

**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7**

**หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 อัตราส่วนตรีโกณมิติ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ
วิชาคณิตศาสตร์ 3 ชื่อรายวิชา ค 32101 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์
ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 เวลา 2 คาบ
ผู้สอน อาจารย์เกตุม สระบุรินทร์**

**มาตรฐานการเรียนรู้**

 มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

 มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทาง

คณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

 ตัวชี้วัด ค 2.1 ม.4-6/1 : ใช้ความรู้เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม ในการคาดคะเนระยะทางและความสูง ตัวชี้วัด ค 2.2 ม.4-6/1 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ

**จุดประสงค์การเรียนรู้
 1. ด้านความรู้** นักเรียนสามารถ1.1 บอกอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้ได้
 1.2 หาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้ได้
 **2. ด้านทักษะกระบวนการ** นักเรียนสามารถ2.1 มีทักษะในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้
 2.2 มีการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
 2.3 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

 **3. ด้านคุณลักษณะ** นักเรียนต้องเป็นผู้ที่3.1 มีความรับผิดชอบ
 3.2 มีระเบียบวินัย
 3.3 ใฝ่เรียนรู้และมุ่งในการทำงาน

**สาระการเรียนรู้**

อัตราส่วนตรีโกณมิติ (Trigonometric ratio) หมายถึง อัตราส่วนระหว่างความยาวของด้านทั้งสองด้าน
**บทนิยาม อัตราส่วนตรีโกณมิติ**

 **** (ไซน์ของมุม A) เขียนย่อว่า **** เขียนแทนด้วย

ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A

 นั่นคือ **** =

ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก

  (โคไซน์ของมุม A) เขียนย่อว่า เขียนแทนด้วย

ความยาวของด้านประชิดมุม A

 นั่นคือ =

ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก

  (แทนเจนต์ของมุม A) เขียนย่อว่า  เขียนแทนด้วย

ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A

 นั่นคือ  =

ความยาวของด้านประชิดมุม A

**กิจกรรมการเรียนรู้** 1. ครูทบทวนทฤษฎีบทพีทากอรัส  **กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน
 ทฤษฎีบทปีทากอรัส** ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ด้านตรงข้ามมุมฉากยกกำลังสองมีค่าเท่ากับผลบวกของกำลังสองของอีกสองด้าน

**พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก**



 **จะได้ว่า  หรือ **

 แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุม 
  แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุม 
  แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุม 







 **ด้านชุดที่พบบ่อย
   
   
   
   
   **

 **กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน** 1. ครูให้นักเรียนพิจารณาเรื่องอัตราส่วนตรีโกณ ดังต่อไปนี้
 โดยวิธีการเรียกด้านทั้งสามในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยจะอิงกับ **“มุมที่สนใจ”**

 เช่น ถ้า สนใจมุม จะเรียก ด้านตรงข้ามมุม ว่า “**ข้าม”**  ด้านประชิดมุม ว่า “**ชิด”**

 ถ้า สนใจมุม จะเรียก ด้านตรงข้ามมุม ว่า “ **ข้าม”**  ด้านประชิดมุม  ว่า “**ชิด”**

2. ครูสอนถึงบทนิยามของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

**บทนิยาม อัตราส่วนตรีโกณมิติ**

 **** (ไซน์ของมุม A) เขียนย่อว่า **** เขียนแทนด้วย

ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A

 นั่นคือ **** =

ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก

  (โคไซน์ของมุม A) เขียนย่อว่า เขียนแทนด้วย

ความยาวของด้านประชิดมุม A

 นั่นคือ =

ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก

  (แทนเจนต์ของมุม A) เขียนย่อว่า  เขียนแทนด้วย

ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A

 นั่นคือ  =

ความยาวของด้านประชิดมุม A

 อัตราส่วนตรีโกณมิติ ****และ **** ที่เป็นอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมภายในรูปสามเหลี่ยม นอกจากอัตราส่วนตรีโกณมิติทั้ง 3 ยังมีอัตราส่วนตรีโกณมิติ 3 อัตราส่วนที่สำคัญเช่นกัน ดังนี้

