาว่างานนั้นๆ เสร็จงาน ตามที่โจทย์ต้องการหรือยัง

ถ้างานนั้นสามารถแบ่งออกเป็น k กรณี โดย

กรณี 1 สามารถทำงานเสร็จสิ้นได้ n_1 วิธี

กรณี 2 สามารถทำงานเสร็จสิ้นได้ n_2 วิธี

กรณี 3 สามารถทำงานเสร็จสิ้นได้ n_3 วิธี

$\vdots$ $\vdots$

กรณี k สามารถทำงานเสร็จสิ้นได้ n_k วิธี

จำนวนวิธีการทำงานทั้งหมด $n_1 + n_2 + n_3 + \ldots + n_k$ วิธี

ตัวอย่างที่ 15 ในการเดินทางจากบ้านณเดชไปบ้านญาญ่ามี 2 วิธีหลักคือ ปั่นจักรยานไปจนถึงบ้านญาญ่าเลย กับนั่งรถไฟฟ้าต่อสองแถวแล้วต่อมอเตอร์ไซค์รับจ้างอีกที โดยจักรยาน 3 คันและรถไฟฟ้ามี 4 เที่ยวและรถสองแถวมี 5 เที่ยว มอเตอร์ไซค์รับจ้างมี 2 เที่ยว แล้วณเดชจะสามารถเดินทางไปหาญาญ่าได้ทั้งหมดกี่วิธีที่ไม่ซ้ำกัน

ตัวอย่างที่ 16 ในการสร้างเลข 3 หลักโดยห้ามใช้ตัวเลขซ้ำจากเลข 0 – 9 จะสร้างเลขคู่สามหลักได้ทั้งหมดกี่จำนวน

ตัวอย่างที่ 17 ถุงใบหนึ่งมีลูกแก้วขนาดเดียวกันอยู่ 10 ลูก เป็นสีแดง 3 ลูก สีขาว 5 ลูก สีดำ 2 ลูก สุ่มหยิบลูกแก้วจากถุงสองครั้งๆละลูกโดยไม่ใส่คืน จำนวนวิธีที่จะหยิบได้ลูกลูกที่สองเป็นสีแดงเท่ากับเท่าใด

ตัวอย่างที่ 18 มีสลาก 6 ใบมีความหมาย 1-6 กำกับไว้ ให้สุ่มหยิบสลาก 2 ครั้งๆละใบ ถ้าครั้งแรกได้เลขคู่ให้ใส่สลากใบนั้นกลับคืนก่อนหยิบครั้งที่สอง แต่ถ้าครั้งแรกได้เลขคี่ ก็หยิบครั้งที่สองได้โดยไม่ต้องใส่สลากกลับคืน

1) วิธีที่หยิบได้ทั้งหมดมีค่าเท่าใด

2) วิธีที่หยิบได้ครั้งที่สองเป็นเลขคู่มีค่าเท่าใด

Worksheet 1: กฎการนับเบื้องต้น

คำชี้แจง : แสดงวิธีทำลงสมุด พร้อมลอกโจทย์

1. ต้องการสร้างเลข 2 หลัก จากเลขโดด 4 ตัวคือ 1,2,3,4 จะสร้างเลขได้ทั้งหมดกี่จำนวนเมื่อ

   1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม 2) ใช้เลขซ้ำกันไม่ได้

   3) เป็นเลขคู่ 4) เป็นเลขคี่

   5) เป็นเลขคู่ที่ใช้เลขโดดซ้ำกันไม่ได้

2. มีนักเรียนจำนวน 3 คน อยู่ในห้องที่มีประตูเข้า-ออกทั้งหมด 4 ประตู จงหาจำนวนวิธีที่คนเหล่านี้จะออกจากห้องทางประตูต่างๆ ดังกล่าว

3. มีคน 5 คน นั่งรถไฟไปเที่ยวมีที่นั่ง 2 ตอน ตอนหน้ามี 2 ที่นั่ง ตอนหลังมี 3 ที่นั่ง จะมีวิธีในการนั่งที่แตกต่างกันกี่วิธี ถ้าทุกคนขับรถได้

4. หมายเลขโทรศัพท์ 6 หลัก ที่ขึ้นต้นด้วยหมายเลข 723 จะมีทั้งหมดกี่หมายเลข

5. ต้องการสร้างจำนวนที่มี 4 หลักและมีค่ามากกว่า 2500 โดยสร้างจากเลขโดด 0,1,2,3,4 และ 5 เมื่อ

   1) เลขแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน 2) เลขแต่ละหลักอาจซ้ำกันได้

6. ต้องการสร้างจำนวนที่มีค่ามากกว่า 1,000 น้อยกว่า 4,500 โดยใช้เลขไม่ซ้ำกัน จะสร้างได้ทั้งหมดกี่วิธี

7. มีชาย 4 คน หญิง 3 คน ต้องการถ่ายรูปหมู่ ยืนเป็นแถวตรง 1 แถว จงหาจำนวนวิธีในการถ่ายรูปของคนกลุ่มนี้ เมื่อ

