

**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10**

**หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 อัตราส่วนตรีโกณมิติ เรื่อง โคฟังก์ชันและเอกลักษณ์ตรีโกณ  
วิชาคณิตศาสตร์ 3 ชื่อรายวิชา ค 32101 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์  
ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 เวลา 2 คาบ  
ผู้สอน นางสาวฐนิดา เรืองตระกูล อาจารย์พี่เลี้ยง อาจารย์เกตุม สระบุรินทร์**

**มาตรฐานการเรียนรู้** มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของจำนวนและการใช้  
 มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่าง  
การดำเนินการต่างๆ และการใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา  
 ตัวชี้วัด ค 1.1 ม.4-6/3 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์  
 ตัวชี้วัด ค 1.2 ม.4-6/1 เข้าใจความหมายและหาผลลัพธ์ที่เกิดจากการบวก การลบ การคูณ การหารจำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ และจำนวนจริงที่อยู่นในรูปกรณฑ์  
**จุดประสงค์การเรียนรู้  
 1. ด้านความรู้** นักเรียนสามารถ   
 1.1 เข้าใจสมบัติของโคฟังก์ชันและนำไปประยุกต์ใช้ได้  
 1.2 สามารถแก้ปัญหาโจทย์ที่ยากขึ้น โดยใช้สมบัติโคฟังก์ชันได้  
 1.3 เข้าใจที่มาของเอกลักษณ์ตรีโกณและการนำไปใช้  
 **2. ด้านทักษะกระบวนการ** นักเรียนสามารถ2.1 มีทักษะในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้  
 2.2 มีการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ  
 2.3 มีทักษะในการใช้สมบัติของเลขยกกำลังในการประยุกต์ใช้ได้

**3. ด้านคุณลักษณะ** นักเรียนต้องเป็นผู้ที่3.1 มีความรับผิดชอบ  
 3.2 มีระเบียบวินัย  
 3.3 ใฝ่เรียนรู้และมุ่งในการทำงาน

**สาระการเรียนรู้**โคฟังก์ชันและเอกลักษณ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

**กิจกรรมการเรียนรู้  
 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน** ครูทบทวนเกี่ยวกับการหาค่าฟังก์ชั่นตรีโกณมิติในหลากหลายรูปแบบ แต่เรื่องที่จะเรียนในวันนี้ ก็ถือเป็นเครื่องมือที่สำคัญอย่างหนึ่งในการช่วยแก้โจทย์เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติได้  
 **กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน**

1. ครูบอกให้นักเรียนทราบถึงสมบัติของโคฟังก์ชันดังนี้  
**บทนิยาม **  และ  เป็น  ซึ่งกันและกัน  
 และ  เป็น  ซึ่งกันและกัน  
  และ  เป็น  ซึ่งกันและกัน  
 2. โดยครูให้นักเรียนจำเป็นรูปแบบง่ายๆ ดังนี้ โดยจะพิสูจน์ถึงที่มาของโคฟังก์ชั่น

**จำง่ายๆดังนี้**    
     
  



















3. ให้นักเรียนพิจารณาจากสามเหลี่ยมมุมฉากต่อไปนี้ พร้อมสังเกตว่า **** = 

**** =    
  =    
  = 

 และ  เรียกว่า  
เป็นมุมประกอบมุมฉากซึ่งกันและกัน

4. จะสามารถสรุปทฤษฎีของโคฟังก์ชันได้ดังนี้

 =  =    
  =  =   
  =  = 

5. ครูยกตัวอย่างของโคฟังก์ชั่นเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากขึ้น  
 **ตัวอย่างที่**  จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด

🗸 1)  🗴 2) 

🗴 3)  🗴 4) 

**ตัวอย่างที่**  จงเติมฟังก์ชันตรีโกณมิติให้ถูกต้อง

1)    2)   

3)    4)  

6. ครูให้นักเรียนทำข้อที่เหลือเองเพื่อทดสอบความเข้าใจ โดยครูจะคอยสังเกตและเฉลย

7. ครูยกตัวอย่างถึงการนำไปใช้แก้ปัญหาของอัตราส่วนตรีโกณที่มากขึ้น   
 **ตัวอย่าง**  จงหาค่าของ

1)    
 **วิธีทำ** จากสมบัติของโคฟังก์ชัน จะได้ว่า   
 ดังนั้น 

2)   
 **วิธีทำ** จากสมบัติของโคฟังก์ชัน จะได้ว่า  เป็นคู่โคฟังก์ชันกับ    
 ดังนั้นจะได้ว่า =   
 = 

=  =    
 8. ครูให้นักเรียนฝึกทำตัวอย่างที่เหลือด้วยตนเอง โดยครูจะคอยกกับดูแลและคอยให้คำแนะนำ  
 9. ครูให้ตัวอย่างที่มีความซับซ้อนในการนำโคฟังก์ชันไปใช้มากขึ้น  
 **ตัวอย่าง** ถ้า  แล้วจงหาค่า 

