****

**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2**

**หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 กำหนดการเชิงเส้น เรื่อง การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีใช้กราฟ**

**วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 6 (ค33202) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**

**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 เวลา 15 คาบ**

**ผู้สอน อาจารย์เกตุม สระบุรินทร์**

**ผลการเรียนรู้**

1. สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และวิธีการของกำหนดการเชิงเส้นที่ใช้กราฟของสมการและอสมการที่มีสองตัวแปรในการแก้ปัญหาได้

**จุดประสงค์การเรียนรู้**

1. สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และวิธีการของกำหนดการเชิงเส้นที่ใช้กราฟของสมการและอสมการที่มีสองตัวแปรในการแก้ปัญหาได้

**สาระสำคัญ**

1. การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีใช้กราฟ

**สาระการเรียนรู้**

**ด้านความรู้**

- กราฟของอสมการเชิงเส้น

- กราฟของระบบอสมการเชิงเส้น

**ด้านทักษะ/กระบวนการ**

- การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย การนำเสนอและการเชื่อมโยงหลักการความรู้ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น

**ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์**

- มีระเบียบเรียบร้อย รอบคอบ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

**ด้านสมรรถนะ**

- ความสามารถในการสื่อสาร

- ความสามารถในการคิด

- ความสามารถในการแก้ปัญหา

**กิจกรรมการเรียนรู้**

**กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน**

ครูสนทนากับนักเรียนว่า การดำเนินงานใดๆ เพื่อให้บรรลุเป้าหมายตามที่กำหนดไว้อย่างมีประสิทธิภาพสูงสุด เราสามารถจำลองสถานการณ์โดยใช้สมการหรืออสมการแล้วใช้วิธีทางคณิตศาสตร์หาวิธีที่ดีที่สุด วิธีการเช่นนี้เรียกว่า **กำหนดการคณิตศาสตร์ (mathematical programming)** และถ้าจำลองระบบงานด้วยระบบอสมการเชิงเส้น และเขียนเป้าหมายในรูปของการหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของฟังก์ชันเชิงเส้นได้ จะเรียกว่า **กำหนดการเชิงเส้น (linear programming)**

ปัญหาที่ใช้เทคนิคของกำหนดการเชิงเส้น คือ ปัญหาการจัดสรรทรัพยากรหรือปัจจัย (กำลังคน เครื่องจักร วัตถุดิบ เวลา เงิน ความรู้ความสามารถ ฯลฯ) ที่มีอยู่อย่างจำกัด เพื่อให้ได้ประโยชน์สูงสุดหรือมีผลเสียน้อยที่สุด โดยที่ตัวแปรต่างๆ ที่เกี่ยวข้องมีความสัมพันธ์กันเป็นเชิงเส้น สำหรับการใช้กำหนดการเชิงเส้นมาแก้ปัญหานั้น จะต้องมีข้อสมมติว่าจะต้องมีตัวแปรอย่างน้อยหนึ่งตัวที่มีอิทธิพลต่อเป้าหมายของปัญหานั้นๆ (เช่น ต้องการกำไรสูงสุด หรือเสียค่าใช้จ่ายต่ำสุด) ซึ่งผู้ตัดสินใจจะต้องสามารถกำหนดหรือหาค่าตัวแปรตัวนี้ได้ ดังนั้น จะเรียกตัวแปรตัวนี้ว่าเป็น

ตัวแปรที่ใช้ในการตัดสินใจ (decision variable) สำหรับปัญหาส่วนใหญ่ที่ใช้เทคนิคของกำหนดการเชิงเส้นในการแก้ปัญหา ได้แก่

1. การวางแผนการผลิต (การตัดสินใจว่าจะผลิตสินค้าชนิดใดบ้าง จำนวนเท่าใด เพื่อให้ได้กำไรสูงสุด)

2. เกี่ยวกับตารางการผลิต

3. ปัญหาเกี่ยวกับการขนส่ง

4. ปัญหาเกี่ยวกับการจัดงาน

5. การวางแผนเกี่ยวกับการลงทุน

**กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน**

1. ครูอธิบายว่า ปัญหากำหนดการเชิงเส้นมีเป้าหมายอยู่ที่การหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของฟังก์ชันเชิงเส้นของตัวแปรที่สนใจ เรียกว่า ฟังก์ชันจุดประสงค์

**ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยการเขียนกราฟ**

1. เขียนระบบอสมการเพื่อบรรยายสถานการณ์ เรียกว่า อสมการข้อจำกัด

2. เขียนฟังก์ชันจุดประสงค์จากสถานการณ์

3. เขียนกราฟแสดงพื้นที่ที่เป็นไปได้

4. หาพิกัดของจุดมุมของพื้นที่ที่เป็นไปได้

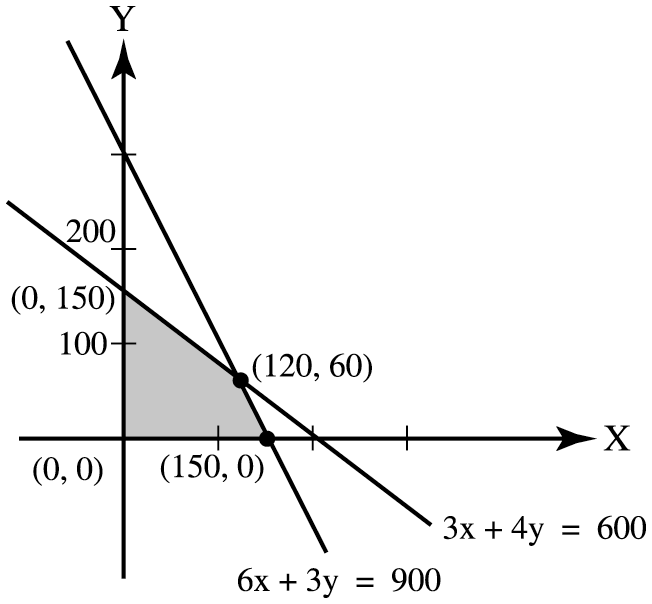
5. แทนค่าจุดมุมลงในฟังก์ชันจุดประสงค์เพื่อหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุด

2. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 ตามหนังสือเรียน แล้วย้ำกับนักเรียนว่า สำหรับฟังก์ชันเชิงเส้น f(x, y) = Ax + By เมื่อ A, B เป็นจำนวนจริง ซึ่งหาค่าได้ในบริเวณรูปปิด ฟังก์ชันจะมีค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดที่จุดมุมของบริเวณเท่านั้น

3. ครูยกตัวอย่างต่อไปนี้เพิ่มเติมจากในหนังสือเรียน

1) บริษัทแห่งหนึ่งผลิตเก้าอี้โยกมีกำไรตัวละ 50 บาท และผลิตเก้าอี้นั่งธรรมดามีกำไรตัวละ 30 บาท ถ้าบริษัทนี้ผลิตเก้าอี้โยก x ตัวต่อวัน และเก้าอี้นั่งธรรมดา y ตัวต่อวัน และมีเงื่อนไขการผลิตดังนี้ 6x + 3y ≤ 900, 3x + 4y ≤ 600 จงหาว่าบริษัทนี้มีกำไรต่อวันมากที่สุดเท่าไร

**วิธีทำ** เขียนกราฟของอสมการ 6x + 3y ≤ 900, 3x + 4y ≤ 600, x ≥ 0 และ y ≥ 0 ดังนี้



จากกราฟจะเห็นได้ว่า มีจุดมุม 4 จุด ดังนี้

**จุดที่ 1**  หาจุดตัดของแกน X และแกน Y ได้จุดตัดคือ (0, 0)

∴ P = 50(0) + 30(0) = 0

**จุดที่ 2**  หาจุดที่เส้นตรง 6x + 3y = 900 ตัดแกน X โดยให้ y = 0

จะได้ 6x + 3(0) = 900 นั่นคือ x = 150

∴ P = 50x+ 30y

= 50(150) + 30(0)

= 7,500

**จุดที่ 3**  หาจุดที่เส้นตรง 3x + 4y = 600 ตัดแกน Y โดยให้ x = 0

จะได้ 3(0) + 4y = 600 นั่นคือ y = 150

∴ P = 50x+ 30y

= 50(0) + 30(150)

= 4,500

**จุดที่ 4**  หาจุดที่เส้นตรง 6x + 3y = 900 ……….(1)

ตัดกับเส้นตรง 3x + 4y = 600

หรือ 6x + 8y = 1,200 ……….(2)

(2) − (1) จะได้ 5y = 300

y = 60

แทนค่า y = 60 ลงใน (1) จะได้

6x + 3(60) = 900

6x = 720

x = 120

∴ P = 50x+ 30y

= 50(120) + 30(60)

= 6,000 + 1,800

= 7,800

นั่นคือ บริษัทนี้ได้กำไรต่อวันมากที่สุดเท่ากับ 7,800 บาท

2) ในการตัดกางเกงและกระโปรงขายส่งร้านจำหน่ายเสื้อผ้าจากผ้าที่มีอยู่ 60 เมตร ถ้ากางเกงแต่ละตัวใช้ผ้า 1.2 เมตร และกระโปรงแต่ละตัวใช้ผ้า 1.5 เมตร ผู้ตัดควรตัดกางเกงและกระโปรงอย่างละเท่าไร จึงจะได้เงินจากการขายมากที่สุด ถ้าผู้ตัดขายกางเกงตัวละ 150 บาท และกระโปรงตัวละ 180 บาท จะได้เงินจากการขายมากที่สุดเท่าไร

