****

**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2**

**หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การประยุกต์ 2 เรื่อง ข่ายงาน**

**วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 (ค21202) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**

**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 เวลา 1 คาบ**

**ผู้สอน อาจารย์เกตุม สระบุรินทร์**

**ผลการเรียนรู้**

1. นักเรียนสามารถใช้ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาต่าง ๆ ได้

2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

**จุดประสงค์การเรียนรู้**

1. นักเรียนสามารถบอกจำนวนจุดยอดคี่และจุดยอดคู่ของข่ายงานที่กำหนดให้ได้

2. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าข่ายงานที่กำหนดให้ ข่ายงานใดเป็นข่ายงานที่ผ่านได้

**สาระสำคัญ**

**ข่ายงาน** คือ การลากเส้นจากจุดหนึ่งไปอีกจุดหนึ่งแล้วแล้วจะลากเส้นกลับมาทับเส้นเดิมไม่ได้ แต่สามารถลากเส้นผ่านจุดเดิมได้

**จุดยอด** คือ จุดแต่ละจุดบนข่ายงาน

**เส้นเชื่อม** คือ เส้นที่เชื่อมระหว่างจุดยอด

**จุดยอดคี่** คือ จุดยอดซึ่งมีจำนวนเส้นเชื่อมที่ผ่านจุด ณ จุดนั้นเป็นจำนวนคี่

**จุดยอดคู่** คือ จุดยอดซึ่งมีจำนวนเส้นเชื่อมที่ผ่านจุด ณ จุดนั้นเป็นจำนวนคู่

**ข่ายงานที่ผ่านได้** คือ ข่ายงานที่สามารถลากตามเส้นเชื่อมทุกเส้นได้โดยตลอดอย่างต่อเนื่อง และไม่ซ้ำเส้นเดิม ซึ่งข่ายงานจะเป็นข่ายงานที่ผ่านได้ก็ต่อเมื่อจำนวนของจุดยอดคี่ในข่ายงานนั้นเป็น 0 หรือ 2

**สาระการเรียนรู้**

**ด้านความรู้**

- แบบรูปของจำนวน

**ด้านทักษะ/กระบวนการ**

- การให้เหตุผล

- การสื่อสาร การสื่อความหมาย

**ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์**

- มีวินัย

- ใฝ่เรียนรู้

- มุ่งมั่นในการทำงาน

**ด้านสมรรถนะ**

- ความสามารถในการสื่อสาร

- ความสามารถในการคิด

**กิจกรรมการเรียนรู้**

**กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน**

1. ครูสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับการใช้ตัวเลขและจำนวนในกิจกรรมต่าง ๆ ที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว เช่น แบบรูปของจำนวนคู่และจำนวนคี่ และแนะนำว่าแบบรูปของจำนวนที่จะกล่าวต่อไปนี้ เป็นผลงานของนักคณิตศาสตร์หลาย ๆ คนที่มีความคิดสร้างสรรค์เชิงคณิตศาสตร์ ได้สร้างทฤษฎีบท คิดค้นสูตร กิจกรรมหรือเกมต่าง ๆ ให้คนรุ่นหลังได้รู้จักและได้เรียนรู้สืบต่อ ๆ กันมา

2. ครูยกตัวอย่างคำภาษาไทยและภาษาอังกฤษ เช่น นาน ยาย MOM DAD ให้นักเรียนช่วยกันสังเกตการเขียนของคำต่าง ๆ แล้วให้เขียนเรียงอักษรย้อนกลับจากหลังไปข้างหน้า

3. ครูแนะนำว่าตัวอย่างของคำหรือวลีที่มีลักษณะดังคำดังกล่าวนี้เราจะเรียกว่า **พาลินโดรม** ซึ่งพาลินโดรมในภาษากรีกแปลว่า วิ่งกลับไปที่เดิมอีก (running back again) นั่นคือเมื่อเรียงย้อนกลับหรือเรียงจากหลังไปหน้าแล้วยังคงได้คำหรือวลีเดิม

4. ครูให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างคำในภาษาไทย และภาษาอังกฤษที่เป็นพาลินโดรม แล้วเขียนคำตอบลงในใบงานที่ 1

**กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน**

5. ครูอธิบายกับนักเรียนว่า ในทางคณิตศาสตร์พาลินโดรมที่เป็นจำนวนนับที่เมื่อเขียนเลขโดดเรียงย้อนกลับจากหลังไปหน้าหรือจากขวาไปซ้ายแล้วได้จำนวนเดิม เช่น 8, 66, 101 และ 797