**วิธีทำ** จากสมบัติของโคฟังก์ชัน   
 โดยการเปลี่ยนให้เป้นฟังก์ชั่นตรีโกณเดียวกัน เพื่อเทียบหาค่ามุมได้  
   
 จะได้ว่า    
   
 

**คาบที่ 2**

**ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน** ครูเล่าให้นักเรียนฟังเกี่ยวกับการเรียนว่าหลังจากได้เรียนรู้สมบัติของโคฟังก์ชันไปแล้วจะเรียนรู้สมบัติที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งของตรีโกณคือ **เอกลักษณ์ตรีโกณ**

**กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน** 1. ครูแนะนำถึงเอกลักษณ์ฟังก์ชั่นตรีโกณมิติ ดังนี้ **บทนิยาม** เอกลักษณ์ตรีโกณมิติ หมายถึง สมการตรีโกณที่เป็นจริงทุกมุมใดๆ ทั้งนี้ต้องมีการยกเว้นมุมบางมุมภายในสมการอยู่แล้ว   
 2. ครูพิสูจน์ถึงที่มาของเอกลักษณ์ตรีโกณให้นักเรียนได้ทราบ จากสามเหลี่ยมด้านล่างนี้

**เอกลักษณ์ตรีโกณมิติที่ต้องทราบ**













จากสามเหลี่ยมมุมฉาก  ดังรูป พิจารณาค่า  โดย  
  = 

= 

=   
จาก ทฤษฎีบทพีทากอรัส เราทราบว่า 

ดังนั้น =  =    
 จะได้ว่า 

3. ครูพิสูจน์เอกลักษณ์ตรีโกณอีกสองข้อให้นักเรียนได้ทราบ ดังนั้นเอกลักษณ์ตรีโกณจะ 3 แบบ  
คือ เอกลักษณ์ทั้ง 3 ข้อ สรุปได้ดังนี้  
  =    
  =    
  = 

4. ครูยกตัวอย่างการนำไปใช้ของเอกลักษณ์ตรีโกณ เพื่อความเข้ามากขึ้น

**ตัวอย่าง** จงหาค่าของ 1)    
 **วิธีทำ** จากสมบัติเอกลักษณ์ตรีโกณมิติ  =    
 เราจะได้ว่า 

2)   
 **วิธีทำ** จากสมบัติเอกลักษณ์ตรีโกณมิติ  =    
 ดึงลบเพื่อให้เครื่องหมายเป็นบวก   
 จะได้ว่า =   
 =   
 = 

3)   
 **วิธีทำ** จากสมบัติเอกลักษณ์ตรีโกณมิติ  =    
 ดึงลบเพื่อให้เครื่องหมายเป็นบวก   
 จะได้ว่า =   
 จากสมบัติของโคฟังก์ชันจะได้ว่า   
 =   
 =    
 = 

5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่เหลือในห้องแล้วส่งในคาบเรียน ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนถามข้อสงสัย

6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน worksheet 5 และ worksheet 6 เป็นการบ้านพร้อมกำหนดวันส่ง

**สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งการเรียนรู้** 1. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2251 จัดทำโดย สสวท.   
 2. เอกสารประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ 3 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ  
 3. Workbook discovering mathematics เล่ม 5 จัดทำโดย สถาบัน PDCA Education

**การวัดและประเมินผล**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **เป้าหมาย** | **หลักฐาน** | **เครื่องมือวัด** | **เกณฑ์การประเมิน** |
| **สาระสำคัญ โคฟังก์ชันและเอกลักษณ์ตรีโกณ** | - สมุด  -แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet5และ6) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียนและแบบฝึกหัดใน Workbook | - สมุด  -แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน(worksheet5และ6) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียนและแบบฝึกหัดใน Workbook | - ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70% |
| **คุณลักษณะอันพึงประสงค์** - ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นในการทำงาน - ตรงต่อเวลา | - การเข้าเรียน - การส่งงาน - บันทึกหลังการสอน | - การเข้าเรียน - การมีส่วนร่วมกันในชั้นเรียน | - เข้าเรียนตรงต่อเวลา - มีความกระตือรือร้นในการเรียน |
| **สมรรถนะ** - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความ | - สมุด  - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน  (worksheet5และ6) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกหัดใน Workbook | - สมุด  - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน(worksheet5และ6) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียนและแบบฝึกหัดใน Workbook | - ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70% |

**บันทึกหลังการสอน** ผลการสอน…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………  
………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………… ปัญหาและอุปสรรค  
…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………  
………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………… ข้อเสนอแนะ

…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………  
…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………  
  
 ลงชื่อ ………………………………………………….. ผู้สอน  
 (นายเกตุม สระบุรินทร์)

**ความเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้**  
…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………  
…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………   
 ลงชื่อ ………………………………………………   
 (อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ)  
 หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

**ความเห็นของรองผู้อำนวยการโรงเรียนฝ่ายวิชาการ**

…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………  
…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

ลงชื่อ …………………………………………………..   
 (อาจารย์ ดร. สุดารัตน์ ศรีมา) รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