****

**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1**

**หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การประยุกต์ 2 เรื่อง แบบรูปของจำนวน**

**วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 (ค21202) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**

**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 เวลา 1 คาบ**

**ผู้สอน อาจารย์เกตุม สระบุรินทร์**

**ผลการเรียนรู้**

 1. นักเรียนสามารถใช้ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาต่าง ๆ ได้

 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

**จุดประสงค์การเรียนรู้**

1. นักเรียนสามารถเขียนจำนวนจากแบบรูปที่กำหนดให้ได้

2. นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ของแบบรูปที่กำหนดให้ได้

3. นักเรียนสามารถใช้แบบรูปแก้ปัญหาที่กำหนดให้ได้

**สาระสำคัญ**

 **พาลินโดรม (Palindrome)**

พาลินโดรม คือ จำนวนนับที่เมื่อเขียนเลขโดดเรียงย้อนกลับจากหลังไปหน้า หรือจากขวาไปซ้ายแล้วได้จำนวนเดิม เช่น

 - พาลินโดรมที่มีหนึ่งหลัก เช่น 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 และ 9

 - พาลินโดรมที่มีสองหลัก เช่น 22, 33, 66 และ 99

 - พาลินโดรมที่มีสามหลัก เช่น 232, 999, 585 และ 101

 **วิธีการสร้างพาลินโดรมทางคณิตศาสตร์** ทำได้โดยนำจำนวนนับที่มีสองหลักมาบวกกับจำนวนที่ได้จากการเขียนเลขโดดเรียงย้อนกลับจากหลังไปหน้าของจำนวนเดิม ถ้าผลลัพธ์ยังไม่เป็น พาลินโดรม ให้นำผลลัพธ์นั้นไปบวกกับจำนวนที่ได้จากการเขียนเลขโดดเรียงย้อนกลับจากหลังไปหน้าของผลลัพธ์นั้นอีก ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะได้พาลินโดรม ดังตัวอย่างต่อไปนี้

สร้างพาลินโดรมจาก 165 ทำได้ดังนี้

 ครั้งที่ 1 165 + 561 = 726 ไม่เป็นพาลินโดรม

 ครั้งที่ 2 726 + 627 = 1353 ไม่เป็นพาลินโดรม

 ครั้งที่ 3 1353 + 3531 = 4884 เป็นพาลินโดรม

 **ลำดับฟีโบนักชี (Fibonacci sequence)**

ลำดับฟีโบนักชี คือ แบบรูปของจำนวนชุดหนึ่งที่เรียงลำดับ โดยจำนวนถัด ๆ ไปหาได้จากผลบวกของสองจำนวนก่อนหน้าของจำนวนนั้น นั่นคือ

จำนวนที่ n = จำนวนที่ (n – 1) + จำนวนที่ (n – 2)

ให้ Fn แทน พจน์ที่ n ของลำดับ จะได้ว่า

Fn = Fn-1 + Fn-2

**สาระการเรียนรู้**

 **ด้านความรู้**

 - แบบรูปของจำนวน

**ด้านทักษะ/กระบวนการ**

- การให้เหตุผล

 - การสื่อสาร การสื่อความหมาย

**ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์**

 - มีวินัย

 - ใฝ่เรียนรู้

 - มุ่งมั่นในการทำงาน

**ด้านสมรรถนะ**

 - ความสามารถในการสื่อสาร

 - ความสามารถในการคิด

**กิจกรรมการเรียนรู้**

 **กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน**

 1. ครูสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับการใช้ตัวเลขและจำนวนในกิจกรรมต่าง ๆ ที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว เช่น แบบรูปของจำนวนคู่และจำนวนคี่ และแนะนำว่าแบบรูปของจำนวนที่จะกล่าวต่อไปนี้ เป็นผลงานของนักคณิตศาสตร์หลาย ๆ คนที่มีความคิดสร้างสรรค์เชิงคณิตศาสตร์ ได้สร้างทฤษฎีบท คิดค้นสูตร กิจกรรมหรือเกมต่าง ๆ ให้คนรุ่นหลังได้รู้จักและได้เรียนรู้สืบต่อ ๆ กันมา

 2. ครูยกตัวอย่างคำภาษาไทยและภาษาอังกฤษ เช่น นาน ยาย MOM DAD ให้นักเรียนช่วยกันสังเกตการเขียนของคำต่าง ๆ แล้วให้เขียนเรียงอักษรย้อนกลับจากหลังไปข้างหน้า

 3. ครูแนะนำว่าตัวอย่างของคำหรือวลีที่มีลักษณะดังคำดังกล่าวนี้เราจะเรียกว่า **พาลินโดรม** ซึ่งพาลินโดรมในภาษากรีกแปลว่า วิ่งกลับไปที่เดิมอีก (running back again) นั่นคือเมื่อเรียงย้อนกลับหรือเรียงจากหลังไปหน้าแล้วยังคงได้คำหรือวลีเดิม