   1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม 2) ชายยืนสลับที่กับหญิง

8. ต้องการสร้างคำจากตัวอักษรของคำว่า Elementary โดยสร้างคำที่ประกอบไปด้วยตัวอักษร 4 ตัว ไม่ซ้ำกัน และคำที่สร้างขึ้นมาไม่จำเป็นต้องมีความหมาย จงหาจำนวนคำทั้งหมด

   1) ตัวอักษรทั้ง 4 ตัว จะเป็นตัวใดก็ได้ 2) ตัวอักษรทั้ง 4 ตัว เป็นพยัญชนะล้วน

2. แฟคทอเรียล (Factorial)

ถ้า n เป็นจำนวนเต็มบวกแล้วผลคูณของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง n สามารถเขียนแทนด้วย $n!=1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot\ldots\cdot n$ หรือ $n!=n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot\ldots\cdot3\cdot2\cdot1$ เราเรียก $n!$ ว่า แฟคทอเรียล

โดย $0!=1$

$1!=1$

$2!=2\cdot1$ = ...

$3!=3\cdot2\cdot1$ = ...

$4!=4\cdot3\cdot2\cdot1$ = ...

$5!=5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1$ = ...

$6!=$ ..... = ...

ตัวอย่างที่ 19 จงหาค่าต่อไปนี้

1) $\frac{6!}{4!}$

2) $\frac{7!}{2!5!}$

3) $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$

4) $\frac{(n!)^2}{(n+1)!(n-1)!}$

ตัวอย่างที่ 20 จงเขียนผลคูณต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปแฟคทอเรียล

1) $9\cdot 8\cdot 7\cdot 6$

2) $11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7$

3) $n(n-1)(n-2)(n-3)$

4) $n(n^2-1)(n^2-4)(n^2-9)$

ตัวอย่างที่ 21 จงหาค่า n จากสมการต่อไปนี้

1) $\dfrac{(n+1)!}{(n-2)!} = 1320$

2) $\dfrac{(2-n)!}{(n-10)!10!} = \dfrac{(2-n)!}{(n-7)!7!}$

ตัวอย่างที่ 22 จงหาค่า n จากสมการต่อไปนี้

1) $6!(n-1)! = 8!(n-3)!$

2) $\frac{4!(n+1)!}{(n-1)!} = 6!$

3) $\frac{6!(n-1)!}{(n+2)(n+1)!} = 3!$

4) $\frac{8!\,n!}{(n-10)!} = \frac{10!n!}{(n-8)!}$

Worksheet 2: Factorial

1. จงหาค่าต่อไปนี้

1) $4!0!$ = ...

2) $\frac{10!}{9!}$ = ...

3) $\frac{8!}{5!\,3!}$ = ...

4) $\frac{10!}{6!\,4!}$ = ...

5) $\frac{13!}{10!\,4!}$ = ...

6) $\frac{7!}{2!5!}$ = ...

7) $\frac{13!}{10!\,6!}$ = ...

8) $\frac{12!}{6!\,6!}$ = ...

2. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปแฟกทอเรียล

1) $7\times8\times9\times10$ = ...

2) $n(n-1)(n-2)(n-3)$ = ...

3) $n(n+1)(n+2)\ldots(n+8)$ = ...

4) $60\times59\times58$ = ...

5) $n^2(n^4-1)(n^4-4)$ = ...

3. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปไม่มีแฟคทอเรียล

1) $\frac{n!}{(n-1)!}$

2) $\frac{n!(n+1)!}{(n-1)!(n-2)!}$

3) $\frac{(3n)!}{(3n-2)!}$

4) $\frac{(n-1)!(n+1)!}{2(n-3)!(n-2)!}$

4. จงหาค่า n จากสมการต่อไปนี้

1) $\frac{n(n+1)!}{(n-1)!} = 6n$

2) $\frac{2n!}{5!} = (n-3)!$

3) $\frac{5!n!}{(n-4)!} = \frac{30n!}{(n-5)!}$

4) $\frac{(25)4!(n-1)(n-2)!}{n-3} = 7!(n-3)!$

3. วิธีเรียงสับเปลี่ยน (Permutation)

วิธีเรียงสับเปลี่ยน เป็นวิธีการที่นำสิ่งของจำนวนหนึ่งมาจัดเรียง โดยที่การจัดเรียงดังกล่าวให้คำนึงถึงตำแหน่งของสิ่งของแต่ละสิ่งเป็นสำคัญ โดยเราจะศึกษาวิธีเรียงสับเปลี่ยนใน 2 ลักษณะ คือ

1) วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น

2) วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลม

★ วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น

วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้น หมายถึง การจัดเรียงสิ่งของโดยมีลักษณะเป็นแถว โดยสามารถกำหนดตำแหน่งหัวแถวและท้ายแถวได้

วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด n สิ่งเท่ากับ $n!$ วิธี

ตัวอย่างที่ 23 เด็กชาย 3 คน ยืนลังเลอยู่ที่เก้าอี้ 3 ตัว จะมีกี่วิธีที่จะจัดเด็กเข้านั่งประจำเก้าอี้ได้กี่วิธี

ตัวอย่างที่ 24 มีชาย 4 คน หญิง 3 คน นั่งบนม้านั่ง 7 ตัว ซึ่งวางเรียงเป็นแถวยาว จะมีวิธีนั่งของคนทั้ง 7 คนได้กี่วิธี

