



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความน่าจะเป็น

เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น

วิชาคณิตศาสตร์ 4

ชื่อรายวิชา ค 32102

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2559

เวลา 2 คาบ

ผู้สอน นายเกตุม สระบุรีนทร์

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค ๕.๒ ม.๔-๖/๒

ค ๕.๓ ม.๔-๖/๒

ค ๖.๑ ม.๔-๖/๑

ค ๖.๑ ม.๔-๖/๒

ผลการเรียนรู้

- 1) สามารถหาจำนวนผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับได้
- 2) สามารถหาจำนวนผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นโดยการเขียนแผนภาพต้นไม้ได้อย่างง่ายดาย

ทักษะ/กระบวนการ

- 1) ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 2) ทักษะการแก้ปัญหา
- 3) ทักษะการคิดแปลความ
- 4) ทักษะการคิดประยุกต์ใช้

ด้านคุณลักษณะ

1. ใฝ่เรียนรู้
2. มุ่งในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

ครูสนทนากับนักเรียนว่า ในชีวิตประจำวัน เรามักพบปัญหาเกี่ยวกับการนับจำนวนวิธีที่เราสามารถทำได้ เช่น

- ถ้านักเรียนมีเสื้อ 4 ตัว กางเกง 3 ตัว จะมีวิธีเลือก เสื้อ 1 ตัว กางเกง 1 ตัว มาใส่ได้ทั้งหมดกี่วิธี
- ร้านอาหารแห่งหนึ่งมีอาหารคาว 9 อย่าง อาหารหวาน 4 อย่าง นักเรียนจะมีวิธีเลือกอาหารคาว 1 อย่าง อาหารหวาน 1 อย่าง มารับประทานได้ทั้งหมดกี่วิธี

การคิดคำนวณหาจำนวนวิธีที่ต่างกัน ของปัญหาดังกล่าว เราต้องเข้าใจกฎเกณฑ์บางประการ ซึ่งเรียกว่า **หลักมูลฐานเกี่ยวกับการนับ** ซึ่งจะทำให้หาคำตอบได้ง่ายและรวดเร็ว

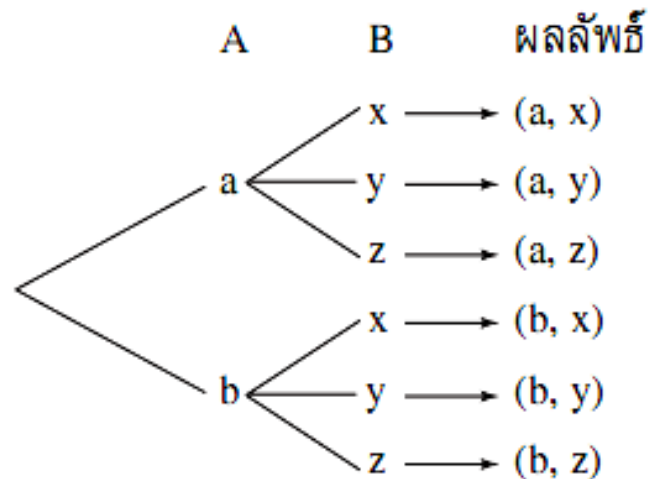
1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับผลคูณคาร์ทีเซียนและการเขียนแผนภาพต้นไม้ โดยยกตัวอย่างโจทย์ในหนังสือเรียน ดังนี้

$$\text{กำหนดให้ } A = \{a, b\}, n(A) = 2$$

$$B = \{x, y, z\}, n(B) = 3$$

$$A \times B = \{(a, x), (a, y), (a, z), (b, x), (b, y), (b, z)\}, n(A \times B) = 6$$

อาจเขียนแผนภาพต้นไม้ช่วยได้ดังนี้



จากนั้น ครูเขียนโจทย์ต่อไปนี้บนกระดาน

$$\text{กำหนดให้ } A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{a, b, c\}$$

ให้นักเรียนเขียนแผนภาพต้นไม้ หาจำนวนสมาชิกทั้งหมดของ $A \times B$

ซึ่งจะได้คำตอบดังนี้

2. ครูนำเสนอกฎข้อที่ 1 ดังนี้

กฎข้อที่ 1 ถ้าการกระทำหนึ่งประกอบด้วย 2 ขั้นตอน โดยที่ขั้นตอนที่ 1 มีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้จำนวน n_1 ผลลัพธ์ ในแต่ละผลลัพธ์นั้นของขั้นตอนที่ 1 มีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ในขั้นตอนที่ 2 จำนวน n_2 ผลลัพธ์ ดังนั้น จำนวนผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด $n_1 \times n_2$ ผลลัพธ์

จากกฎข้อที่ 1 ครูเขียนโจทย์ต่อไปนี้บนกระดาน

1) สมรมีเสื้อ 6 ตัว สีต่างกัน กระโปรง 4 ตัว สีต่างกัน สมรมจะเลือกเสื้อ 1 ตัว และกระโปรง 1 ตัว มาใส่ได้แตกต่างกันกี่วิธี

