**3. กำหนดการเชิงเส้น**

**กำหนดการเชิงเส้น** (linear programming) เป็นวิธีการทางคณิตศาสตร์ประยุกต์ ซึ่งได้พัฒนาขึ้นตั้งแต่ก่อน พ.ศ. 2483 เพื่อช่วยในการตัดสินใจเกี่ยวกับการใช้ทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัดให้เกิดประโยชน์สูงสุด คำว่า ทรัพยากร ในที่นี้หมายถึง เครื่องจักร กำลังคน วัตถุดิบ เวลา หรือเงินลงทุนก็ได้ วิธีการของกำหนดการเชิงเส้นทำให้เราทราบว่าควรตัดสินใจเกี่ยวกับการลงทุนอย่างไร จึงจะได้ผลกำไรสูงสุดภายใต้ข้อจำกัดและเงื่อนที่มีอยู่ ปัจจุบันมีการประยุกต์ใช้วิธีการกำหนดการเชิงเส้นในหลายวงการ เช่น

**ทางด้านการผลิต** นำไปช่วยในการวางแผนการผลิตเพื่อให้ได้กำไรสูงสุด ในขณะที่เครื่องจักรและวัตถุดิบที่ใช้ในการผลิตมีอยู่จำนวนจำกัด หรือกล่าวได้อีกอย่างหนึ่งว่า เป็นการวางแผนการผลิตเพื่อให้เกิดต้นทุนการผลิตต่ำสุด ภายใต้ข้อจำกัดของเครื่องมือและวัตถุดิบที่มีอยู่  
 **ทางด้านโภชนาการ** นำไปช่วยในการวางแผนการจัดอาหารเพื่อให้ร่างกายได้รับคุณค่าทางอาหารเพียงพอกับความต้องการ โดยเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด   
 **ทางด้านการศึกษา** นำไปช่วยในการวางแผนการบริหารงานเพื่อให้เกิดประสิทธิภาพมากที่สุดเช่น สามารถรับนักเรียน เข้าศึกษาได้มากที่สุดภายใต้ข้อจำกัดเกี่ยวกับจำนวนครู และสถานที่ เป็นต้น

**ทางด้านประสิทธิภาพในการทำงาน** นำไปช่วยในการจัดเวลาที่มีอยู่จำกัดให้สามารถจัดกิจกรรมที่มีอยู่หลาย ๆ อย่าง เกิดผลที่มีประโยชน์สูงสุด   
 นอกจากตัวอย่างที่กล่าวมาแล้ว กำหนดการการเชิงเส้นยังสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาทางด้านอื่น ๆ เช่น ทางด้านวิทยาศาสตร์กายภาพ ทางด้านสังคมศาสตร์ เป็นต้น

✪ **แบบจำลองทางคณิตศาสตร์**

ความคิดพื้นฐาน และเทคนิคของกำหนดการเชิงเส้นช่วยในการตัดสินใจเกี่ยวกับปัญหาทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัดเพื่อให้เกิดประโยชน์หรือประสิทธิภาพสูงสุดแก่ผู้ตัดสินใจนั้น แสดงว่า การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นจึงเกี่ยวกับการหาค่าต่ำสุด หรือสูงสุดภายใต้เงื่อนไขข้อบังคับ โดยการนำเอาเงื่อนไขข้อบังคับมาสร้างในรูปแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น

**แบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นประกอบด้วย 2 ส่วนดังนี้**

1. ส่วนที่เราต้องนำไปหาค่าที่เกิดประโยชน์ หรือประสิทธิภาพสูงสุด ส่วนนี้จะอยู่ในรูปสมการ จึงเรียกส่วนนี้ว่า “**สมการจุดประสงค์**” หรือ “ **ฟังก์ชันจุดประสงค์** ”

2. ส่วนที่เป็นทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด ส่วนนี้อยู่ในรูปอสมการที่แสดงถึงเงื่อนไขบังคับ หรือข้อจำกัด “ จึงเรียกส่วนนี้ว่า ” อสมการข้อจำกัด หรือ “เงื่อนไขบังคับ”

**เทคนิคการสร้างแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น**

โดยทั่วไปโจทย์มักจะเป็นเรื่องราวที่ไม่มีตัวแปร เราซึ่งเป็นผู้อ่านโจทย์จะต้องรู้จักการตั้งตัวแปรให้เป็นปริมาณต่างๆ จากโจทย์ให้ได้

**หลักการ**

**1.** กำหนดให้ P แทนปริมาณที่โจทย์ถามหาค่าต่ำสุด หรือสูงสุด

และ x , y แทนปริมาณที่ P ขึ้นอยู่กับมัน

2. อ่านข้อมูลจากโจทย์แล้วสรุปเป็นข้อมูลง่ายๆ

3. สร้างสมการจุดประสงค์ เนื่องจากสมการจุดประสงค์ เป็นส่วนที่เราต้องนำไปหาค่าที่เกิดประโยชน์  
 หรือประสิทธิภาพสูงสุด จะได้ สมการจุดประสงค์ P = ax + by เมื่อ a , b E R

4. สร้างอสมการข้อจำกัด เนื่องจากอสมการข้อจำกัดเป็นส่วนที่เป็นทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด   
 ส่วนนี้อยู่ในรูปอสมการที่แสดงถึงเงื่อนไขบังคับ หรือข้อจำกัด จะได้ อสมการข้อจำกัดในเทอมของ x   
 และเทอมของ y

**ตัวอย่างที่ 1** บริษัทแห่งหนึ่งผลิตอ่างล้างหน้า 2 ชนิด คือ ชนิด Aและ ชนิดB โดยที่อ่างล้างหน้าชนิดA แต่ละอ่างจะต้องเสียเวลาในการผลิตโดยใช้เครื่องจักร 2 ชั่วโมง ใช้แรงงานคน 1 ชั่วโมง และขายได้กำไรอย่างละ 30 บาท สำหรับอ่างล้างหน้าชนิด B แต่ละอ่างจะต้องเสียเวลาผลิตโยการใช้เครื่องจักร 1 ชั่วโมง ใช้แรงงานคน 3 ชั่วโมง และขายได้กำไร 40 บาท ถ้าวันหนึ่งการผลิตโดยใช้เครื่องจักร และใช้แรงงานคนทำงานไม่เกิน 6 ชั่วโมงและ 8 ชั่วโมง ตามลำดับต้องการทราบว่าบริษัทแห่งนี้ควรผลิตอ่างล้างหน้า  
แต่ละชนิดเป็นจำนวนเท่าไรในแต่ละวัน จึงจะได้กำไรมากที่สุด จงสร้างแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น