1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

2) ชายและหญิงนั่งสลับที่กันทีละคน

ตัวอย่างที่ 25 ถ้านำเลขโดด 1,2,3 และ 4 มาจัดเรียงเป็นจำนวนที่มี 4 หลักโดยแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน จะจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี

ตัวอย่างที่ 26 จงหาจำนวนวิธีในการจัดลำดับตัวอักษรจากคำว่า “also”

การหางานของการจัดสิ่งของที่ต้องการยืนติดกัน

ขั้นที่ 1 มัดสิ่งของที่ต้องการอยู่ด้วยกันให้ถือเป็นของ 1 สิ่งแล้วนำไปรวมกับสิ่งของอื่นๆแล้วนำไปจัดเรียง

ขั้นที่ 2 ทำการจัดเรียงภายในสิ่งของที่มัดไว้ (ที่ติดกัน)

ตัวอย่างที่ 27 สามีภรรยาคู่หนึ่ง พร้อมด้วยลูก 4 คนมายืนเรียงแถวยาวเพื่อถ่ายรูป จะมีวิธีจัดให้ยืนทั้งหมดกี่วิธี เพื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไข 2) พ่อและแม่ยืนติดกัน 3) พ่อและแม่ยืนริมทั้ง2ด้าน

ตัวอย่างที่ 28 มีนักเรียนชาย 3 คนและมีนักเรียนหญิง 2 คน รวมกับครู 1 คน ยืนถ่ายรูปหมู่เป็นแถวตรง 1 แถว จงหาจำนวนวิธีในการยืนถ่ายรูป เมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม 2) ครูยืนอยู่ริมแถว 3) นักเรียนหญิงยืนติดกัน

ตัวอย่างที่ 29 มีผู้ชาย 4 คน หญิง 3 คน มานั่งบนบนม้านั่งแถวยาว จะมีวิธีนั่งได้ทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ

1) เพศเดียวกันนั่งติดกัน
2) ชายทั้ง 4 คนนั่งติดกัน
3) หญิงทั้ง 3 คนนั่งติดกัน
4) ชายและหญิงนั่งสลับที่กัน

ตัวอย่างที่ 30 มีนักเรียน 6 คน และนักเรียนหญิง 6 คนมายืนเรียงแถวยาว จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดให้นักเรียนยืนแถวตรงทั้งหมด เมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไข
2) เพศเดียวกันยืนติดกัน
3) ชายและหญิงยืนสลับที่กันทีละคน
4) ชายและหญิงยืนสลับที่กันทีละ 2 คน
5) ชายและหญิงยืนสลับที่กันทีละ 3 คน

ตัวอย่างที่ 31 ในการจัดเรียงหนังสือในแนวเส้นตรง โดยมีหนังสือวิทยาศาสตร์ 3 เล่มที่แตกต่างกัน คณิตศาสตร์ 3 เล่มที่แตกต่างกัน ภาษาอังกฤษ 2 เล่มที่แตกต่างกัน ภาษาไทย 1 เล่ม จะมีวิธีการจัดเรียงทั้งหมดกี่วิธี

1) หนังสือหมวดเดียวกันอยู่ติดกัน

2) หนังสือหมวดคณิตอยู่ติดกัน หมวดวิทยาศาสตร์อยู่ติดกัน

3) หนังสือหมวดคณิตอยู่ติดกัน หมวดอังกฤษอยู่ติดกัน

4) ให้หนังสือหมวดคณิตศาสตร์เท่านั้นอยู่ติดกัน

5) ให้หนังสือหมวดอังกฤษเท่านั้นอยู่ติดกัน

6) ให้หนังสือหมวดอังกฤษเท่านั้นอยู่ติดกันและอยู่ริมสุด

การหางานของการจัดสิ่งของที่<u>ไม่ต้องการยืนติดกัน</u>

ขั้นที่ 1 ให้เก็บสิ่งของที่ไม่ต้องการติดกันไว้ก่อนแล้วนำที่เหลือมาจัดเรียง

ขั้นที่ 2 หาตำแหน่งให้กับสิ่งของที่ไม่ต้องการติดกันลง แล้วทำการจัดเรียงสิ่งของ

ตัวอย่างที่ 32 มีผู้ชาย 5 คน และผู้หญิง 4 คน มายืนเรียงแถวยาว จะมีวิธีการยืนทั้งหมดกี่วิธีเมื่อ

1) ไม่มีผู้ชาย 2 คนใดใดยืนติดกัน

2) ไม่มีผู้หญิง 2 คนใดใดยืนติดกัน

ตัวอย่างที่ 33 สามีภรรยาคู่หนึ่งมีบุตรชาย 2 คน และบุตรสาว 3 คน ถ้าให้ทั้งหมดมายืนเรียงแถวยาว จะมีวิธีการยืนกี่วิธีเมื่อ

1) บุตรชายยืนติดกัน และบุตรสาวยืนแยกกันหมด

2) บุตรสาวยืนติดกัน แต่บุตรชายยืนแยกกันหมด

ทฤษฎีบท ในการจัดสิ่งของ n สิ่ง ที่แตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดครั้งละ r สิ่ง $(r \le n)$