วิธีทำ เลือกเสื้อ 1 ตัว จากเสื้อทั้งหมด 6 ตัว

จะมีวิธีเลือกได้ 6 วิธี

เลือกกระโปรง 1 ตัว จากกระโปรงทั้งหมด 4 ตัว

จะมีวิธีเลือกได้ 4 วิธี

โดยใช้กฎข้อที่ 1 จะได้ว่า สมรมีวิธีเลือกเสื้อและกระโปรงเป็นชุดต่างๆกันได้ $6 \times 4 = 24$ วิธี

2) เด็กชายนพชัยเดินทางจากบ้านไปโรงเรียนโดยนั่งรถประจำทางได้ 5 สาย และเดินทางจากโรงเรียนกลับบ้านได้ 6 สาย เด็กชายนพชัยจะมีวิธีเดินทางไปโรงเรียนและกลับบ้านโดยรถประจำทางได้กี่วิธี

วิธีทำ เดินทางจากบ้านไปโรงเรียนโดยรถประจำทางได้ 5 วิธี

เดินทางจากโรงเรียนกลับบ้านได้ 6 วิธี

โดยใช้กฎข้อที่ 1 จะได้ว่า เด็กชายนพชัยเดินทางไปโรงเรียนและกลับบ้านได้

บ้านได้ $5 \times 6 = 30$ วิธี

3) ห้องประชุมห้องหนึ่งมีประตูเข้า-ออก 5 ประตู ผู้เข้าประชุมแต่ละคนจะมีวิธีเดินเข้า-ออก ห้องประชุมแห่งนี้ได้ทั้งหมดกี่วิธี โดยมีเงื่อนไขดังนี้

3.1 ออกซ้ำประตูเดิมได้

วิธีทำ ประตูเดินเข้า-ออกห้องประชุมมี 5 ประตู

มีวิธีเลือกเดินเข้าห้องประชุม 5 วิธี

มีวิธีเลือกเดินออกจากห้องประชุม 5 วิธี

ดังนั้น ผู้เข้าประชุมแต่ละคนจะมีวิธีเดินเข้า-ออกห้องประชุมโดยออกซ้ำประตูเดิมได้ $5 \times 5 = 25$ วิธี

3.2 ออกไม่ซ้ำประตูเดิม

วิธีทำ ประตูเดินเข้าออกห้องประชุมมี 5 ประตู

มีวิธีเลือกเดินเข้าห้องประชุม 5 วิธี

ประตูเดินออกจากห้องประชุมไม่ซ้ำประตูที่เดินเข้ามามี 4 ประตู

นั่นคือ มีวิธีเลือกเดินออกห้องประชุม 4 วิธี

ดังนั้น ผู้เข้าประชุมแต่ละคนจะมีวิธีเดินเข้า-ออกห้องประชุมโดยออกไม่ซ้ำประตูเดิม $5 \times 4 = 20$

วิธี

4) ในการโยนลูกเต๋าสองลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง จงหา

4.1 ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้น

วิธีทำ ในการโยนลูกเต๋าสองลูก อาจได้แต้มต่างๆกัน คือ 1, 2, 3, 4, 5 หรือ 6

จำนวนวิธีที่ลูกเต๋าลูกแรกออกแต้มต่างๆกันมี 6 วิธี

จำนวนวิธีที่ลูกเต๋าลูกที่สองออกแต้มต่างๆกันมี 6 วิธี

ดังนั้น จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดเท่ากับ $6 \times 6 = 36$ วิธี

4.2 จำนวนวิธีที่จะได้ผลรวมของแต้มเท่ากับ 7

วิธีทำ ผลลัพธ์ได้แก่ (1,6) (2,5) (3,4) (4,3) (5,2) (6,1)

ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะได้ผลรวมของแต้มเท่ากับ 7 มี 6 วิธี

3. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5-6 คน ให้ทุกกลุ่มทำกิจกรรมที่ 2.1ก ข้อที่ 8 และ ข้อที่ 9 แล้วแข่งขันกัน ว่ากลุ่มใดหาคำตอบได้ถูกต้องและรวดเร็วที่สุด จะเป็นกลุ่มที่ชนะ

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปตามประเด็นดังนี้

1.1 กฎการนับข้อที่ 1

2. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 3.1 หน้า 56 ข้อ 3-6 ในหนังสือคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 3

สื่อ /อุปกรณ์/ แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จัดทำโดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ

2. Workbook discovering mathematics เล่ม 5 จัดทำโดย สถาบันPADA Education

การวัดและการประเมิน

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ใฝ่เรียนรู้ - มุ่งมั่นในการทำงาน	- การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะ - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมาย	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ

บันทึกหลังสอน

ผลการสอน

.....
.....
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....
.....
.....