**วิธีทำ 1. กำหนดให้ P แทนปริมาณที่โจทย์ถามหาค่าต่ำสุด หรือสูงสุด**

**P** แทนกำไรทั้งหมด

**และ x , y แทนปริมาณที่ P ขึ้นอยู่กับมัน**

**x** แทนจำนวนอ่างล้างหน้าชนิด A ที่ผลิตใน 1 วัน

y แทนจำนวนอ่างล้างหน้าชนิด B ที่ผลิตใน 1 วัน

**2. อ่านข้อมูลจากโจทย์แล้วสรุปเป็นข้อมูลง่ายๆ ได้ดังนี้**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ชนิดของอ่างล้างหน้า | ใช้เครื่องจักร  (อ่าง/ชม.) | ใช้แรงงานคน  (อ่าง/ชม.) | กำไร  (บาท/อ่าง) | จำนวนที่ผลิตในแต่ละวัน |
| **A** | **2** | **1** | **30** | **x ≥ 0** |
| **B** | **1** | **3** | **40** | **y ≥ 0** |

**3.สร้างสมการจุดประสงค์ เนื่องจากสมการจุดประสงค์เป็นส่วนที่เราต้องนำไปหาค่าที่เกิดประโยชน์ หรือประสิทธิภาพสูงสุด**

**จะได้** สมการจุดประสงค์ P = 30x + 40y

4. สร้างอสมการข้อจำกัด เนื่องจากอสมการข้อจำกัดเป็นส่วนที่เป็นทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัดส่วนนี้อยู่ในรูปอสมการที่แสดงถึงเงื่อนไขบังคับหรือข้อจำกัด

4.1 เวลาที่ใช้เครื่องจักรผลิตอ่างล้างหน้าชนิด A 2x

เวลาที่ใช้เครื่องจักรผลิตอ่างล้างหน้าชนิด B 1y

เนื่องจากโจทย์บอกว่าใช้เครื่องจักรทำงานในแต่ละวันไม่เกิน 6 ชั่วโมง

**จะได้** 2x + y ≤ 6

4.2 เวลาที่ใช้แรงงานคนผลิตอ่างล้างหน้า ชนิด A 1x ชั่วโมง

เวลาที่ใช้แรงงานคนผลิตอ่างล้างหน้า ชนิด B 3y ชั่วโมง

จะได้ x + 3y ≤ 8

4.3 จำนวนอ่างล้างหน้าจะต้องไม่เป็นลบ

**จะได้** x ≥ 0, y ≥ 0

**แบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นประกอบไปด้วย**

**1.** สมการจุดประสงค์ คือ กำไรที่ต้องการมากที่สุด มีสมการ คือ P = 30x + 40y

2. อสมการข้อจำกัด คือ

2x+ y ≤ 6

x+3y ≤ 8

x ≥ 0

y ≥ 0

**ดังนั้น** สามารถเขียนตารางสรุปเพื่อให้ชัดเจนได้ดังนี้

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ชนิดของอ่างล้างหน้า | ใช้เครื่องจักร  (อ่าง/ชม.) | ใช้แรงงานคน  (อ่าง/ชม.) | กำไร  (บาท/อ่าง) | จำนวนที่ผลิตในแต่ละวัน |
| A | 2 | 1 | 30 | x ≥ 0 |
| B | 1 | 3 | 40 | y ≥ 0 |
| ข้อจำกัด | 2x + y ≤ 6 | x + 3y ≤ 8 | P = 30x + 40y |  |

**การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีการใช้กราฟ**

ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นนั้นต้องเริ่มต้นด้วยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 2 ส่วน คือ  
 ส่วนที่ 1 ส่วนที่เป็นเป้าหมาย จะอยู่ในรูปของ **สมการจุดประสงค์ (ในเอกสารเล่มนี้ใช้ P)** ส่วนที่ 2 ส่วนที่เป็นข้อจำกัด จะอยู่ในรูปของ **อสมการข้อจำกัด** ซึ่งเป็นการแปลงสถานการณ์ปัญหาให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากนั้นจึงหาคำตอบของปัญหาด้วยวิธีการต่าง ๆ ในการศึกษาครั้งนี้ใช้การกราฟช่วยในการหาคำตอบ

**ข้อกำหนด**

1. ถ้ากำหนดการเชิงเส้น มีคำตอบที่เหมาะสมเพียงคำตอบเดียว แล้วคำตอบนั้นจะต้องอยู่ที่จุดหักมุมกราฟ  
 ของระบบอสมการข้อจำกัด

2. ถ้าสมการจุดประสงค์มีค่าน้อยที่สุด หรือมากที่สุด ณ. จุดหักมุม 2 จุดที่มีแขนของจุดหักมุมร่วมกัน   
 แล้ว**สมการจุดประสงค์ดังกล่าวจะมีค่าน้อยที่สุด หรือมากที่สุด ณ. จุดทุกจุดบนส่วนของเส้นตรง  
 ที่เชื่อมจุดหักมุม 2 จุดนั้น** แสดงว่าคำตอบที่เหมาะสม จะมีจำนวนนับไม่ถ้วน

ลองสมมติให้กราฟของระบบอสมการข้อจำกัด เป็นดังนี้



**นำความจริงจากข้อกำหนดมาวิเคราะห์ กราฟของระบบสมการข้อจำกัดดังนี้**

1. จุดทุกจุดในบริเวณส่วนที่แรเงาจะสอดคล้องกับระบบอสมการข้อจำกัด ถูกเรียกว่า   
 **“เซตของคำตอบที่เป็นไปได้”**

2**.** จากเซตของคำตอบที่เป็นไปได้ เราจะนำไปหาจุดใดที่สดคล้องกับสมการจุดประสงค์ที่ให้ค่าน้อยที่สุด   
 หรือค่ามากที่สุดจากกราฟของระบบอสมการข้อจำกัด

3.จุดทุกจุดในบริเวณส่วนที่แรเงา มีโอกาสเป็นไปได้ที่จะทำให้สมการจุดประสงค์มีค่าน้อยที่สุด   
 หรือมากที่สุด **แต่จุดหักมุมมีโอกาสเป็นไปได้มากกว่า**

4. จุดในบริเวณส่วนที่แรเงาที่ทำให้สมการจุดประสงค์มีค่าน้อยที่สุดหรือมากทีสุดถูกเรียกว่า  **คำตอบที่เหมาะสม**

5. ถ้ากำหนดการเชิงเส้นมีคำตอบเดียว แล้วจุด A,B,C และ O จุดใดจุดหนึ่ง จะทำให้สมการจุดประสงค์  
 มีค่าน้อยที่สุด หรือมากที่สุด