จะจัดได้ทั้งหมด $\frac{n!}{(n-r)!}$ วิธี

อาจใช้สัญลักษณ์ ${}^{n}P_{r}$ หรือ $P_{n,r}$ แทนจำนวนวิธีในการจัดเรียงลำดับสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดครั้งละ r สิ่ง ดังนี้ $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$

ตัวอย่างที่ 34 จงหาค่า n จากข้อต่อไปนี้

1) $P_{7,5}$

2) $P_{6,2}$

3) $P_{n,4} = 2 \cdot P_{n,2}$

ตัวอย่างที่ 35 การเลือกตั้งสมาชิกเพื่อดำรงตำแหน่งสโมสรรวม 3 ตำแหน่งคือ ประธาน รองประธานและเลขานุการ ในการสมัครครั้งนี้มีผู้สมัครเข้ารับเลือกตั้งตำแหน่ง 10 คน จงหาจำนวนวิธีที่ผู้สมัครเหล่านี้จะได้รับเลือกตั้ง

ตัวอย่างที่ 36 ในการจับฉลากชิงรางวัล 2 รางวัลเนื่องในโอกาสวันปีใหม่ของนักเรียนห้องหนึ่งจำนวน 30 คน ได้ทำสลากขึ้น 30 ใบ แต่ละใบมีชื่อนักเรียนแต่ละคน จากนั้นให้คุณครูประจำชั้นจับสลากนี้ 2 ครั้ง ครั้งละใบ ผู้มีชื่อในฉลากใบแรกและใบที่สอง จะได้รับรางวัลที่ 1 และที่ 2 ตามลำดับ จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่นักเรียนเหล่านี้จะได้รับรางวัล

ตัวอย่างที่ 37 ต้องการสร้างจำนวนที่มี 4 หลัก จากเลขโดด 1,2,3,...,9 โดยที่แต่ละหลักไม่ซ้ำกัน จะสร้างได้ทั้งหมดกี่จำนวน เมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

2) หลักหน่วยและหลักร้อยเท่านั้นเป็นเลขคี่

3) แต่ละหลักสลับเลขคู่และเลขคี่

ตัวอย่างที่ 38 ต้องการสร้างคำที่ประกอบไปด้วยตัวอักษร 4 ตัว ไม่ซ้ำกัน โดยเลือกมาจากคำว่า **ENTRANCE** จะสร้างได้ทั้งหมดกี่คำ โดยคำที่สร้างขึ้นมาไม่จำเป็นต้องมีความหมายก็ได้ เมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

2) อักษรตัวแรกเป็นสระ และอักษรตัวสุดท้ายเป็นพยัญชนะ

3) มีสระอย่างน้อย 1 ตัว

ตัวอย่างที่ 39 มีเก้าอี้ทั้งหมด 8 ตัวเรียงเป็นแถวยาว มีคนทั้งหมด 4 คนคือ นาย ก. นาย ข. นาย ค. และนาย ง ต้องการนั่งบนเก้าอี้ จงหาจำนวนวิธีในการนั่ง เมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม 2) คนทั้ง 4 คน ต้องนั่งติดกัน

3) นาย ก. นั่งเก้าอี้ตัวแรก และนาย ข. นั่งเก้าอี้ตัวสุดท้าย

การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่งที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด(มีบางสิ่งซ้ำกัน)

$$d = \frac{n!}{n_1!\, n_2!\ldots n_k!}$$

ตัวอย่างที่ 40 ตัวอักษรในคำว่า SUCCESS จะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนเป็นคำต่างๆ ที่ไม่จำเป็นต้องมีความหมายได้ทั้งหมดกี่วิธี

ตัวอย่างที่ 41 ตัวอักษรในคำว่า LOVELYPOO จะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนเป็นคำต่างๆ ทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ

1) อักษรที่ไม่ซ้ำกันอยู่ติดกัน

2) อักษรที่ซ้ำกันในกลุ่มเดียวกันอยู่ติดกัน

ตัวอย่างที่ 42 มีตัวเลข 7 ตัว ดังนี้ 1,1,2,2,2,3,4 ถ้านำตัวเลขทุกตัวมาจัดเรียงเป็นจำนวนที่มี 7 หลัก จะสร้างได้กี่วิธี เมื่อ 1) ไม่มีเงื่อนไข 2) มีค่ามากกว่า 2 ล้าน

ตัวอย่างที่ 43 นักเรียนกลุ่มหนึ่ง 12 คน เป็นนักเรียนชาย 7 คนและนักเรียนหญิง 5 คน โดยที่นักเรียนแต่ละคนมีความสูงเท่ากัน ถ้าต้องการให้นักเรียนทั้งหมดมาเข้าแถวหน้ากระดานเรียงหนึ่ง จะมีวิธีการยืนเข้าแถวกี่วิธี เมื่อต้องการให้ ถ้ามองจากหัวแถวไปยังหางแถวแล้วจะพบว่า

1) นักเรียนยืนเรียงตามลำดับความสูง

2) นักเรียนชายยืนเรียงลำดับจากสูงไปหาต่ำ

3) นักเรียนชายยืนติดกันทั้ง 7 คนและยืนเรียงตามลำดับความสูงและนักเรียนหญิงยืนเรียงลำดับจากสูงไปหาต่ำ

