****

**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6**

**หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 แคลคูลัสเบื้องต้น เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ**

**วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 5 (ค33201) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**

**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 เวลา 2 คาบ**

**ผู้สอน อาจารย์เกตุม สระบุรินทร์**

**ผลการเรียนรู้**

1) หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบได้

2) หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันอันดับสูงได้

**จุดประสงค์การเรียนรู้**

1) หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบได้

2) หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันอันดับสูงได้

**สาระสำคัญ**

1) อนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ

2) อนุพันธ์อันดับสูง

**สาระการเรียนรู้**

**ด้านความรู้**

- อนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ

- อนุพันธ์อันดับสูง

- ความสมเหตุสมผลของคำตอบจากการคำนวณและการแก้ปัญหาได้

**ด้านทักษะ/กระบวนการ**

- การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย การนำเสนอและการเชื่อมโยงหลักการความรู้ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น

**ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์**

- มีระเบียบเรียบร้อย รอบคอบ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

**ด้านสมรรถนะ**

- ความสามารถในการสื่อสาร

- ความสามารถในการคิด

- ความสามารถในการแก้ปัญหา

**กิจกรรมการเรียนรู้**

**กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน**

อาจารย์อธิบายสูตรการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ ดังนี้

ถ้า y = (gof)(x) = g(f(x)) แล้ว

 = g(f(x)) •f(x)

จากสูตรนี้ ถ้าให้ f(x) = u จะได้ y = g(u)

จะได้  = g(u) • u หรือ • 

**กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน**

1. อาจารย์ยกตัวอย่างการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบเพิ่มเติมจากในหนังสือเรียน ดังนี้

**ตัวอย่าง**

1) กำหนดให้ y = (3x + 2)4 จงหา 

**วิธีทำ**  ให้ u = 3x + 2

จะได้ y = u4

จาก  =  • 

= u4 • (3x + 2)

= 4u3 • (3)

= 12u3

∴  = 12(3x + 2)3

2) ให้ y =  จงหา 

**วิธีทำ**  ให้ u = 5 − 3x2

∴ y = 

จาก = • 

= • (5−3x2)

= • (−6x)

= 

∴  = 

2. อาจารย์แนะนำว่า เพื่อความสะดวกเราสามารถเปลี่ยนแปลงสูตร  = • ได้ดังนี้

ถ้า y = un แล้ว  = nun−1

เช่น จากตัวอย่างข้อ 1) y = (3x + 2)4

ให้ u = 3x + 2

จะได้ y = u4

 = u4

= 4u3

= 4(3x + 2)3(3x + 2)

= 4(3x + 2)3 (3 + 0)

= 12(3x + 2)3

จากตัวอย่างข้อ 2) y = 

**วิธีทำ** ให้ u = 5 − 3x2

จะได้ y = 

 = 

= 

= 

= 

= 

= 

3. อาจารย์ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มทำกิจกรรม โดยวิธีจับฉลาก กลุ่มละ 3 ข้อ แล้วนำคำตอบมาอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน

**อนุพันธ์อันดับสูง**

4. อาจารย์ให้นักเรียนอ่านบทนิยามของอนุพันธ์อันดับสูงในหนังสือเรียนหัวข้อที่ 2.7 และแนะนำการเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ดังนี้

 = y′ = f ′(x) เรียกว่าอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของ f(x)

 = y′′ = f ′′(x) เรียกว่าอนุพันธ์อันดับที่ 2 ของ f(x)

 = y′′′ = f ′′′(x) เรียกว่าอนุพันธ์อันดับที่ 3 ของ f(x)

 = y(4) = f(4)(x) เรียกว่าอนุพันธ์อันดับที่ 4 ของ f(x)



 = y(n) = f(n)(x) เรียกว่าอนุพันธ์อันดับที่ n ของ f(x)