6. ถ้าจุด A และ B ทำให้สมการจุดประสงมีค่าน้อยที่สุด แล้ว จุดทุกจุดที่อยู่บนส่วนของเส้นตรง AB จะทำ  
 ให้สมการจุดประสงค์ มีค่าน้อยที่สุดหรือมากที่สุดด้วย แสดงว่าคำตอบที่เหมาะสมจะมีจำนวนนับไม่ถ้วน

**เทคนิคการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีใช้กราฟ**

**หลักการ**

1. ถ้าโจทย์ที่ให้มาเป็นเรื่องราวที่ให้มาเป็นเรื่องราวที่ไม่ได้บอกตัวแปรออกมาตรงๆ เราซึ่งเป็นผู้อ่านโจทย์  
 จะต้องตั้งตัวแปรให้เป็นปริมาณต่างๆ จากโจทย์และสร้างสมการจุดประสงค์ กับอสมการข้อจำกัด

2. เขียนกราฟของระบบอสมการข้อจำกัด เพื่อแสดงจุดทุกจุดในบริเวณส่วนที่แรเงาที่สอดคล้องกับระบบ  
 อสมการข้อจำกัด

3. หาจุดหักมุมในบริเวณส่วนที่แรเงา

4. นำจุดหักมุมแต่ละจุดไปแทนค่าในสมการจุดประสงค์

4.1 ถ้าได้ค่าน้อยที่สุด (มากที่สุด) เพียงคำตอบเดียว แล้วค่านั้นคือ ค่าน้อยที่สุด (มากที่สุด)   
 ของสมการจุดประสงค์

4.2 ถ้ามีจุดหักมุม 2 จุด ที่มีแขนของจุดหักมุมร่วมกันทำให้สมการจุดประสงค์ มีค่าน้อยที่สุด   
 (มากที่สุด)

แล้ว จุดทุกจุดบนแกนของมุมนั้น คือ ค่าน้อยที่สุด(มากที่สุด) ของสมการจุดประสงค์ **แสดงว่า**คำตอบที่เหมาะสม จะมีจำนวนนับไม่ถ้วน

**ตัวอย่างที่ 2** กำหนดให้สมการจุดประสงค์ คือ P = 30x + 50y

และอสมการข้อจำกัด คือ 2x + y ≤ 10

x + 2y ≤ 11

x ≥ 0

y ≥ 0

แล้วจงหาว่า P มีค่ามากที่สุดเป็นเท่าไร

**วิธีทำ เขียนกราฟของระบบอสมการข้อจำกัด พร้อมจุดหักมุม**

****

จากรูปจะเห็นได้ว่าจุดหักมุมของรูปสี่เหลี่ยมคือ (0,0) , (0,5.5) , (3,4) และ (5,0) นำจุดหักมุมแทนค่าในจุดประสงค์ ดังตารางต่อไปนี้

|  |  |
| --- | --- |
| จุดหักมุม (x , y) | P = 30x + 50y |
| (0,0)  (0,5.5)  (3,4)  (5,0) | P = 30(0) + 50(0) = 0  P = 30(0) + 50(5.5) = 275  P = 30(3) + 50(4) = 290  P = 30(5) + 50(0) = 150 |

**ดังนั้น** จากตาราง จะพบว่า ค่ามากที่สุดของ P คือ 290 เมื่อ x = 3 และ y = 4

**ตัวอย่างที่ 3** กำหนดให้สมการจุดประสงค์ คือ P = 4x + 3y

และอสมการข้อจำกัด คือ 2x + 3y ≥ 12

2x + y ≥ 8

x ≥ 0

y ≥ 0

แล้วจงหาว่า P มีค่าน้อยที่สุด เป็นเท่าไร

**วิธีทำ** เขียนกราฟของระบบอสมการข้อจำกัด พร้อมจุดหักมุม 

จากรูปจะเห็นได้ว่าจุดหักมุมของรูปเหลี่ยมคือ (6, 0) (3,2) และ(0,8)นำจุดหักมุมแทนค่าในสมการจุดประสงค์ ดังตารางต่อไปนี้

|  |  |
| --- | --- |
| จุดหักมุม (x , y ) | P = 4x + 3y |
| (6,0)  (3,2)  (0,8) | P = 4(6) + 3(0) = 24  P = 4(3) + 3(2) = 18  P = 4(0) + 3(8) = 24 |

ดังนั้น จากตารางจะพบว่า ค่าน้อยที่สุดของ P คือ18 เมื่อ x = 3 และ y = 2

**ตัวอย่างที่ 4** กำหนดให้สมการจุดประสงค์ คือP = 2x + 3y

และอสมการข้อจำกัด คือ x + y ≥ 4 , 5x + 2y ≤ 25  
 x ≤ 5 , y ≤ 5  
 x ≥ 0 , y ≥ 0

แล้วจงหาว่า P มีค่ามากที่สุดเป็นเท่าไร

**วิธีทำ** เขียนกราฟของระบบอสมการข้อจำกัด พร้อมจุดหักมุม



จากรูปจะเห็นได้ว่า จุดหักมุมของรูปเหลี่ยม คือ (0,4) , (0,5) , (3,5) , (5,0) และ (0,4) นำจุดหักมุมแทนค่าในสมการจุดประสงค์ ดังตารางต่อไปนี้

|  |  |
| --- | --- |
| จุดหักมุม (x , y ) | P = 2x + 3y |
| (0,4)  (0,5)  (3,5)  (5,0)  (4,0) | P = 2(0) + 3(4) = 12  P = 2(0) + 3(5) = 15  P = 2(3) + 3(5) = 21  P = 2(5) + 3(0) = 10  P = 2(4) + 3(0) = 8 |

**ดังนั้น** จากตารางจะพบว่าค่ามากที่สุดของ P คือ 21 เมื่อ x = 3 และ y = 5

**ตัวอย่างที่ 5**  กำหนดให้สมการจุดประสงค์ คือ P = x + 4y

และอสมการข้อจำกัด คือ x + 2y ≥ 8

5x + 2y ≥ 20

x + 4y ≤ 22

x ≥ 0 , y ≥ 0

แล้วจงหาว่า P มีค่าน้อยที่สุดและค่ามากที่สุดเป็นเท่าไร

**วิธีทำ** เขียนกราฟของระบบอสมการข้อจำกัด พร้อมจุดหักมุม



จากรูปจะเห็นได้ว่าจุดหักมุมของรูปสี่เหลี่ยม คือ (3,2.5) , (2,5) , (22,0) และ (8,0)

นำจุดหักมุมแทนค่าในสมการจุดประสงค์ ดังตารางต่อไปนี้

|  |  |
| --- | --- |
| จุดหักมุม (x , y ) | P = x + 4y |
| (3,2.5)  (2,5)  (22,0)  (8,0) | P = 3+ 4(2.5) = 13  P = 2+ 4(5) = 22  P = 22+ 4(0) =22  P = 8+ 4(0) = 8 |