ตัวอย่างที่ 44 พยาบาลผู้หนึ่งมีหน้าที่เรียกคนไข้เข้าตรวจรักษาทีละคน ถ้ามีคนไข้ทั้งหมด 7 คน ในจำนวนนี้มี แดน บีม บิ๊กและปู รวมอยู่ด้วย พยาบาลผู้นี้จะมีวิธีเรียกคนไข้เข้าตรวจจนครบ 7 คน ทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ

1) แดน ได้เข้าตรวจก่อนบีม และนายบีมได้เข้าตรวจก่อนบิ๊ก

2) แดน ได้เข้าตรวจก่อนบีม และนายบิ๊กได้เข้าตรวจก่อนปู

วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลม (Circular permutation)

วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลมแตกต่างไปจากวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้น โดยที่การจัดเรียงแบบวงกลมจะไม่สามารถระบุตำแหน่งหัวแถวหรือท้ายแถวได้ เช่น การจัดคนนั่งรอบโต๊ะกลม การร้อยพวงมาลัยเป็นวงกลม

วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลม สามารถแยกออกได้เป็น 2 ประเภท

1) วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลมแบบพลิกไม่ได้ เช่น การจัดคนยืนเป็นวงกลม จัดคนนั่งรอบโต๊ะกลม

⇨ จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลมแบบพลิกไม่ได้ คือ $(n-1)!$ วิธี

2) วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลมแบบพลิกได้ ได้แก่ การร้อยพวงมาลัยแบบวงกลม

⇨ ถ้ามีสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลมที่พลิกได้เท่ากับ $\frac{(n-1)!}{2}$ วิธี

ตัวอย่างที่ 45 จงหาจำนวนวิธีการนั่งของคน 5 คน รอบโต๊ะกลมซึ่งมี 5 ที่นั่ง

ตัวอย่างที่ 46 มีเกย์คิง 2 คน และเกย์ควีน 4 คน มายืนเรียงกันเป็นวงกลม จะยืนได้กี่วิธี เมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไขใดเพิ่มเติม
2) เกย์คิง 2 คน ยืนติดกันเสมอ
3) เกย์คิง 2 คน ยืนแยกจากกันเสมอ
4) เกย์คิง 2 คน ยืนตรงข้ามกันเสมอ

ตัวอย่างที่ 47 มีคน 8 คน ในจำนวนนี้มี Boy Nong และ Pat รวมอยู่ด้วย ถ้าให้ทั้งหมดนั่งรอบโต๊ะกลมตัวหนึ่ง จะมีวิธีนั่งกี่วิธี เมื่อ

1) Boy Nong และ Pat นั่งติดกันเสมอ

2) Boy Nong และ Pat นั่งแยกจากกันเสมอ

3) Boy นั่งติดกัน Nong แต่ไม่ติดกัน Pat

ตัวอย่างที่ 48 มีนักเรียนชาย 4 คน และนักเรียนหญิง 4 คน โดยมีนายกอไผ่และนางสาวกอบัว รวมอยู่ด้วยจะจัดเรียงแบบวงกลมได้ทั้งหมดได้กี่วิธี เมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

2) นายกอไผ่และนางสาวกอบัว ยืนติดกัน

3) ชายและหญิงสลับที่กันทีละคน

4) ชายและหญิงสลับที่กันทีละ 2 คน

ตัวอย่างที่ 49 น้องแม็ก ทาสี 5 สี บนสี่เหลี่ยมลูกบาศก์หน้าเกลี้ยงทุกหน้า หน้าละสี โดยที่ไม่ให้หน้าที่ทาสีเดียวกันอยู่ติดกัน จะมีวิธีการทาสีทั้งหมดกี่วิธี

ตัวอย่างที่ 50 น้องพลอยร้องพวงมาลัยเป็นวงกลมด้วยดอกไม้ 9 ดอก แต่ละดอกแตกต่างกัน โดยที่ดอกไม้มีสีขาว 2 ดอก สีแดง 3 ดอกที่เหลือมีสีไม่ซ้ำกัน อยากทราบว่า จะได้พวงมาลัยที่แตกต่างกันกี่วิธี เมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไขใดเพิ่มเติม

2) สีขาวอยู่ติดกันและสีแดงอยู่ติดกัน

ตัวอย่างที่ 51 มีดอกไม้ 8 ดอกที่แตกต่าง มีสีขาว 4 ดอก สีชมพู 4 ดอก นำมาร้อยพวงมาลัยได้กี่วิธี ที่แตกต่าง เมื่อมีเงื่อนไขดังนี้

1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

2) ให้สีขาวสลับที่กับสีชมพู

3) ให้สีขาวอยู่ติดกันและสีชมพูอยู่ติดกัน

ตัวอย่างที่ 52 มีคนทั้งหมด 5 คน จัดให้นั่งรอบโต๊ะกลม จะจัดได้กี่วิธีเมื่อ

1) จัดทีละ 3 คน

2) จัดทีละ 4 คน

3) จัดทีละ 5 คน

โจทย์แบบอย่างน้อย

โจทย์ข้อนี้เป็นต้องแบ่งเป็นกรณีซึ่งบางครั้งอาจจะแบ่งๆได้หลายกรณีมากและเสียเวลาในการคิด ลองมาพิจารณางานที่อยู่ตรงข้ามกับโจทย์ต้องการถ้างานที่อยู่ตรงข้ามนั้นหาได้ง่ายกว่าก็จะใช้หลักการคล้ายๆกับเรื่องเซตเข้ามาช่วยแก้โดยที่