 4. ครูให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างคำในภาษาไทย และภาษาอังกฤษที่เป็นพาลินโดรม แล้วเขียนคำตอบลงในใบงานที่ 1

 **กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน**

 5. ครูอธิบายกับนักเรียนว่า ในทางคณิตศาสตร์พาลินโดรมที่เป็นจำนวนนับที่เมื่อเขียนเลขโดดเรียงย้อนกลับจากหลังไปหน้าหรือจากขวาไปซ้ายแล้วได้จำนวนเดิม เช่น 8, 66, 101 และ 797

 - พาลินโดรมที่มีหนึ่งหลัก เช่น 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 และ 9

 - พาลินโดรมที่มีสองหลัก เช่น 22, 33, 66 และ 99

 - พาลินโดรมที่มีสามหลัก เช่น 232, 999, 585 และ 101

 6. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม “กำลังของพาลินโดรม” แล้วสังเกตผลลัพธ์ที่ได้ว่าเป็นพาลินโดรมหรือไม่

112 = 121 (เป็นพาลินโดรม)

1012 = 10201 (เป็นพาลินโดรม)

10012 = 1002001 (เป็นพาลินโดรม)

100012 = 100020001 (เป็นพาลินโดรม)

1000012 = 10000200001 (เป็นพาลินโดรม)

10000012 = 1000002000001 (เป็นพาลินโดรม)

222 = 484 (เป็นพาลินโดรม)

2022 = 40804 (เป็นพาลินโดรม)

20022 = 4008004 (เป็นพาลินโดรม)

200022 = 400080004 (เป็นพาลินโดรม)

2000022 = 40000800004 (เป็นพาลินโดรม)

20000022 = 4000008000004 (เป็นพาลินโดรม)

 7. ครูอธิบายกับนักเรียนในการสร้างพาลินโดรมทางคณิตศาสตร์ที่นิยมกัน คือ นำจำนวนนับที่มีสองหลัก หรือมากกว่าสองหลักมาบวกกับจำนวนนับที่เขียนเลขโดดเรียงย้อนกลับกับจำนวนนับนั้น ทำไปเรื่อย ๆ จนกว่าผลบวกที่ได้จะเป็นพาลินโดรม ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงสร้างพาลินโดรมของ 26

วิธีทำ ครั้งที่ 1 : 26 + 62 = 88 เป็นพาลินโดรม

ตัวอย่างที่ 2 จงสร้างพาลินโดรมของ 75

วิธีทำ ครั้งที่ 1 : 75 + 57 = 132

 ครั้งที่ 2 : 132 + 231 = 363 เป็นพาลินโดรม

ตัวอย่างที่ 3 จงสร้างพาลินโดรมของ 165

วิธีทำ ครั้งที่ 1 : 165 + 561 = 726

 ครั้งที่ 2 : 726 + 627 = 1353

 ครั้งที่ 3 : 1353 + 3531 = 4884 เป็นพาลินโดรม

 8. ครูเล่าประวัติเกี่ยวกับเลโอนาร์โดแห่งปีซา หรือฟีโบนักชี นักคณิตศาสตร์ชาวอิตาลีว่า เขาเป็นผู้นำระบบตัวเลขฮินดูอารบิกมาใช้อย่างแพร่หลายในยุโรป เขาได้ศึกษาความเป็นไปทางธรรมชาติโดยตั้งโจทย์ปัญหาข้อหนึ่งซึ่งมีชื่อเสียงมาก คือ ปัญหากระต่ายในทุ่งหญ้า ปัญหานี้ทำให้ได้แบบรูปของจำนวนชุดหนึ่ง ซึ่งปัญหาดังกล่าวรู้จักกันอย่างกว้างขวางในชื่อว่า **ลำดับฟีโบนักชี**

 9. ครูอธิบายเกี่ยวกับลำดับฟีโบนักชี ดังนี้

ลำดับฟีโบนักชี คือ แบบรูปของจำนวนชุดหนึ่งที่เรียงลำดับ โดยจำนวนถัด ๆ ไปหาได้จากผลบวกของสองจำนวนก่อนหน้าของจำนวนนั้น นั่นคือ

จำนวนที่ n = จำนวนที่ (n – 1) + จำนวนที่ (n – 2)

ให้ Fn แทน พจน์ที่ n ของลำดับ จะได้ว่า

Fn = Fn-1 + Fn-2

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้ F12 = 144 และ F13 = 233 จงหา F14