- พาลินโดรมที่มีหนึ่งหลัก เช่น 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 และ 9

- พาลินโดรมที่มีสองหลัก เช่น 22, 33, 66 และ 99

- พาลินโดรมที่มีสามหลัก เช่น 232, 999, 585 และ 101

6. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม “กำลังของพาลินโดรม” แล้วสังเกตผลลัพธ์ที่ได้ว่าเป็นพาลินโดรมหรือไม่

112 = 121 (เป็นพาลินโดรม)

1012 = 10201 (เป็นพาลินโดรม)

10012 = 1002001 (เป็นพาลินโดรม)

100012 = 100020001 (เป็นพาลินโดรม)

1000012 = 10000200001 (เป็นพาลินโดรม)

10000012 = 1000002000001 (เป็นพาลินโดรม)

222 = 484 (เป็นพาลินโดรม)

2022 = 40804 (เป็นพาลินโดรม)

20022 = 4008004 (เป็นพาลินโดรม)

200022 = 400080004 (เป็นพาลินโดรม)

2000022 = 40000800004 (เป็นพาลินโดรม)

20000022 = 4000008000004 (เป็นพาลินโดรม)

7. ครูอธิบายกับนักเรียนในการสร้างพาลินโดรมทางคณิตศาสตร์ที่นิยมกัน คือ นำจำนวนนับที่มีสองหลัก หรือมากกว่าสองหลักมาบวกกับจำนวนนับที่เขียนเลขโดดเรียงย้อนกลับกับจำนวนนับนั้น ทำไปเรื่อย ๆ จนกว่าผลบวกที่ได้จะเป็นพาลินโดรม ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงสร้างพาลินโดรมของ 26

วิธีทำ ครั้งที่ 1 : 26 + 62 = 88 เป็นพาลินโดรม

ตัวอย่างที่ 2 จงสร้างพาลินโดรมของ 75

วิธีทำ ครั้งที่ 1 : 75 + 57 = 132

ครั้งที่ 2 : 132 + 231 = 363 เป็นพาลินโดรม

ตัวอย่างที่ 3 จงสร้างพาลินโดรมของ 165

วิธีทำ ครั้งที่ 1 : 165 + 561 = 726

ครั้งที่ 2 : 726 + 627 = 1353

ครั้งที่ 3 : 1353 + 3531 = 4884 เป็นพาลินโดรม

8. ครูเล่าประวัติเกี่ยวกับเลโอนาร์โดแห่งปีซา หรือฟีโบนักชี นักคณิตศาสตร์ชาวอิตาลีว่า เขาเป็นผู้นำระบบตัวเลขฮินดูอารบิกมาใช้อย่างแพร่หลายในยุโรป เขาได้ศึกษาความเป็นไปทางธรรมชาติโดยตั้งโจทย์ปัญหาข้อหนึ่งซึ่งมีชื่อเสียงมาก คือ ปัญหากระต่ายในทุ่งหญ้า ปัญหานี้ทำให้ได้แบบรูปของจำนวนชุดหนึ่ง ซึ่งปัญหาดังกล่าวรู้จักกันอย่างกว้างขวางในชื่อว่า **ลำดับฟีโบนักชี**

9. ครูอธิบายเกี่ยวกับลำดับฟีโบนักชี ดังนี้

ลำดับฟีโบนักชี คือ แบบรูปของจำนวนชุดหนึ่งที่เรียงลำดับ โดยจำนวนถัด ๆ ไปหาได้จากผลบวกของสองจำนวนก่อนหน้าของจำนวนนั้น นั่นคือ

จำนวนที่ n = จำนวนที่ (n – 1) + จำนวนที่ (n – 2)

ให้ Fn แทน พจน์ที่ n ของลำดับ จะได้ว่า

Fn = Fn-1 + Fn-2

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้ F12 = 144 และ F13 = 233 จงหา F14

วิธีทำ จาก F14 = F13 + F12

= 233 + 144

ดังนั้น = 377

ตัวอย่างที่ 5 F15 = 610 และ F17 = 1,597 จงหา F16

วิธีทำ จาก F17 = F16 + F15

จะได้ F16 = F17 – F15

= 1,597 – 610

ดังนั้น = 987

10. ครูกล่าวกับนักเรียนว่า นอกจากเรื่องของปัญหากระต่ายในทุ่งหญ้าแล้ว จะพบว่าจำนวนในลำดับของฟีโบนักชียังปรากฏอยู่ในธรรมชาติอีกมาก เช่น จำนวนตาของสับปะรด การเรียงของเมล็ดดอกทานตะวัน ลูกสน และอื่น ๆ อีกหลายอย่าง