$n(E) = n(U) - n(E')$ หรือเรียกว่า

⇨ n (งานที่โจทย์ต้องการ) = n (งานทั้งหมด) - n (งานที่ตรงข้ามกับโจทย์)

ตัวอย่างที่ 53 ในการสร้างเลข 4 หลักจากเลข 2,4,5,6,7,8 จะสร้างเลขสี่หลักที่มีการใช้เลขซ้ำกันอย่างน้อย 2 หลักได้กี่จำนวน

ตัวอย่างที่ 54 มีโรงแรม 6 แห่ง อยากทราบว่านักท่องเที่ยว 4 คน จะเลือกพักโรงแรมดังกล่าวโดยมีนักท่องเที่ยวอย่างน้อย 2 คน พักโรงแรมเดียวกัน

ตัวอย่างที่ 55 ครอบครัวหนึ่งย้ายมาจากต่างจังหวัด มีบุตร 4 คนที่ต้องการเข้าโรงเรียน ถ้ามีโรงเรียนที่นักเรียนทั้งสามจะเข้าได้ 5 โรงเรียน จะมีวิธีการเลือกเค้าโรงเรียนได้กี่วิธี ถ้ามีบุตรอย่างน้อย 2 คนอยู่โรงเรียนเดียวกัน

Worksheet 3: การเรียงสับเปลี่ยน

คำชี้แจง : แสดงวิธีทำลงสมุด พร้อมลอกโจทย์

1. จงหาจำนวนคำที่เกิดจากการสลับที่ของตัวอักษร ของคำว่า HISTORY มีทั้งหมดกี่คำ เมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไข 2) พยัญชนะทุกตัวอยู่ติดกัน

3) ไม่มีสระตัวใดอยู่ติดกัน

2. มีหนังสือแตกต่างกัน 7 เล่ม ประกอบด้วยคณิตศาสตร์ 3 เล่ม จงหาจำนวนวิธีในการจัดเรียงหนังสือแบบแถวยาวแถวเดียว เมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไข 2) หนังสือคณิตศาสตร์ต้องอยู่ติดกัน

3) หนังสือคณิตศาสตร์ต้องแยกกันทั้ง 3 เล่ม

4) หนังสือคณิตศาสตร์อยู่หัวแถวท้ายแถว

3. ครู 1 คน นักเรียนชาย 4 คนและนักเรียนหญิง 4 คน ยืนถ่ายรูปหมู่เป็นแถวยาวแถวเดียว จงหาจำนวนวิธีในการยืนตามเงื่อนไข ต่อไปนี้

1) ไม่มีเงื่อนไข 2) ครูยืนตรงกลาง

3) นักเรียนชายยืนติดกันทั้งหมด 4) นักเรียนชายยืนแยกกัน

5) นักเรียนชายและนักเรียนหญิง ยืนสลับที่กันละ 1 คน

6) ครูอยู่หัวแถวและนักเรียนหญิงอยู่หัวแถว

7) นักเรียนหญิงยืนแยกกัน

8) ครูยืนอยู่ริมและนักเรียนชายยืนติดกัน

4. จงหาจำนวนคำจากการสลับที่ตัวอักษรของคำว่า “Teacheraward” โดยให้ตัวอักษรที่ซ้ำกันอยู่ติดกันเมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไข 2) ขึ้นต้นด้วยสระ

3) ขึ้นต้นด้วยพยัญชนะ 4) พยัญชนะอยู่ติดกัน

5) อักษรที่ซ้ำกันอยู่ริม

5. มีนักเรียนชาย 2 คน นักเรียนหญิง 3 คน นั่งบนเก้าอี้ยาวแถวเดียว 8 ตัว จงหาจำนวนวิธีในการนั่งที่แตกต่างกันทั้งหมด เมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไข 2) ชายนั่งติดกันและหญิงนั่งติดกัน

3) ไม่มีชายคนใดนั่งติดกัน 4) ชายนั่งสลับที่กับหญิง

6. มีนักเรียนกลุ่มหนึ่งมีจำนวน 6 คน ต้องการให้นักเรียนทั้ง 6 คน นั่งเก้าอี้แถวยาวแถวเดียว อย่างน้อย 1 คน จะมีวิธีการนั่งที่แตกต่างกี่วิธี

7. ต้องการสร้างคำใดก็ได้จากคำว่า “Politician” จะสร้างได้ทั้งหมดกี่คำ เมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไข 2) อักษรตัว i อยู่ติดกันหมด

3) อักษรตัว i อยู่ริม 4) อักษรตัว i อยู่แยกกันหมด

8. มีหนังสือที่แตกต่างกันทั้งหมด 5 วิชา ในแต่ละวิชามี 2 เล่มที่เหมือนกัน ถ้าต้องการจัดหนังสือ เป็นแถวยาวแถวเดียว จะจัดได้กี่วิธี