จากตารางจะพบว่า

1. ค่าที่น้อยที่สุดของ P คือ 8 เมื่อ x = 8 และ y = 0

2. ค่ามากที่สุดของ P คือ 22 ณ. จุดหักมุม (2,5) และ (22,0) ซึ่งเป็นจุดหักมุมที่มีแขนของจุดมุมร่วมกัน

ดังนั้น จุดทุกจุดบนส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดหักมุม (2,5)และ(22,0)จะทำให้ค่ามากที่สุดของ P คือ 22

**ตัวอย่างที่ 6** กำหนดให้สมการจุดประสงค์ คือ P = 3x + 2y

และอสมการข้อจำกัด คือ x + y ≤ 4

x + 2y ≥ 10

x ≥ 0

y ≥ 0

แล้วจงหาว่า P มีค่าน้อยที่สุด และค่ามากที่สุดเป็นเท่าไร

**วิธีทำ** เขียนกราฟของระบบอสมการข้อจำกัด พร้อมจุดหักมุม



จากกราฟจะเห็นได้ว่าไม่มีบริเวณส่วนที่แรเงา แสดงว่า เซตของคำตอบที่เป็นไปได้เป็น  ดังนี้

**ดังนั้น** จึงไม่มีจุดที่เป็นไปได้ ปัญหานี้จึงไม่มีคำตอบ

**วิเคราะห์เพิ่มเติม** ถ้าเราประยุกต์กำหนดการเชิงเส้นช่วยในการตัดสินใจเกี่ยวกับปัญหาทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัดเพื่อให้เกิดประโยชน์หรือประสิทธิภาพสูงสุดแก่ผู้ทำการตัดสินใจเราถือว่าสถานการณ์แบบนี้  
ไม่น่าจะเกิดขึ้น

**แบบฝึกหัดครั้งที่ 1 เรื่องการหาค่าสูงสุดและต่ำสุด**

1. จงหาค่าสูงสุดของ P ตามเงื่อนไขแต่ละข้อที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. P = 5x + 3y

5x+4y ≤ 80

5x + 2y ≤ 70

x ≥ 0 , y ≥ 0  
 2. P = 2x + 3y

x + y ≥ 4

5x + 2y ≤ 25

x ≤ 4

y ≤ 5

x ≥ 0, y ≥0

2. จงหาค่าต่ำสุดของ P ตามเงื่อนไขแต่ละข้อที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. P = 9x + 15y

3x + 4y ≥ 25

x + 3y ≥ 15

x ≥ 0 , y ≥ 0  
 2. P = 28x + 35y

2x + y ≥ 110

2x + 3y ≥ 170

x ≥ 0 , y ≥ 0

3. Maximize the objective function P = 3x + y , subject to the constraints

2x+ y ≤ 8

2x + 3y ≤ 12

x ≥ 0 , y ≥ 0

4. Minimize the objective function P = 8x - y , subject to the constraints

−x+ 3y ≤ 21

x + y ≤ 5

x ≥ 0 , y ≥ 0

**แบบทดสอบครั้งที่ 1 เรื่องการหาค่าสูงสุดและต่ำสุด**

1. จงหาค่าสูงสุดของ P ตามเงื่อนไขแต่ละข้อที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. P = 15x + 10y

3x+2y ≤ 80

2x + 3y ≤ 70

x ≥ 0 , y ≥ 0  
 2. P = 35x − 25y

2x + 3y ≤ 15

3x + y ≤ 12

x ≥ 0 , y ≥ 0

2. จงหาค่าต่ำสุดของ P ตามเงื่อนไขแต่ละข้อที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. P = 40000x + 32000y

6x + 2y ≥ 12

2x + 2y ≥ 8

4x + 12y ≥ 24

x ≥ 0 , y ≥ 0  
 2. P = 2x −3y

x + 2y ≤ 6

x − y ≥ 0

x ≥ 4 , y ≥ 0

3. Minimize the objective function P = 8x - y , subject to the constraints

−x+ 3y ≤ 21

x + y ≤ 5

x ≥ 0 , y ≥ 0

**แบบฝึกหัดครั้งที่ 2 เรื่องการหาค่าสูงสุดและต่ำสุด**

1. จงหาค่าสูงสุดของ P ตามเงื่อนไขแต่ละข้อที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. P = 30x + 50y

2x + y ≤ 10  
 x + 2y ≤ 11

x ≥ 0 , y ≥ 0

2. P = 5x + 3y

2x + 5y ≤ 300  
 x + y ≤ 90

0 ≤ x ≤ 70

x ≥ 0 , y ≥ 0

2. จงหาค่าต่ำสุดของ P ตามเงื่อนไขแต่ละข้อที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. P = 4x + 3y

2x + 3y ≥ 12

2x + y ≥ 8

x ≥ 0 , y ≥ 0

2. P = 7x + 4y

3x + y ≥ 6

x + 5y ≥ 8

x + y ≥ 4

x ≥ 0 , y ≥ 0

**แบบทดสอบครั้งที่ 2 เรื่องการหาค่าสูงสุดและต่ำสุด**

1. จงหาค่าสูงสุดของ P ตามเงื่อนไขแต่ละข้อที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. P = 100x + 80y

x + 2y ≤ 800  
 3x + 2y ≤ 1200

x ≥ 0 , y ≥ 0

2. P = x + 2y

3x + 4y ≤ 200  
 2x + y ≤ 100

x ≥ 0 , y ≥ 0

2. จงหาค่าต่ำสุดของ P ตามเงื่อนไขแต่ละข้อที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. P = 5x + 4y

5x + 6y ≥ 90

5x + 3y ≥ 60

x ≥ 0 , y ≥ 0

2. P = 2x + 3y

5x + 2y ≥ 20

x + y ≥ 7

x ≥ 0 , y ≥ 0

**การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีใช้กราฟ**

**ตัวอย่างที่ 7** ช่างตัดเสื้อมีผ้าฝ้ายสีพื้น 16 เมตร ผ้าฝ้ายลายดอก 15 เมตร และผ้าลูกไม้ 11 เมตร ถ้าต้องการเอาผ้าและลูกไม้ดังกล่าวมาตัดชุดกลางวันและชุดราตรี โดยชุดกลางวันแต่ละชุดใช้ผ้าฝ้ายสีพื้น 2 เมตร  
ผ้าฝ้ายลายดอก 1 เมตร และผ้าลูกไม้ 1 เมตร เมื่อขายจะได้กำไรชุดละ 300 บาท ชุดราตรีแต่ละชุดใช้ผ้าฝ้าย  
สีพื้น 1 เมตร ผ้าฝ้ายลายดอก 3 เมตร และผ้าลูกไม้ 2 เมตร เมื่อขายจะได้กำไรชุดละ 500 บาท  
ช่าง ตัดเสื้อควรจะตัดชุดชนิดละกี่ชุด เมื่อขายจึงจะได้กำไรมากที่สุด และมากที่สุดเป็นจำนวนเงินเท่าไร