5. อาจารย์ยกตัวอย่างโจทย์การหาอนุพันธ์อันดับสูงต่อไปนี้

1) กำหนดให้ f(x) = 3x4 − 2x +− 5 จงหาอนุพันธ์อันดับที่ 2 อันดับที่ 3 และอันดับที่ 4

**วิธีทำ** จาก f(x) = 3x4− 2x +− 5

หรือ f(x) = 3x4− 2x + − 5

f ′(x) = 12x3− 2 +

f ′′(x) = 

= 36x2−

f ′′′(x) = 

= 72x + 

f4(x) = 

= 72 −

2) กำหนดให้ f(x) = (3x − 1)5 จงหา f ′′′(1)

**วิธีทำ** จาก f(x) = (3x − 1)5

f ′(x) = 5(3x − 1)4(3x − 1)

= 5(3x − 1)4 (3 − 0)

= 15(3x − 1)4

f ′′(x) = 60(3x − 1)3(3x − 1)

= 60(3x − 1)3(3 − 0)

= 180(3x − 1)3

f ′′′(x) = 540(3x − 1)2(3x − 1)

= 540(3x − 1)2(3 − 0)

= 1,620(3x − 1)2

ดังนั้น f ′′′(1) = 1,620(3 − 1)2

= 1,620 × 4

= 6,480

3) กำหนดให้ y =  จงหา 

**วิธีทำ**  จาก y =  = 

 = 

= 

= 

 = 

= 

= 

= 

6. นักเรียนได้ทราบมาแล้วว่า f ′(x) คือ

1) อนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x

2) ความชันของเส้นโค้ง f(x) ที่จุด (x, y) ใดๆ

3) ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง f(x) ที่จุด (x, y) ใดๆ

อาจารย์แนะนำว่าสำหรับ f ′′(x) คืออัตราการเปลี่ยนแปลงความชันของเส้นโค้ง f(x) ที่  
จุด (x, y) ใดๆ

นอกจากนี้ในเรื่องการเคลื่อนที่ อนุพันธ์ของฟังก์ชันอันดับที่ 2 ของ f ที่ x คือ ความเร่ง (a) ของวัตถุขณะเวลา t ใดๆ ซึ่งหาได้จากอัตราการเปลี่ยนแปลงของความเร็ว (v) เทียบกับเวลา t ใดๆ ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ตามสมการการเคลื่อนที่ s = f(t) เมื่อ s คือระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ในเวลา t

นั่นคือ  = v

 =  = a

อาจารย์สรุปว่า ความเร่งขณะเวลา t ใดๆ ก็คืออนุพันธ์อันดับที่ 2 ของ s = f(t)

7. อาจารย์ยกตัวอย่างต่อไปนี้

ปล่อยวัตถุจากที่สูงลงสู่พื้นดิน วัตถุเคลื่อนที่ได้ระยะทาง s = 16t2 เมตร ในเวลา t วินาที จงหา

1. ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้หลังจากปล่อยวัตถุไป 3 วินาที

2. ความเร็วขณะ t = 2 วินาที

3. ความเร่งขณะเวลา t ใดๆ

4. ความเร่งขณะเวลา t = 5 วินาที

**วิธีทำ**  s = 16t2 เมตร

 = 32t

∴ v = 32t เมตรต่อวินาที

 = 32

∴ a = 32 เมตรต่อวินาที 2

1. ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ คือ 16(3)2 = 144 เมตร

2. ความเร็วขณะ t = 2 วินาที คือ 32(2) = 64 เมตรต่อวินาที

3. ความเร่งขณะเวลา t ใดๆ คือ 32 เมตรต่อวินาที 2

4. ความเร่งขณะเวลา t = 5 วินาที คือ 32 เมตรต่อวินาที 2

8. อาจารย์ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มทำกิจกรรม กลุ่มละ 3 ข้อ ภายในเวลาที่กำหนด แล้วนำ  
คำตอบที่ได้มาอภิปรายร่วมกัน