1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม 2) หนังสือวิชาเดียวกันอยู่ติดกัน

3) หนังสือที่อยู่ริมทั้ง 2 ด้าน เป็นวิชาเดียวกัน

9. จงหาจำนวนวิธีในการสร้างตัวเลข 5 หลัก จากเลขโดด 5 ตัว ดังนี้ 0,1,2,3,4 จะสร้างได้กี่จำนวนโดยห้ามใช้เลขซ้ำกัน เมื่อ

1) จำนวนที่สร้างมีค่ามากกว่า 10,000

2) จำนวนที่สร้างมีค่ามากกว่า 10,000 และเป็นจำนวนคี่

การสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

10. มีนักเรียนชาย 4 คน และหญิง 2 คน มายืนรอบเสาธงเป็นวงกลม จงหาจำนวนวิธีในการยืนทั้งหมด เมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม 2) ชายยืนติดกัน

3) หญิงยืนติดกัน 4) ผู้หญิง 2 คน ยืนตรงข้ามกันเสมอ

11. มีนักเรียนชาย 4 คน และนักเรียนหญิง 3 คน จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดนักเรียนทั้ง 7 คน ยืนเป็นวงกลม จะจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี

1) ชายยืนติดกันหมด 2) นักเรียนหญิงยืนติดกัน

12. คณะกรรมการผู้ใหญ่บ้านจำนวน 4 คน พร้อมภรรยาได้ร่วมกันรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม จงหาจำนวนวิธีในการจัดนั่ง เมื่อ

1) ประธานต้องนั่งในตำแหน่งที่กำหนดไว้

2) ประธานต้องนั่งในตำแหน่งที่กำหนดไว้ และภรรยาของประธานต้องนั่งติดกับประธาน

3) สามี ภรรยาแต่ละคู่ต้องนั่งติดกัน

4) เพศเดียวกันนั่งติดกัน

13. มีลูกปัดสีจำนวน 10 ลูก ลูกละ 1 สี ถ้านำลูกปัดทั้งหมดมาร้อยเป็นกำไรข้อมือ จะได้กำไรที่แตกต่างกันกี่วง เมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไข 2) สีดำและสีขาวอยู่ติดกัน

3) สีน้ำเงินไม่ติดกับสีเหลือง

14. มีนักเรียนชาย 6 คน และนักเรียนหญิง 6 คน นำนักเรียนทั้งหมดมายืนเป็นวงกลม จงหาจำนวนวิธีในการยืนของนักเรียนทั้ง 12 คน เมื่อ

1) ชายสลับที่กับหญิงทีละ 1 คน 2) ชายสลับที่กับหญิงทีละ 2 คน

3) ชายสลับที่กับหญิงทีละ 3 คน

4. วิธีการจัดหมู่ (Combination)

$$A = \{1,2,3,4\}$$

$$B = \{2,1,3,4\}$$

$$C = \{4,1,2,3\}$$

$$D = \{3,4,1,2\}$$

เซต A, B, C และ D ดังกล่าวเป็นเซตที่เท่ากัน เพราะไม่ได้คำนึงถึงตำแหน่งเป็นสำคัญ ซึ่งลักษณะของวิธีการจัดหมู่ก็ไม่ได้คำนึงถึงตำแหน่งเช่นกัน โดยวิธีการจัดหมู่จะไม่มีการจัดเรียง

ทำให้ได้ว่าการเลือกหรือการจัดหมู่สิ่งของครั้งละ r สิ่ง จากสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง แทนด้วยสัญลักษณ์

$$\binom{n}{r} \text{ หรือ } {}^{n}C_{r} \text{ หรือ } {}_{n}C_{r} \text{ หรือ } C_{n,r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

ตัวอย่างที่ 56 จงหาค่าต่อไปนี้

1) $C_{5,2}$

2) $\binom{10}{8}$

3) $\binom{10}{10}$

ตัวอย่างที่ 57 จงหาค่า n จากสมการต่อไปนี้

1) $C_{n,n-1} = 20$

2) $C_{n,n-2} = 45$

3) $C_{n-1,n-3} = 36$

4) $C_{n+1,n} = 100$

ตัวอย่างที่ 58 จงหาค่า n จากสมการต่อไปนี้

1) $C_{n,12} = C_{n,4}$

2) $C_{n,12} = C_{n,10}$

ตัวอย่างที่ 59 สมพรมีเสื้อที่แตกต่างกัน 10 ตัว เขาต้องการนำเสื้อไปเที่ยวจำนวน 4 ตัว จะมีวิธีจัดเสื้อไปเที่ยวได้ทั้งหมดกี่วิธี

ตัวอย่างที่ 60 มีนักเรียนทั้งหมด 12 คน เป็นนักเรียนชาย 8 คน และนักเรียนหญิง 4 คน จงหาจำนวนวิธีในการเลือกกรรมการจำนวน 5 คน จากคนทั้งหมด 12 คน โดยมีเงื่อนไขต่อไปนี้