**วิธีทำ** **ขั้นที่ 1 เขียนกราฟของระบบอสมการซึ่งเกิดจากเงื่อนไขบังคับหรือข้อจำกัด เซตของจุดบนกราฟดังกล่าวคือ เซตของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้**

ตัวแปรของโจทย์ข้อนี้คือ จำนวนชุดกลางวันและจำนวนชุดราตรีที่จะตัด โดยมีผ้าที่จะใช้ตัด  
 ใน ปริมาณจำกัด และเมื่อตัดตามจำนวนแล้วต้องขายได้กำไรมากที่สุด

ให้ตัดชุดกลางวันจำนวน x ชุด ตัดชุดราตรีจำนวน y ชุด เพื่อให้ได้กำไรมากที่สุด P บาท

สมการ P = 300x + 500y เรียกว่า สมการจุดประสงค์

ในการตัดชุดกลางวัน x ชุด ใช้ผ้าฝ้ายสีพื้น 2x เมตร

ใช้ผ้าฝ้ายลายดอก 1x เมตร

ใช้ผ้าลูกไม้ 1x เมตร

ในการตัดชุดราตรี y ชุด ใช้ผ้าฝ้ายสีพื้น 1y เมตร

ใช้ผ้าฝ้ายลายดอก 3y เมตร

ใช้ผ้าลูกไม้ 2y เมตร

ในการตัดชุดครั้งนี้มีผ้าฝ้ายสีพื้น 16 เมตร ผ้าฝ้ายลายดอก 15 เมตร และผ้าลูกไม้ 11 เมตร

**จากข้อมูลที่กำหนด เขียนสรุปได้ตารางดังนี้**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | ผ้าฝ้ายสีพื้น(เมตร) | ผ้าฝ้ายลายดอก(เมตร) | ผ้าลูกไม้ (เมตร) | กำไร | จำนวน (ชุด) |
| ชุดกลางวัน | 2 | 1 | 1 | 300 | x |
| ชุดราตรี | 1 | 3 | 2 | 500 | y |
| วัตถุดิบ | 16 | 15 | 11 |  | |

**แบบจำลองทางคณิตศาสตร์** คือ

1. สมการจุดประสงค์ คือ P = 300x + 500y บาท (กำไรมากที่สุด P บาท)

2. อสมการข้อจำกัด ได้ดังนี้

2x+y ≤ 1 6

x + 3y ≤ 15

x + 2y ≤ 11 ทั้งนี้ x ≥ 0 , y ≥ 0

นำอสมการทั้งหมดมาเขียนกราฟได้ดังนี้



จุดตัดของสมการ x + 3y = 15 และ 2x + y = 16 คือ ( 7, 2 )

จุดตัดของสมการ x + 3y = 15 และ x + 2y = 11 คือ ( 3, 4 )

**ขั้นที่ 2 หาจุดมุมของกราฟของเซตของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้**  
 พบว่าจุดมุม มี 5 จุดคือ (0,0) (8,0) (7,2) (3,4) และ (0,5)

**ขั้นที่ 3 นำพิกัดของจุดมุมแต่ละจุดไปหาค่า P ในสมการจุดประสงค์** ได้ดังนี้

|  |  |
| --- | --- |
| **จุดมุม** | **สมการจุดประสงค์ P = 300x + 500y** |
| (0,0)  (8,0)  (7,2)  (3,4)  (0,5) | P =300(0) + 500(0) = 0  P =300(8) + 500(0) = 2,400  P =300(7) + 500(2) = 3,100  P =300(3) + 500(4) = 2,900  P =300(0) + 500(5) = 2,500 |

**ขั้นที่ 4 ค่าสูงสุด** มีค่า P = 3,100 บาท ณ จุด (7, 2)

**ตอบ** แสดงว่า ตัดชุดกลางวัน 7 ชุด ตัดชุดราตรี 2 ชุด จึงจะได้กำไรมากที่สุด และขายได้กำไรมากที่สุด 3,100 บาท อธิบายตัวอย่างที่ 1 จากการคำนวณดังกล่าวจะเห็นว่า เมื่อตัดชุดกลางวัน 7 ชุด ชุดราตรี 2 ชุด ใช้ผ้าฝ้ายสีพื้นทั้งหมด 2(7)+2 = 16 เมตร ผ้าฝ้ายสีพื้นหมดพอดี

ใช้ผ้าฝ้ายลายดอกทั้งหมด 7 + 3(2) = 13 เมตร ผ้าฝ้ายลายดอกเหลือ 2 เมตร

ใช้ผ้าลายลูกไม้ 7 + 2(2) = 11 เมตร ผ้าลูกไม้หมดพอดี

**ตัวอย่างที่ 8** เจ้าของธุรกิจแห่งหนึ่งต้องการทำความสะอาดตู้ 5 ตู้ โต๊ะ 12 ตัว และชั้นหนังสือ 18 ชั้น เขามีคนงาน 2 คน คนแรกสามารถทำความสะอาดตู้ได้ 1 ตู้ โต๊ะ 3 ตัว และชั้นหนังสือ 3 ชั้น ต่อชั่วโมง คนที่สองสามารถทำความสะอาดตู้ได้ 1 ตู้ โต๊ะ 2 ตัว และชั้นหนังสือ 6 ชั้น ต่อชั่วโมง คนแรกได้ค่าแรงชั่วโมงละ 25 บาท คนที่สองได้ค่าแรงชั่วโมงละ 22 บาท เพื่อให้เสียค่าแรงน้อยที่สุด เขาควรจ้างคนงานทั้งสองคนทำงานคนละชั่วโมง  
**วิธีทำ ขั้นที่ 1 เขียนกราฟของระบบอสมการซึ่งเกิดจากเงื่อนไขบังคับหรือข้อจำกัด เซตของจุดบนกราฟดังกล่าวคือ เซตของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้**

ให้ คนที่หนึ่งทำงาน x ชั่วโมง

คนที่สองทำงาน y ชั่วโมง

P แทน เสียค่าแรงน้อยที่สุด

**จากข้อมูลที่กำหนด เขียนสรุปได้ตารางดังนี้**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | ตู้ (ตู้) | โต๊ะ (ตัว) | ชั้นหนังสือ (ชั้น) | ค่าแรง | จำนวน (ชั่วโมง) |
| คนที่หนึ่ง | 1 | 3 | 3 | 25 | x |
| คนที่สอง | 1 | 2 | 6 | 22 | y |
| จำนวน | 5 | 12 | 18 |  | |