**วิธีทำ** ให้ x และ y เป็นจำนวนกางเกงและกระโปรงตามลำดับ

P เป็นจำนวนเงินที่ได้จากการขาย

จะได้ฟังก์ชันจุดประสงค์และอสมการข้อจำกัดดังนี้

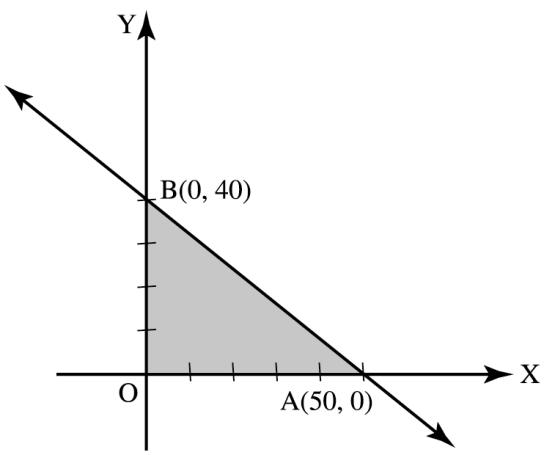
P = 150x + 180y

1.2x + 1.5y ≤ 60 หรือ 4x + 5y ≤ 200

x ≥ 0

y ≥ 0

เขียนกราฟของระบบอสมการได้ดังรูป



จุดมุมที่ได้จากอสมการข้อจำกัด คือ A(50, 0), B(0, 40) และ (0, 0)

f(50, 0) = 150(50) + 180(0) = 7,500

f(0, 40) = 150(0) + 180(40) = 7,200

f(0, 0) = 150(0) + 180(0) = 0

ดังนั้น ผู้ตัดควรตัดเฉพาะกางเกง 50 ตัว ทำให้ได้เงินจากการขายสูงสุดเป็น 7,500 บาท

3) โรงงานผลิตสับปะรดกระป๋องแห่งหนึ่ง ผลิตเนื้อสับปะรดได้กำไรกระป๋องละ4 บาท น้ำสับปะรดกำไรกระป๋องละ 7 บาท การผลิตสับปะรดกระป๋องต้องมีกรรมวิธีทำให้สำเร็จรูป คือการตัดเป็นชิ้นๆ หรือคั้นน้ำ รวมทั้งการบรรจุลงกระป๋อง ซึ่งเครื่องจักรสามารถทำงานได้ไม่เกิน 30 ชั่วโมง และ 20 ชั่วโมงตามลำดับเนื้อสับปะรด 1 กระป๋องใช้เวลาตัด 3 นาที บรรจุกระป๋อง 1 นาที น้ำสับปะรดใช้เวลาคั้น 4 นาที และบรรจุกระป๋อง 3 นาที จงหาฟังก์ชันจุดประสงค์ เพื่อให้ได้กำไรมากที่สุดตามอสมการข้อจำกัดที่มีอยู่ เขียนกราฟหาค่าดีที่สุดของผลิตภัณฑ์ทั้งสอง และกำไรที่มากที่สุดด้วย

**วิธีทำ** ให้ x แทนจำนวนเนื้อสับปะรดกระป๋อง

y แทนน้ำสับปะรดกระป๋อง

3x + 4y ≤ 30 × 60 (จำกัดเวลาเครื่องจักรผลิต)

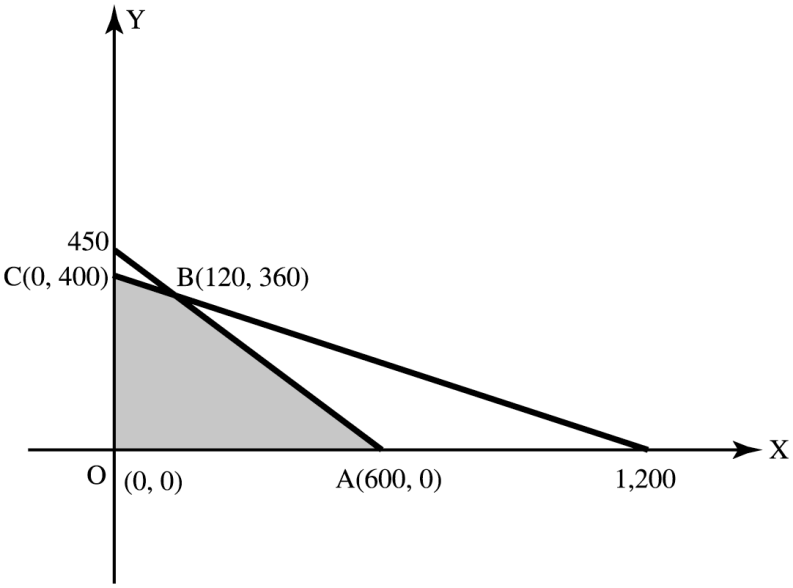
x + 3y ≤ 20 × 60 (จำกัดเวลาบรรจุกระป๋อง)