1) ไม่มีเงื่อนไข

2) เป็นนักเรียนชาย 3 คน และนักเรียนหญิง 2 คน

3) กรรมการต้องเป็นชายอย่างน้อย 1 คน

ตัวอย่างที่ 61 บนเส้นรอบวงวงกลมหนึ่งมีจุดคงที่ 8 จุด จงหา

1) จำนวนเส้นตรงที่ลากเชื่อมระหว่างจุดสองจุด

2) จำนวนรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดเหล่านี้เป็นจุดยอดมุมของรูปสามเหลี่ยมทั้ง 3 มุม

ตัวอย่างที่ 62 มีนักเรียนทั้งหมด 10 คน เป็นชาย 6 คน และหญิง 4 คน ถ้าต้องการเลือกตัวแทนจากคนกลุ่มนี้มา 4 คน จงหาจำนวนวิธีในการเลือกตัวแทนทั้งหมด เมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไข

2) ได้จำนวนผู้ชายมากกว่าจำนวนผู้หญิง(มีทั้งชายและหญิง)

3) ได้จำนวนผู้ชายเท่ากับจำนวนผู้หญิง

4) ได้ทั้งผู้ชายและผู้หญิง

ตัวอย่างที่ 63 นักเรียนห้องหนึ่งมี 15 คน เป็นนักเรียนชาย 10 คน หญิง 5 คน แบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่มเพื่อไปทำงานตามใบงานที่ 1,2 และ 3 โดยที่ใบงานชิ้นที่ 1 ต้องการชาย 8 คน ใบงานชิ้นที่ 2 ต้องการหญิง 2 คน และใบงานชิ้นที่ 3 ต้องการ 5 คน จงหาจำนวนวิธีที่จะแบ่งนักเรียนไปทำงาน 3 ชิ้นงานนี้

ตัวอย่างที่ 64 ต้องการสร้างคำที่ประกอบไปด้วยตัวอักษรที่ไม่ซ้ำกัน 4 ตัว และไม่จำเป็นต้องมีความหมายจากคำว่า “Published” จะสร้างได้กี่คำ เมื่อ

1) มีพยัญชนะ 2 ตัว และสระ 2 ตัว 2) มีทั้งพยัญชนะและสระ

3) มีจำนวนพยัญชนะและสระเท่ากันและให้สระอยู่ติดกัน

4) มีทั้งพยัญชนะและสระ โดยให้สระอยู่หัวและท้าย

Worksheet 4: การจัดหมู่

1. จงหาค่า n จากสมการต่อไปนี้

1) $C_{n,3} = C_{50,47}$ 2) $C_{n,7} = C_{n,5}$

3) $P_{n,3} = 3C_{n,4}$ 4) $\frac{C_{n+2,3}}{C_{n,2}} = 4$

2. ในการแข่งขันฟุตบอลซึ่งประกอบด้วยทีมทั้งหมด 7 ทีม จะจัดให้ทุกทีมแข่งขันแบบพบกันหมด จงหา

1) แต่ละทีมต้องแข่งขันกับทีมอื่นๆกี่ครั้ง

2) มีการขางขันทั้งหมดกี่ครั้ง

3. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอล 10 ลูก ประกอบด้วยสีแดง 4 ลูก สีขาว 3 ลูก และสีเหลือง 3 ลูก ถ้าหยิบลูกบอล 3 ลูก จากกล่องนี้ จงหาจำนวนวิธีที่

1) ได้ลูกบอลสีแดง 1 ลูก 2) ได้ลูกบอลสีขาวอย่างน้อย 1 ลูก

4. ข้อสอบวิชาฟิสิกส์ชุดหนึ่งมี 8 ข้อ นายมาริโอต้องทำข้อสอบ 5 ข้อจาก 8 ข้อ นายมาริโอ จะมีวิธีในการเลือกทำข้อสอบกี่วิธี เมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม 2) มาริโอต้องทำข้อ 1 และข้อ 2

5. ไพ่สำรับหนึ่งมี 52 ใบ แบ่งเป็น 4 ชุด ชุดละ 13 ใบ คือชุดโพแดง ดอกจิก โพดำและข้าวหลามตัด จงหาจำนวนวิธีในการหยิบไพ่จากเงื่อนไขต่อไปนี้

1) 3 ใบ 2) 13 ใบ

3) 5 ใบโดยต้องเป็นโพแดงทั้งหมด 4) หยิบไพ่ 4 ใบให้ครบชุด

5) 10 ใบโดยเป็นโพแดง 3 ใบ โพดำ 2 ใบและข้าวหลามตัด 5 ใบ

6. ต้องการนำตัวอักษรจากคำว่า “Summarize” มาสร้างเป็นคำใหม่ประกอบไปด้วยตัวอักษร 4 ตัว โดยไม่จำเป็นต้องมีความหมาย โดยมีเงื่อนไขต่อไปนี้

1) ไม่มีเงื่อนไข 2) มีพยัญชนะอย่างน้อย 1 ตัว

3) มีพยัญชนะ 2 ตัวและสระอยู่ติดกัน 4) มีพยัญชนะสลับที่กับสระ

7. มีสามี ภรรยาจำนวน 4 คู่ ถ้าต้องการนำ 6 คนมานั่งรอบโต๊ะกลม จะจัดได้กี่วิธีเมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไข 2) ชายและหญิง นั่งสลับที่กัน

3) ต้องเป็นสามี ภรรยากันทั้ง 3 คู่และแต่ละคู่ต้องนั่งติดกัน