**แบบจำลองทางคณิตศาสตร์** คือ

1. สมการจุดประสงค์ คือ P = 25x+22y บาท (เสียค่าแรงน้อยที่สุด P บาท)

2. อสมการข้อจำกัด ได้ดังนี้

x+ y ≥ 5

3x+2y ≥ 12

3x+6y ≥ 18 ทั้งนี้ x ≥ 0 , y ≥ 0

นำอสมการทั้งหมดมาเขียนกราฟได้ดังนี้



จุดตัดของสมการ x + y = 5 และ 3x+2y = 12 คือ ( 2, 3 )

จุดตัดของสมการ x + y = 5 และ 3x+6y = 18 คือ ( 4, 1 )

**ขั้นที่ 2 หาจุดมุมของกราฟของเซตของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้**  
 พบว่าจุดมุม มี 4 จุดคือ (0,6) (2,3) (4,1) และ (6,0)

**ขั้นที่ 3 นำพิกัดของจุดมุมแต่ละจุดไปหาค่า P ในสมการจุดประสงค์** ได้ดังนี้

|  |  |
| --- | --- |
| **จุดมุม** | **สมการจุดประสงค์ P = 25x + 22y** |
| (0,6)  (2,3)  (4,1)  (6,0) | P =25(0) + 22(6) = 132  P =25(2) + 22(3) = 116  P =25(4) + 22(1) = 122  P =25(6) + 22(0) = 150 |

**ขั้นที่ 4 ค่าต่ำสุด** มีค่า P = 116 บาท ณ จุด (2, 3)

**ตอบ** แสดงว่า เขาควรจ้างคนงานคนแรกทำงาน 2 ชั่วโมง จ้างคนที่สองทำงาน 3 ชั่วโมง   
 จึงจะเสียค่าแรงน้อยที่สุด

**ตัวอย่างที่ 9** ถ้าผู้ป่วยจำเป็นจะต้องรับประทานอาหารเสริมเพื่อให้ได้พลังงานไม่น้อยกว่า 1,250 แคลอรี่ และวิตามินซีไม่น้อยกว่า 700 หน่วยต่อวัน จงหาว่าผู้ป่วยควรรับประทานอาหารชนิดละกี่กรัม จึงจะได้พลังงานและวิตามินซีตามที่ต้องการโดยให้เสียค่าอาหารน้อยที่สุด ทั้งนี้อาหารชนิดแรก 1 กรัม ให้พลังงาน 20 แคลอรี่ และวิตามินซี 10 หน่วยต่อวัน อาหารชนิดที่สอง 1 กรัม ให้พลังงาน 15 แคลอรี่ และวิตามินซี 10 หน่วยต่อวัน โดยอาหารชนิดแรกราคากรัมละ 0.90 บาท อาหารชนิดที่สองราคากรัมละ 0.70 บาท

**วิธีทำ ขั้นที่ 1 เขียนกราฟของระบบอสมการซึ่งเกิดจากเงื่อนไขบังคับหรือข้อจำกัด เซตของจุดบนกราฟ**

**ดังกล่าวคือ เซตของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้**

ให้ อาหารเสริมชนิดที่หนึ่ง x กรัม

อาหารเสริมชนิดที่สอง y กรัม

P เป็นราคาอาหารเสริมทั้งหมด

**จากข้อมูลที่กำหนด เขียนสรุปได้ตารางดังนี้**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | พลังงาน (แคลอรี่) | วิตามิน (หน่วย) | ราคากรัมละ(บาท) | จำนวน (กรัม) |
| อาหารเสริมชนิดที่ 1 | 20 | 10 | 0.90 | x |
| อาหารเสริมชนิดที่ 1 | 15 | 10 | 0.70 | y |
| จำนวน | 1,250 | 700 |  | |

**แบบจำลองทางคณิตศาสตร์** คือ

1. สมการจุดประสงค์ คือ P = 0.90x+ 0.70y บาท (เสียค่าอาหารเสริมน้อยที่สุด P บาท)

2. อสมการข้อจำกัด ได้ดังนี้

20x+ 15y ≥ 1,250

10x+10y ≥ 700

ทั้งนี้ x ≥ 0 , y ≥ 0

นำอสมการทั้งหมดมาเขียนกราฟได้ดังนี้



จุดตัดของสมการ 20x + 15y = 1,250 และ 10x+10y = 700 คือ ( 40, 30 )

**ขั้นที่ 2 หาจุดมุมของกราฟของเซตของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้**  
 พบว่าจุดมุม มี 3 จุดคือ (70,0) (40,30) และ (0,83.33)

**ขั้นที่ 3 นำพิกัดของจุดมุมแต่ละจุดไปหาค่า P ในสมการจุดประสงค์** ได้ดังนี้

|  |  |
| --- | --- |
| **จุดมุม** | **สมการจุดประสงค์ P = 0.90x+ 0.70y** |
| (70,0)  (40,30)  (0,83.33) | P =0.90(70) + 0.70(0) = 63  P =0.90(40) + 0.70(30) = 57  P =0.90(0) + 0.70(83.33) = 58.33 |

**ขั้นที่ 4 ค่าต่ำสุด** มีค่า P = 57 บาท ณ จุด (40, 30)

**ตอบ** แสดงว่า ถ้าผู้ป่วยต้องการเสียค่าอาหารเสริมน้อยที่สุดโดยที่ได้พลังงานและวิตามินตามต้องการ ควรรับประทานอาหารเสริมชนิดแรก 40 กรัม และชนิดที่สอง 30 กรัม

**แบบฝึกหัดครั้งที่ 3 เรื่อง การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีการใช้กราฟ**

1. วันหนึ่งบริษัทรับจ้าง ขนของต้องส่งผลิตภัณฑ์ซึ่งบรรจุในกล่องขนาดมาตรฐานเท่ากันไปให้ ลูกค้า   
 บริษัทมีรถบรรทุกขนาดเล็กและขนาดใหญ่อยู่จำนวนหนึ่งมีพนักงานขับรถอยู่ 10 คัน การจัดกล่องขึ้น  
 รถทำได้ทีละคันและใช้เวลาไม่เท่ากัน ระหว่างรถบรรทุกขนาดเล็กและใหญ่ การจัดกล่องขึ้นรถบรรทุก  
 ขนาดเล็กใช้เวลา 10 นาทีต่อคัน ในขณะที่รถบรรทุกขนาดใหญ่ต้องใช้เวลา 30 นาทีต่อคัน เพื่อไม่ให้  
 เสียเวลามากเกินไป บริษัทประเมินว่าเวลารวมในการจัดกล่องขึ้นรถไม่ควรเกิน 3 ชั่วโมง