วิธีทำ จาก F14 = F13 + F12

 = 233 + 144

 ดังนั้น = 377

ตัวอย่างที่ 5 F15 = 610 และ F17 = 1,597 จงหา F16

วิธีทำ จาก F17 = F16 + F15

 จะได้ F16 = F17 – F15

 = 1,597 – 610

 ดังนั้น = 987

 10. ครูกล่าวกับนักเรียนว่า นอกจากเรื่องของปัญหากระต่ายในทุ่งหญ้าแล้ว จะพบว่าจำนวนในลำดับของฟีโบนักชียังปรากฏอยู่ในธรรมชาติอีกมาก เช่น จำนวนตาของสับปะรด การเรียงของเมล็ดดอกทานตะวัน ลูกสน และอื่น ๆ อีกหลายอย่าง

 **กิจกรรมรวบยอด**

 11. ครูให้นักเรียนสรุปร่วมกันเรื่อง พาลินโดรม และลำดับฟีโบนักชี ที่เรียนในวันนี้ ดังนี้

พาลินโดรม คือ จำนวนนับที่เมื่อเขียนเลขโดดเรียงย้อนกลับจากหลังไปหน้า หรือจากขวาไปซ้ายแล้วได้จำนวนเดิม

 วิธีการสร้างพาลินโดรมทางคณิตศาสตร์ ทำได้โดยนำจำนวนนับที่มีสองหลักมาบวกกับจำนวนที่ได้จากการเขียนเลขโดดเรียงย้อนกลับจากหลังไปหน้าของจำนวนเดิม ถ้าผลลัพธ์ยังไม่เป็นพาลินโดรม ให้นำผลลัพธ์นั้นไปบวกกับจำนวนที่ได้จากการเขียนเลขโดดเรียงย้อนกลับจากหลังไปหน้าของผลลัพธ์นั้นอีก ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะได้พาลินโดรม

ลำดับฟีโบนักชี คือ แบบรูปของจำนวนชุดหนึ่งที่เรียงลำดับ โดยจำนวนถัด ๆ ไปหาได้จากผลบวกของสองจำนวนก่อนหน้าของจำนวนนั้น นั่นคือ

จำนวนที่ n = จำนวนที่ (n – 1) + จำนวนที่ (n – 2)

ให้ Fn แทน พจน์ที่ n ของลำดับ จะได้ว่า

Fn = Fn-1 + Fn-2

12. ครูให้นักเรียนตอบคำถาม ปัญหากระต่ายในทุ่งหญ้า ในใบงานที่ 1 เรื่อง แบบรูปของจำนวน

**หลักฐานการเรียนรู้**

- ใบงานที่ 1 เรื่อง แบบรูปของจำนวน

**สื่อ/แหล่งการเรียนรู้**

- หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2

**การวัดและการประเมิน**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **เป้าหมาย** | **หลักฐาน** | **เครื่องมือวัด** | **เกณฑ์การประเมิน** |
| **ด้านความรู้**- แบบรูปของจำนวน | - ใบงานที่ 1 เรื่อง แบบรูปของจำนวน  | - ใบงานที่ 1 เรื่อง แบบรูปของจำนวน  | ตรวจสอบความถูกต้องของวิธีทำและคำตอบ |
| **ด้านทักษะ/กระบวนการ**- การให้เหตุผล- การสื่อสาร การสื่อความหมาย | - ใบงานที่ 1 เรื่อง แบบรูปของจำนวน  | - ใบงานที่ 1 เรื่อง แบบรูปของจำนวน  | ตรวจสอบความถูกต้องของวิธีทำและคำตอบ |
| **ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์**- มีวินัย - ใฝ่เรียนรู้- มุ่งมั่นในการทำงาน | - การเข้าเรียน - การทำงาน | - การเข้าเรียน - การมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน | - เข้าเรียนตรงเวลา- เมื่อครูถามคำถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบคำถาม |
| **ด้านสมรรถนะ**- ความสามารถในการสื่อสาร- ความสามารถในการคิด | - ใบงานที่ 1 เรื่อง แบบรูปของจำนวน  | - ใบงานที่ 1 เรื่อง แบบรูปของจำนวน  | ตรวจสอบความถูกต้องของวิธีทำและคำตอบ |

 ลงชื่อ.............................................ผู้สอน

 (อาจารย์เกตุม สระบุรินทร์)

**บันทึกหลังการสอน**

**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1**

**ผลการสอน**

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

**ปัญหาและอุปสรรค**

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

**ข้อเสนอแนะ**

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

...................................................................................................................................................................

 ลงชื่อ..............................................

 (อาจารย์เกตุม สระบุรินทร์)

 อาจารย์ผู้สอน

**ความเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้**

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

...................................................................................................................................................................

ลงชื่อ..............................................

 (อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ)

 หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้

**ความเห็นของรองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ**

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

...................................................................................................................................................................

 ลงชื่อ..............................................

 (อาจารย์ ดร.สุดารัตน์ ศรีมา)

 รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