x ≥ 0

y ≥ 0

ให้ Z = กำไรสูงสุด

∴ Z = 4x + 7y



|  |  |
| --- | --- |
| **จุดมุม (x, y)** | **Z = 4x + 7y** |
| O(0, 0)  A(600, 0)  B(120, 360)  C(0, 400) | 0  2,400  3,000  2,800 |

จากการเปรียบเทียบค่า Z พบว่าจุด B(120, 360) ให้ค่า Z มากที่สุด ซึ่งเกิดจากใช้ x = 120, y = 360 หมายความว่าเจ้าของโรงงานต้องผลิตเนื้อสับปะรดกระป๋อง 120 กระป๋อง และน้ำสับปะรดกระป๋อง 360 กระป๋อง จึงจะได้กำไรมากที่สุด และได้กำไรมากที่สุด 3,000 บาท

4. ให้นักเรียนกลุ่มเดิมทำแบบฝึกหัด ในหนังสือเรียน วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 6 สสวท

**สื่อ/แหล่งการเรียนรู้**

- แบบฝึกหัด หนังสือเรียน วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 6 สสวท

- บทเรียนออนไลน์ใน www.elsd.ssru.ac.th/ketum.sa

**การวัดและการประเมิน**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **เป้าหมาย** | **หลักฐาน** | **เครื่องมือวัด** | **เกณฑ์การประเมิน** |
| **ด้านความรู้**  - หาพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งบนช่วงที่กำหนดให้ได้ | 1. ตรวจผลการทำแบบทดสอบก่อนเรียน  2. สังเกตจากการซักถาม การแสดง ความคิดเห็น การให้ข้อเสนอแนะ และการอภิปรายร่วมกัน  3. ตรวจผลการปฏิบัติตามใบงาน 4. ตรวจผลการทำแบบฝึกหัด | - แบบฝึกหัด  - แบบทดสอบ  - เอกสารประกอบการเรียน บทเรียนออน์ไลน์ | ตรวจสอบความถูกต้องของวิธีทำและคำตอบ |
| **ด้านทักษะ/กระบวนการ**  - การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย การนำเสนอและการเชื่อมโยงหลักการความรู้ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น | 1. สังเกตพฤติกรรมขณะทำงานร่วมกับกลุ่ม  2. ประเมินพฤติกรรมตามรายการด้านคุณธรรม จริยธรรมและค่านิยม | – แบบประเมินพฤติกรรมขณะทำงานร่วมกับกลุ่ม  – แบบประเมินด้านคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม | ผ่านเกณฑ์เฉลี่ย 3 ขึ้นไป |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **เป้าหมาย** | **หลักฐาน** | **เครื่องมือวัด** | **เกณฑ์การประเมิน** |
| **ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์**  - มีระเบียบเรียบร้อย รอบคอบ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง | 1. สังเกตพฤติกรรมการสื่อสารการเชื่อมโยงหลักการความรู้ ทางคณิตศาสตร์  2. ประเมินพฤติกรรมตามรายการประเมินด้านทักษะ/กระบวนการ  3. สังเกตขณะการปฏิบัติตามใบงาน  4. สังเกตขณะทำแบบฝึกหัด | - – แบบประเมินด้านทักษะ/  กระบวนการ | ผ่านเกณฑ์เฉลี่ย 3 ขึ้นไป |
| **ด้านสมรรถนะ**  - ความสามารถในการสื่อสาร  - ความสามารถในการคิด  - ความสามารถในการแก้ปัญหา | - แบบฝึกหัด  - บทเรียนออนไลน์ | - แบบฝึกหัด  - บทเรียนออนไลน์ | ผ่านเกณฑ์เฉลี่ย 3 ขึ้นไป |

**บันทึกหลังการสอน**

**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2**

**ผลการสอน**

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

**ปัญหาและอุปสรรค**

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

**ข้อเสนอแนะ**

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

...................................................................................................................................................................

ลงชื่อ..............................................

(อาจารย์เกตุม สระบุรินทร์)

อาจารย์ผู้สอน

**ความเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้**

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

...................................................................................................................................................................

ลงชื่อ..............................................

(อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ)

หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้

**ความเห็นของรองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ**

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

...................................................................................................................................................................

ลงชื่อ..............................................

(อาจารย์ ดร.สุดารัตน์ ศรีมา)

รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