1.1 ถ้าให้ x แทนจำนวนรถบรรทุกขนาดเล็ก ให้ y แทนรถบรรทุกขนาดใหญ่

จงเขียนอสมการข้อจำกัดในเทอมของ x และ y พร้อมทั้งเขียนกราฟ

1.2 ถ้ารถบรรทุกขนาดเล็กแต่ละคันบรรทุกกล่องได้ 30 กล่อง รถบรรทุกขนาดใหญ่แต่ละคัน  
 บรรทุกได้ 70 กล่อง อยากทราบว่า บริษัทควรใช้รถบรรทุกขนาดเล็ก และขนาดใหญ่อย่างละกี่คัน

เพื่อที่จะขนส่งผลิตภัณฑ์ให้ได้จำนวนกล่องมากที่สุดในวันนั้น

………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……

2. โรงงานแห่งหนึ่งต้องการซื้อเครื่องจักรสองชนิดคือ ชนิด A และชนิด B เครื่องจักรชนิด A เครื่องละ 160,000 บาท เครื่องจักรชนิด B เครื่องละ 80,000 บาท การลงทุนซื้อเครื่องจักรใหม่ทั้งหมดต้องไม่เกินงบประมาณที่ตั้งไว้คือ 2,720,000 บาท เครื่องจักรชนิด A แต่ละเครื่องต้องใช้พื้นที่วาง 90 ตารางเมตร เครื่องจักรชนิด B แต่ละเครื่อง ต้องใช้พื้นที่วาง 54 ตารางเมตร โรงงานเตรียมพื้นที่สำหรับวางเครื่องจักรทั้งหมดไว้ 1,620 ตารางเมตร

2.1 ถ้าให้ x แทนจำนวนของเครื่องจักรชนิด A และให้ y แทนจำนวนเครื่องจักรชนิด B

จงเขียนอสมการข้อจำกัดในเทอมของ x และ y พร้อมทั้งเขียนกราฟ

2.2 รายได้ที่เครื่องจักรชนิด A แต่ละเครื่องทำได้ต่อวันคือ 7,500 บาท

รายได้ที่เครื่องจักรชนิด B แต่ละเครื่องทำได้ต่อวันคือ 4,200 บาท อยากทราบว่า

ควรซื้อเครื่องจักรชนิด A และชนิด B อย่างละกี่เครื่องจึงจะสร้างรายได้ต่อวันสูงสุด

………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……

3. ให้นักเรียนสร้างโจทย์คำถามที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันหรือที่พบเห็นในท้องถิ่น เกี่ยวกับการนำเรื่องกำหนดการเชิงเส้น วิเคราะห์โจทย์ อธิบายตามลำดับขั้นตอน ในการหาคำตอบ ตรวจคำตอบและใช้โปรแกรมคณิตศาสตร์ ในการตรวจสอบคำตอบอีกครั้ง   
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……

………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……

**แบบทดสอบครั้งที่ 3 เรื่อง การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีการใช้กราฟ**

1. อาหารปลาชนิดที่หนึ่ง แต่ละถุงมีอัตราส่วนของสารอาหารระหว่างโปรตีน ไขมัน และคาร์โบไฮเดรต  
 เท่ากับ 1: 2 : 2 อาหารปลาชนิดที่สอง แต่ละถุงมีอัตราส่วนของสารอาหารระหว่างโปรตีน ไขมัน และ  
 คาร์โบไฮเดรตเท่ากับ 1: 1 : 5 อาหารปลาชนิดที่หนึ่งราคาถุงละ 6 บาท อาหารปลาชนิดที่สองราคา  
 ถุงละ 4 บาท จงหาอัตราส่วนระหว่างอาหารปลาชนิดที่หนึ่งกับชนิดที่สองที่ผู้เลี้ยงปลาควรซื้อต่อวัน   
 โดยเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด ถ้าอัตราส่วนของสารอาหารระหว่างโปรตีน ไขมัน คาร์โบไฮเดรต  
 ที่จำเป็นต้องใช้ในการเลี้ยงปลาไม่ต่ำกว่า 6 : 8 : 20  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
2. อุตสาหกรรมภายในครัวเรือนแห่งหนึ่งผลิตเก้าอี้สองชนิด คือชนิด A และชนิด B โดยที่เก้าอี๋ชนิด A  
 แต่ละตัวต้องเสียเวลาในการผลิตขั้นต้น 1 ชั่วโมง ขั้นที่สอง 2 ชั่วโมง และขายได้กำไรตัวละ 30 บาท   
 ส่วนเก้าอี้ชนิด B แต่ละตัวเสียเวลาในการผลิตขั้นต้น 2 ชั่วโมง ขั้นที่สอง 2 ชั่วโมง และขายได้กำไร  
 ตัวละ 50 บาท โรงงานสำหรับการผลิตขั้นต้นและขั้นที่สองทำงานวันละไม่เกิน 8 และ 10 ชั่วโมง   
 ตามลำดับ จงหาว่าอุตสาหกรรมภายในครัวเรือนนี้ควรผลิตเก้าอี้แต่ละชนิดเป็นจำนวนเท่าใดในแต่ละวัน   
 จึงจะได้กำไรมากที่สุดและกำไรเท่าใด

………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……

3. ให้นักเรียนสร้างโจทย์คำถามที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันหรือที่พบเห็นในท้องถิ่น เกี่ยวกับการนำเรื่องกำหนดการเชิงเส้นไปใช้ จากนั้น วิเคราะห์โจทย์ อธิบายตามลำดับขั้นตอน ในการหาคำตอบ ตรวจคำตอบและใช้โปรแกรมคณิตศาสตร์ ในการตรวจสอบคำตอบอีกครั้ง   
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……

………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……

**แบบฝึกหัดครั้งที่ 4 เรื่อง การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีการใช้กราฟ**

1. บริษัทผลิตโทรทัศน์แห่งหนึ่งผลิตโทรทัศน์ขนาด 14 นิ้ว อยู่2 ชนิดคือ ชนิดขาว-ดำ และชนิดสี   
 บริษัทสามารถที่จะผลิตโทรทัศน์ได้อย่างมาก 300 เครื่องต่อสัปดาห์ โดยเสียเงินในการผลิตโทรทัศน์  
 ชนิดขาว-ดำ เครื่องละ 3,600 บาท และชนิดสีเครื่องละ 5,400 บาท ทางบริษัทได้กำหนดจำนวนเงิน  
 ในการผลิตโทรทัศน์ทั้งหมดไม่เกิน 1,296,000 บาท ถ้าโทรทัศน์ชนิดขาว-ดำ ได้กำไรเครื่องละ 1800 บาท  
 และชนิดสีได้กำไรเครื่องละ 2,200 บาท อยากทราบว่าบริษัทนี้ควรผลิตโทรทัศน์ชนิดขาว-ดำ และชนิดสี  
 อย่างละกี่เครื่องต่อสัปดาห์จึงจะได้กำไรมากที่สุดและได้กำไรเท่าใด