  (โคเซแคนต์ของมุม A) เขียนย่อว่า  หรือ  เป็นส่วนกลับของ ****

 นั่นคือ  =  เมื่อ ****

  (เซกแคนต์ของมุม A) เขียนย่อว่า  เป็นส่วนกลับของ ****

 นั่นคือ  =  เมื่อ ****

  (โคแทนเจนต์ของมุม A) เขียนย่อว่า  เป็นส่วนกลับของ ****

 นั่นคือ  =  เมื่อ ****

3. ครูอธิบายการหาอัตราส่วนตรีโกณ พร้อมยกตัวอย่าง พร้อมประกอบการอธิบายดังนี้
**ตัวอย่างที่ 1** สามเหลี่ยม  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม  เป็นมุมฉากดังรูป

**วิธีทำ** จงหา 1)  =   =   =  = 
  =   = 













 2)  =   = 
  =  = 
  =   = 

4. ครูยกตัวอย่างต่อไปเพื่อให้นักเรียนทดสอบความเข้าใจ
 **ตัวอย่างที่ 6** กำหนดให้  จงหา , และ 
 **วิธีทำ**













  ข้าม = 
 จากทฤษฎีบทพีทากอรัส นักเรียนจะหาได้ว่า ด้านที่เหลือคือ 

ฉาก

 โจทย์ต้องการหา
 
  = 
  = 

**ตัวอย่างที่ 7** กำหนดให้  มีมุม  เป็นมุมฉาก ถ้า  จงหา 
**วิธีทำ** จาก =

ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A

ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก

 จะได้ว่าความยาวด้านประชิดมุม คือ 2 และความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก คือ 1
สามารถใช้ทฤษฎีบทพีทากอรัสในการหา ดังนี้











 
 
 
 



ดังนั้น  = 
 = 

5. หลังจากนั้นครูสอนถึงความสัมพันธ์ในรูปเศษส่วนของตรีโกณมิติ

**ความสัมพันธ์ในรูปเศษส่วน**

 **
 **





 ****



 นั่นคือ ** ** และ ** **

 6. ครูอธิบายถึงกำลังสองของฟังก์ชั้นตรีโกณมิติ ว่ามีลักษณะการใช้อย่างไร

 **กำลังสองของของฟังก์ชั่นตรีโกณมิติ**

 **** เขียนแทนด้วย 
 **** เขียนแทนด้วย 
 **** เขียนแทนด้วย 

**หมายเหตุ **  
 ****  
 ****  

 7. ครูยกตัวอย่างการใช้กำลังสอง เพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียน

**ตัวอย่างที่ 9** จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก  จงหาค่าของ 

**วิธีทำ**





= 



 = 







 = 

 ขั้นสรุป
8. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติ
9. ครูสั่งการบ้านนักเรียน (worksheet 1 ) ในเอกสารประกอบการเรียน พร้อมกำหนดวันส่ง

**สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งการเรียนรู้** 1. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2251 จัดทำโดย สสวท.
 2. เอกสารประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ 3 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ
 3. Workbook discovering mathematics เล่ม 5 จัดทำโดย สถาบัน PDCA Education

**การวัดและประเมินผล**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **เป้าหมาย** | **หลักฐาน** | **เครื่องมือวัด** | **เกณฑ์การประเมิน** |
| **สาระสำคัญ**อัตราส่วนตรีโกณมิติ | -แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน(worksheet1)-แบบฝึกหัดในหนังสือเรียนและแบบฝึกหัดใน Workbook  | -แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน(worksheet1) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียนและแบบฝึกหัดใน Workbook | - ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ- ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70% |
| **คุณลักษณะอันพึงประสงค์**- ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นในการทำงาน- ตรงต่อเวลา | - การเข้าเรียน- การส่งงาน- บันทึกหลังการสอน | - การเข้าเรียน- การมีส่วนร่วมกันในชั้นเรียน | - เข้าเรียนตรงต่อเวลา- มีความกระตือรือร้นในการเรียน |
| **สมรรถนะ**- การแก้ปัญหา- การให้เหตุผล- ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความ | - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet1) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียนและแบบฝึกหัดใน Workbook | - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน(worksheet1) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียนและแบบฝึกหัดใน Workbook | - ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ- ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70% |

**บันทึกหลังการสอน** ผลการสอน…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………… ปัญหาและอุปสรรค
…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………… ข้อเสนอแนะ

…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

 ลงชื่อ ………………………………………………….. ผู้สอน
 (นายเกตุม สระบุรินทร์)

**ความเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้**
…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………
 ลงชื่อ ………………………………………………
 (อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ)
 หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

**ความเห็นของรองผู้อำนวยการโรงเรียนฝ่ายวิชาการ**

…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

 ลงชื่อ …………………………………………………..
 (อาจารย์ ดร. สุดารัตน์ ศรีมา) รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