**กิจกรรมรวบยอด**

1) อาจารย์ทบทวนการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบโดยย้ำประเด็นที่ว่า

จากสูตร  =  • 

ถ้า y = un

 = nun−1

2) จากสมการการเคลื่อนที่ s = f(t)

เมื่อ s คือระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ในเวลา t

 = f ′(t)

f ′(t) คือความเร็ว (v) ขณะเวลา (t) ใดๆ

f ′′(t) คือความเร่ง (a) ขณะเวลา (t) ใดๆ

**สื่อ/แหล่งการเรียนรู้**

- แบบฝึกหัด หนังสือเรียน วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 6 สสวท

- บทเรียนออนไลน์ใน www.elsd.ssru.ac.th/ketum.sa

**การวัดและการประเมิน**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **เป้าหมาย** | **หลักฐาน** | **เครื่องมือวัด** | **เกณฑ์การประเมิน** |
| **ด้านความรู้**  - อนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ  - อนุพันธ์อันดับสูง  - ความสมเหตุสมผลของคำตอบจากการคำนวณและการแก้ปัญหาได้ | 1. สังเกตจากการซักถาม การแสดง ความคิดเห็น การให้ข้อเสนอแนะ และการอภิปรายร่วมกัน  2. ตรวจผลการปฏิบัติตามใบงานที่ 1 ลำดับจำกัด และลำดับอนันต์  3. ตรวจผลการทำแบบฝึกหัด | - แบบฝึกหัด  - แบบทดสอบ  - เอกสารประกอบการเรียน บทเรียนออน์ไลน์ | ตรวจสอบความถูกต้องของวิธีทำและคำตอบ |
| **ด้านทักษะ/กระบวนการ**  - การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย การนำเสนอและการเชื่อมโยงหลักการความรู้ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น | 1. สังเกตพฤติกรรมขณะทำงานร่วมกับกลุ่ม  2. ประเมินพฤติกรรมตามรายการด้านคุณธรรม จริยธรรมและค่านิยม | – แบบประเมินพฤติกรรมขณะทำงานร่วมกับกลุ่ม  – แบบประเมินด้านคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม | ผ่านเกณฑ์เฉลี่ย 3 ขึ้นไป |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **เป้าหมาย** | **หลักฐาน** | **เครื่องมือวัด** | **เกณฑ์การประเมิน** |
| **ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์**  - มีระเบียบเรียบร้อย รอบคอบ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง | 1. สังเกตพฤติกรรมการสื่อสารการเชื่อมโยงหลักการความรู้ ทางคณิตศาสตร์  2. ประเมินพฤติกรรมตามรายการประเมินด้านทักษะ/กระบวนการ  3. สังเกตขณะการปฏิบัติตามใบงานที่ 1 ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์  4. สังเกตขณะทำแบบฝึกหัด | - – แบบประเมินด้านทักษะ/  กระบวนการ | ผ่านเกณฑ์เฉลี่ย 3 ขึ้นไป |
| **ด้านสมรรถนะ**  - ความสามารถในการสื่อสาร  - ความสามารถในการคิด  - ความสามารถในการแก้ปัญหา | - แบบฝึกหัด  - บทเรียนออนไลน์ | - แบบฝึกหัด  - บทเรียนออนไลน์ | ผ่านเกณฑ์เฉลี่ย 3 ขึ้นไป |

**บันทึกหลังการสอน**

**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6**

**ผลการสอน**

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

**ปัญหาและอุปสรรค**

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

**ข้อเสนอแนะ**

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

...................................................................................................................................................................

ลงชื่อ..............................................

(อาจารย์เกตุม สระบุรินทร์)

อาจารย์ผู้สอน

**ความเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้**

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

...................................................................................................................................................................

ลงชื่อ..............................................

(อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ)

หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้

**ความเห็นของรองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ**

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

...................................................................................................................................................................

ลงชื่อ..............................................

(อาจารย์ ดร.สุดารัตน์ ศรีมา)

รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