**กิจกรรมรวบยอด**

11. ครูให้นักเรียนสรุปร่วมกันเรื่อง พาลินโดรม และลำดับฟีโบนักชี ที่เรียนในวันนี้ ดังนี้

พาลินโดรม คือ จำนวนนับที่เมื่อเขียนเลขโดดเรียงย้อนกลับจากหลังไปหน้า หรือจากขวาไปซ้ายแล้วได้จำนวนเดิม

วิธีการสร้างพาลินโดรมทางคณิตศาสตร์ ทำได้โดยนำจำนวนนับที่มีสองหลักมาบวกกับจำนวนที่ได้จากการเขียนเลขโดดเรียงย้อนกลับจากหลังไปหน้าของจำนวนเดิม ถ้าผลลัพธ์ยังไม่เป็นพาลินโดรม ให้นำผลลัพธ์นั้นไปบวกกับจำนวนที่ได้จากการเขียนเลขโดดเรียงย้อนกลับจากหลังไปหน้าของผลลัพธ์นั้นอีก ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะได้พาลินโดรม

ลำดับฟีโบนักชี คือ แบบรูปของจำนวนชุดหนึ่งที่เรียงลำดับ โดยจำนวนถัด ๆ ไปหาได้จากผลบวกของสองจำนวนก่อนหน้าของจำนวนนั้น นั่นคือ

จำนวนที่ n = จำนวนที่ (n – 1) + จำนวนที่ (n – 2)

ให้ Fn แทน พจน์ที่ n ของลำดับ จะได้ว่า

Fn = Fn-1 + Fn-2

12. ครูให้นักเรียนตอบคำถาม ปัญหากระต่ายในทุ่งหญ้า ในใบงานที่ 1 เรื่อง แบบรูปของจำนวน

**หลักฐานการเรียนรู้**

- ใบงานที่ 1 เรื่อง แบบรูปของจำนวน

**สื่อ/แหล่งการเรียนรู้**

- หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2

**การวัดและการประเมิน**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **เป้าหมาย** | **หลักฐาน** | **เครื่องมือวัด** | **เกณฑ์การประเมิน** |
| **ด้านความรู้**  - แบบรูปของจำนวน | - ใบงานที่ 1 เรื่อง แบบรูปของจำนวน | - ใบงานที่ 1 เรื่อง แบบรูปของจำนวน | ตรวจสอบความถูกต้องของวิธีทำและคำตอบ |
| **ด้านทักษะ/กระบวนการ**  - การให้เหตุผล  - การสื่อสาร การสื่อความหมาย | - ใบงานที่ 1 เรื่อง แบบรูปของจำนวน | - ใบงานที่ 1 เรื่อง แบบรูปของจำนวน | ตรวจสอบความถูกต้องของวิธีทำและคำตอบ |
| **ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์**  - มีวินัย  - ใฝ่เรียนรู้  - มุ่งมั่นในการทำงาน | - การเข้าเรียน  - การทำงาน | - การเข้าเรียน  - การมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน | - เข้าเรียนตรงเวลา  - เมื่อครูถามคำถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นใน  การตอบคำถาม |
| **ด้านสมรรถนะ**  - ความสามารถในการสื่อสาร  - ความสามารถในการคิด | - ใบงานที่ 1 เรื่อง แบบรูปของจำนวน | - ใบงานที่ 1 เรื่อง แบบรูปของจำนวน | ตรวจสอบความถูกต้องของวิธีทำและคำตอบ |

ลงชื่อ.............................................ผู้สอน

(อาจารย์เกตุม สระบุรินทร์)

**บันทึกหลังการสอน**

**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2**

**ผลการสอน**

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

**ปัญหาและอุปสรรค**

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

**ข้อเสนอแนะ**

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

...................................................................................................................................................................

ลงชื่อ..............................................

(อาจารย์เกตุม สระบุรินทร์)

อาจารย์ผู้สอน

**ความเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้**

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

...................................................................................................................................................................

ลงชื่อ..............................................

(อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ)

หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้

**ความเห็นของรองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ**

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

...................................................................................................................................................................

ลงชื่อ..............................................

(อาจารย์ ดร.สุดารัตน์ ศรีมา)

รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