****

**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3**

**หน่วยการเรียนรู้ที่ 2** อันดับอนันต์และอนุกรมอนันต์ **เรื่อง** สัญลักษณ์แทนการบวก

**วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 5 (ค33201) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**

**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 เวลา 2 คาบ**

**ผู้สอน อาจารย์เกตุม สระบุรินทร์**

**ผลการเรียนรู้**

หาลิมิตของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้

**จุดประสงค์การเรียนรู้**

หาลิมิตของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้

**สาระสำคัญ**

ลิมิตของฟังก์ชัน

**สาระการเรียนรู้**

**ด้านความรู้**

- ลิมิตของฟังก์ชันที่กำหนด

- ความสมเหตุสมผลของคำตอบจากการคำนวณและการแก้ปัญหาได้

**ด้านทักษะ/กระบวนการ**

- การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย การนำเสนอและการเชื่อมโยงหลักการความรู้ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น

**ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์**

- มีระเบียบเรียบร้อย รอบคอบ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

**ด้านสมรรถนะ**

- ความสามารถในการสื่อสาร

- ความสามารถในการคิด

- ความสามารถในการแก้ปัญหา

**กิจกรรมการเรียนรู้**

**กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน**

อาจารย์ทบทวนการหาผลบวกของอนุกรมอนันต์ โดยกำหนดโจทย์ต่อไปนี้ให้นักเรียนหาคำตอบ

1) จงหาผลบวกของ 2 ++++ ...

**วิธีทำ** 2 ++++ ...

**=** 2 ++++ ...

= 2 +

= 2 + + 

= 2 ++

= 2 + 1 + = 3

ดังนั้น ผลบวกของอนุกรมนี้คือ 3

2) จงหาผลบวกของ +++ ...

**วิธีทำ** +++ ...

**=** +++ ...

= 

=  − 

=  − 

= 2 − 1 = 1

ดังนั้น ผลบวกของอนุกรมนี้คือ 1

**กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน**

1. อาจารย์อธิบายว่า ในการเขียนอนุกรมบางอนุกรมค่อนข้างยืดยาว ดังนั้น เพื่อความสะดวก  
ในการเขียนอนุกรม จะใช้สัญลักษณ์ Σ (เรียกว่า ซิกมา) แทนการบวกของพจน์ต่างๆ ดังนี้

 = a1+ a2+ a3+ … + an

 = a1+ a2+ a3+ … + an+ …

2. จากสัญลักษณ์ หรือ  ตัวแปร i เรียกว่า ดัชนี ซึ่งจะกำหนดพจน์แรกและพจน์สุดท้ายของอนุกรม เช่น

 แทน 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6

 แทน 12+ 22+ 32+ 42+ 52

 แทน 31+ 32+ 33+ ... + 3n+ ...

อาจารย์ให้ข้อสังเกตว่า ตัวอักษรที่เป็นดัชนีจะใช้อักษรตัวใดก็ได้ ไม่จำเป็นต้องใช้อักษร i อย่างเดียว

เช่น  อาจเขียนเป็น  หรือ 

นอกจากนี้ ดัชนีก็ไม่จำเป็นต้องเริ่มจาก 1 เสมอไป

เช่น  = 102+ 112+ 122+ 132+ 142

 = (40+5) + (41+5) + (42+5)

3. อาจารย์ให้นักเรียนศึกษาสมบัติของ Σ ในหนังสือเรียน และสรุปสูตรเกี่ยวกับผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมที่มักจะใช้เสมอ ดังนี้

 = (n+1)

= (n+1)(2n+1)

= = 

4. อาจารย์ยกตัวอย่างต่อไปนี้เพิ่มเติมจากในหนังสือเรียน

1) จงหาค่าของ (4i3− 6i2+ 2i − 5)

**วิธีทำ** (4i3− 6i2+ 2i − 5) = 4− + −

= 4Σn3− 6Σn2+ 2Σn − 5n

= 

= 

= n2(n+1)(n+1) − n(n+1)(2n+1) + n(n+1) − 5n

= (n+1)[n2(n+1) − n(2n+1) + n] − 5n

= (n+1)(n3+ n2− 2n2− n + n) − 5n

= (n+1)(n3− n2) − 5n

= n2(n+1)(n − 1) − 5n

= n2(n2− 1) − 5n

= n4− n2− 5n

= n(n3− n − 5)

2) จงหาผลบวกของอนุกรมต่อไปนี้ถึง n พจน์ 1•3 + 2•5 + 3•7 + 4•9 + ...