………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……

2. บริษัทโทรศัพท์แห่งหนึ่ง ได้ผลิตโทรศัพท์รุ่นใหม่ออกมา คือ รุ่น P1 และ P2 โดย รุ่น P1 ขายได้กำไร   
 เครื่องละ 1,000 บาท รุ่น P2 ขายได้กำไรเครื่องละ 500 บาท โดยในแต่ละวัน ผลิตรุ่น P1 ไม่น้อยกว่า 80   
 เครื่อง ผลิตรุ่น P2 ระหว่าง 50 ถึง 100 เครื่อง ถ้าบริษัทมีความสามารถผลิตโทรศัพท์ทั้ง 2 รุ่นรวมกัน

ในแต่ละวันไม่เกิน 150 เครื่อง จงหาว่าบริษัทจะได้กำไรสูงสุด จากการผลิตโทรศัพท์ทั้ง 2 รุ่น เป็นเงินเท่าใด

………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……

3. ให้นักเรียนสร้างโจทย์คำถามที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันหรือที่พบเห็นในท้องถิ่น เกี่ยวกับการนำเรื่องกำหนดการเชิงเส้นไปใช้ จากนั้น วิเคราะห์โจทย์ อธิบายตามลำดับขั้นตอน ในการหาคำตอบ ตรวจคำตอบและใช้โปรแกรมคณิตศาสตร์ ในการตรวจสอบคำตอบอีกครั้ง   
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……

………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……

**แบบทดสอบครั้งที่ 4 เรื่อง การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีการใช้กราฟ**

1. บริษัทแห่งหนึ่งผลิตอ่างล้างหน้า 2 ชนิด คือ ชนิด Aและ ชนิดB โดยที่อ่างล้างหน้าชนิดA แต่ละอ่างจะต้องเสียเวลาในการผลิตโดยใช้เครื่องจักร 2 ชั่วโมง ใช้แรงงานคน 1 ชั่วโมง และขายได้กำไรอย่างละ 30 บาท สำหรับอ่างล้างหน้าชนิด B แต่ละอ่างจะต้องเสียเวลาผลิตโยการใช้เครื่องจักร 1 ชั่วโมง ใช้แรงงานคน 3 ชั่วโมง และขายได้กำไร 40 บาท ถ้าวันหนึ่งการผลิตโดยใช้เครื่องจักร และใช้แรงงานคนทำงานไม่เกิน 6 ชั่วโมงและ 8 ชั่วโมง ตามลำดับต้องการทราบว่าบริษัทแห่งนี้ควรผลิตอ่างล้างหน้าแต่ละชนิดเป็นจำนวนเท่าไรในแต่ละวัน จึงจะได้กำไรมากที่สุด

………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……

2. อุตสาหกรรมครัวเรือนแห่งหนึ่งผลิตนมเย็นและไอศกรีมทุกวันส่วนประกอบของนมเย็นแต่ละลิตร ต้องใช้นม 0.4 ลิตร และครีม 0.2 ลิตร ส่วนประกอบของไอศกรีมแต่ละลิตร ต้องใช้นม 0.2 ลิตร และครีม 0.4 ลิตร จากส่วนผสมดังกล่าว ปรากฏว่า ขายนมเย็นได้กำไรลิตรละ 8 บาท ไอศกรีมได้กำไรลิตรละ 10 บาท ถ้าในแต่ละวันอุตสาหกรรมนี้ มีนม 10 ลิตร และครีม 14 ลิตร

เขาควรจะผลิตนมเย็น และไอศกรีมอย่างละเท่าใด จึงจะได้ผลกำไรมากที่สุดต่อวัน

………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……

………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……

………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……

3. ให้นักเรียนสร้างโจทย์คำถามที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันหรือที่พบเห็นในท้องถิ่น เกี่ยวกับการนำเรื่องกำหนดการเชิงเส้นไปใช้ จากนั้น วิเคราะห์โจทย์ อธิบายตามลำดับขั้นตอน ในการหาคำตอบ ตรวจคำตอบและใช้โปรแกรมคณิตศาสตร์ ในการตรวจสอบคำตอบอีกครั้ง   
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……

………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……

**Case Study Linear Programming**

**Unbounded Feasible region**

A produce grower is purchasing fertilizer containing three nutrients, A, B and C. The minimize need are 160 units of A, 200 units of B, and 80 units of C. There are two popular brands of fertilizer on the market. Fast Grow, costing 4$ a bag, contains 3 units of A, 5 units of B, and 1 units of C. Easy Grow, costing 3$ a bag, contains 2 units of each nutrient. If the grower wishes to minimize cost while still maintaining the nutrient requires, how many bags of each brand should be bought?

………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……………………………………….………………………………….………………………………….……  
………………………………….………………………………….………………………………….……

## **เอกสารอ้างอิง**

จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. คู่มือเตรียมสอบ A-NET กลุ่มสาระการรียนรู้คณิตศาสตร์ . กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ พ.ศ. พัฒนา, 2548

พัศนีย์ นันตาและคณะ. คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 . กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์เอมพันธ์, 2546

พัศนีย์ นันตาและคณะ. คณิตศาสตร์ประยุกต์ 3 . กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์เอมพันธ์, 2546

วินิจ วงศ์รัตนะและคณะ. สรุปหลักและสูตร คณิตศาสตร์ ม.3 . กรุงเทพฯ : ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง, มมป.

สมัย เหล่าวานิชย์. คณิตศาสตร์ 6 พื้นฐานและเพิ่มเติม . กรุงเทพฯ : ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง, มมป.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. หนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.3. กรุงเทพฯ : คุรุสภาลาดพร้าว, 2548

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. หนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 2 ม.3. กรุงเทพฯ : คุรุสภาลาดพร้าว, ครั้งที่ 2. 2549

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. หนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ม.4. กรุงเทพฯ : คุรุสภาลาดพร้าว, ครั้งที่ 4.2547

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. หนังสือเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 2 ม.6. กรุงเทพฯ : คุรุสภาลาดพร้าว, 2548

Haeussler, Ernetst F.Introductory Mathematical Analysis 9ths. United States of America:   
Prentice-Hall, 1998