**วิธีทำ** 1•3 + 2•5 + 3•7 + 4•9 + ...

พิจารณาลำดับ 1, 2, 3, 4, ... เป็นลำดับเลขคณิต มีพจน์ที่ n ของลำดับ

an = 1 + (n − 1)1 = n

พิจารณาลำดับ 3, 5, 7, 9, ... เป็นลำดับเลขคณิต มีพจน์ที่ n ของลำดับ

an = 3 + (n − 1)2 = 2n + 1

ดังนั้น พจน์ที่ n ของลำดับ 1•3 + 2•5 + 3•7 + 4•9 + ... คือ

an = n(2n + 1)

an = 2n2+ n

Σan = 2Σn2+ Σn

= 2 • (n + 1)(2n + 1) +(n + 1)

= 

= 

= 

= 

= (n + 1)(4n + 5)

ดังนั้น ผลบวก n พจน์ของอนุกรม 1•3 + 2•5 + 3•7 + 4•9 + ... เท่ากับ(n + 1)(4n + 5)

5. อาจารย์ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มทำกิจกรรม กลุ่มละ 3 ข้อ ภายในเวลาที่กำหนด สำหรับโจทย์ข้อที่ยาก อาจารย์ควรให้คำแนะนำเบื้องต้นในการแก้ปัญหา (ศึกษาได้จากส่วนเฉลย) เมื่อทุกกลุ่มทำเสร็จแล้ว นำคำตอบมาอภิปรายร่วมกัน

**กิจกรรมรวบยอด**

อาจารย์และนักเรียนร่วมกันทบทวนสมบัติของ Σ และการใช้ Σ หาผลบวก

**สื่อ/แหล่งการเรียนรู้**

- แบบฝึกหัด หนังสือเรียน วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 6 สสวท

- บทเรียนออนไลน์ใน www.elsd.ssru.ac.th/ketum.sa

**การวัดและการประเมิน**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **เป้าหมาย** | **หลักฐาน** | **เครื่องมือวัด** | **เกณฑ์การประเมิน** |
| **ด้านความรู้**  - สมบัติของ Σ และการใช้ Σ หาผลบวก  - ความสมเหตุสมผลของคำตอบจากการคำนวณและการแก้ปัญหาได้ | 1. สังเกตจากการซักถาม การแสดง ความคิดเห็น การให้ข้อเสนอแนะ และการอภิปรายร่วมกัน  2. ตรวจผลการปฏิบัติตามใบงานที่ 1 ลำดับจำกัด และลำดับอนันต์  3. ตรวจผลการทำแบบฝึกหัด | - แบบฝึกหัด  - แบบทดสอบ  - เอกสารประกอบการเรียน บทเรียนออน์ไลน์ | ตรวจสอบความถูกต้องของวิธีทำและคำตอบ |
| **ด้านทักษะ/กระบวนการ**  - การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย การนำเสนอและการเชื่อมโยงหลักการความรู้ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น | 1. สังเกตพฤติกรรมขณะทำงานร่วมกับกลุ่ม  2. ประเมินพฤติกรรมตามรายการด้านคุณธรรม จริยธรรมและค่านิยม | – แบบประเมินพฤติกรรมขณะทำงานร่วมกับกลุ่ม  – แบบประเมินด้านคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม | ผ่านเกณฑ์เฉลี่ย 3 ขึ้นไป |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **เป้าหมาย** | **หลักฐาน** | **เครื่องมือวัด** | **เกณฑ์การประเมิน** |
| **ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์**  - มีระเบียบเรียบร้อย รอบคอบ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง | 1. สังเกตพฤติกรรมการสื่อสารการเชื่อมโยงหลักการความรู้ ทางคณิตศาสตร์  2. ประเมินพฤติกรรมตามรายการประเมินด้านทักษะ/กระบวนการ  3. สังเกตขณะการปฏิบัติตามใบงานที่ 1 ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์  4. สังเกตขณะทำแบบฝึกหัด | - – แบบประเมินด้านทักษะ/  กระบวนการ | ผ่านเกณฑ์เฉลี่ย 3 ขึ้นไป |
| **ด้านสมรรถนะ**  - ความสามารถในการสื่อสาร  - ความสามารถในการคิด  - ความสามารถในการแก้ปัญหา | - แบบฝึกหัด  - บทเรียนออนไลน์ | - แบบฝึกหัด  - บทเรียนออนไลน์ | ผ่านเกณฑ์เฉลี่ย 3 ขึ้นไป |

**บันทึกหลังการสอน**

**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3**

**ผลการสอน**

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

**ปัญหาและอุปสรรค**

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

**ข้อเสนอแนะ**

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

...................................................................................................................................................................

ลงชื่อ..............................................

(อาจารย์เกตุม สระบุรินทร์)

อาจารย์ผู้สอน

**ความเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้**

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

...................................................................................................................................................................

ลงชื่อ..............................................

(อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ)

หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้

**ความเห็นของรองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ**

......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

...................................................................................................................................................................

ลงชื่อ..............................................

(อาจารย์ ดร.สุดารัตน์ ศรีมา)

รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