ข้อเสนอแนะ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน
(นายเกตุม สระปรินทร์)

ความเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ)

หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความคิดเห็นรองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(อาจารย์พรสิรินทร์ หาเรือนทรง)

รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความน่าจะเป็น

เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ(ต่อ)

วิชาคณิตศาสตร์ 4

ชื่อรายวิชา ค 32102

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2559

เวลา 2 คาบ

ผู้สอน นายเกตุม สระบุรินทร์

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค ๕.๒ ม.๔-๖/๒

ค ๕.๓ ม.๔-๖/๒

ค ๖.๑ ม.๔-๖/๑

ค ๖.๑ ม.๔-๖/๒

ผลการเรียนรู้

สามารถหาจำนวนผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับได้

ทักษะ/กระบวนการ

- 1) ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 2) ทักษะการแก้ปัญหา
- 3) ทักษะการคิดแปลความ
- 4) ทักษะการคิดประยุกต์ใช้

ด้านคุณลักษณะ

1. ใฝ่เรียนรู้
2. มุ่งในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

ครูทบทวนกฎข้อที่ 1 อีกครั้ง

แล้วถามนักเรียนว่า ถ้าวันนี้ร้านขายอาหารในโรงอาหาร มีอาหารคาว 8 อย่าง อาหารหวาน 4 อย่าง ให้นักเรียนเลือกรับประทานชนิดละ 1 อย่าง นักเรียนจะมีวิธีเลือกได้ทั้งหมดกี่วิธี (ใช้กฎข้อที่ 1 แก้ปัญหาจะได้คำตอบคือ $8 \times 4 = 32$ วิธี)

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายกฎข้อที่ 2 แล้วเขียนโจทย์ต่อไปนี้บนกระดาน พร้อมอธิบายวิธีหาคำตอบ

1) บริษัทผลิตเสื้อผ้าสำเร็จรูปแห่งหนึ่งผลิตเสื้อ 5 แบบ ในแต่ละแบบมี 4 สี และมีขนาดต่างๆกัน 3 ขนาด ถ้าจะจัดเสื้อที่ผลิตนี้เข้าตู้โชว์ให้ครบทุกแบบ ทุกสี และทุกขนาด จะต้องใช้เสื้อผ้าทั้งหมดกี่ตัว

วิธีทำ การกระทำนี้แบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 เลือกแบบเสื้อผ้าได้ 5 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือกสีเสื้อได้ 4 วิธี

ขั้นตอนที่ 3 เลือกขนาดเสื้อได้ 3 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะเลือกแบบเสื้อ สีเสื้อ และขนาดของเสื้อ

เท่ากับ $5 \times 4 \times 3 = 60$ วิธี

2) ในงานลีลาศแห่งหนึ่งมีชาย 3 คน และหญิง 4 คน จงหาว่าชายทั้งสามคนจะเลือกคู่เต้นรำในเพลงๆหนึ่ง ได้กี่วิธี

วิธีทำ การเลือกคู่เต้นรำจะเริ่มจากชายไปเลือกหญิงมาเป็นคู่เต้นรำ มีวิธีเลือก

ดังนี้

ชายคนที่ 1 เลือกหญิงมาเป็นคู่เต้นรำได้ 4 วิธี

ชายคนที่ 2 เลือกหญิงที่เหลือ 3 คน มาเป็นคู่เต้นรำได้ 3 วิธี

ชายคนที่ 3 เลือกหญิงที่เหลือ 2 คน มาเป็นคู่เต้นรำได้ 2 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดเท่ากับ $4 \times 3 \times 2 = 24$ วิธี

3) ในการสอบแข่งขันคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีผู้เข้าสอบแข่งขัน ทั้งหมด 20 คน ซึ่งมีรางวัลเพียง 3 รางวัล คือรางวัลที่ 1 รางวัลที่ 2 และรางวัลที่ 3 อย่างละ 1 รางวัล และจะไม่มีผู้ใดรางวัลเดียวกันมากกว่า 1 คน จงหาจำนวนวิธีที่จะมอบรางวัลทั้ง 3 รางวัล

วิธีทำ การมอบรางวัลแบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 มอบรางวัลที่ 1 ทำได้ 20 วิธี

(เนื่องจากมีนักเรียนแข่งขัน 20 คน)

ขั้นตอนที่ 2 มอบรางวัลที่ 2 ทำได้ 19 วิธี

(เหลือจากมอบรางวัลที่ 1 ไปแล้ว 19 คน)

ขั้นตอนที่ 3 มอบรางวัลที่ 3 ทำได้ 18 วิธี

(เหลือจากมอบรางวัลที่ 1 และรางวัลที่ 2 ไปแล้ว 18 คน)

ดังนั้น มีวิธีมอบรางวัลทั้ง 3 รางวัล เท่ากับ $20 \times 19 \times 18 = 6,840$ วิธี

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปตามประเด็นดังนี้

1.1 กฎการนับข้อที่ 1

1.1 กฎการนับข้อที่ 2

สื่อ /อุปกรณ์/ แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จัดทำโดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ

2. Workbook discovering mathematics เล่ม 5 จัดทำโดย สถาบันPADA Education

การวัดและการประเมิน

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
<p>สาระสำคัญ</p> <p>กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ</p>	<p>แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ</p>	<p>แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ</p>	<p>ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ</p>
<p>คุณลักษณะอันพึงประสงค์</p> <ul style="list-style-type: none"> - ใฝ่เรียนรู้ - มุ่งมั่นในการทำงาน 	<p>- การเข้าเรียน และการทำงาน</p>	<ul style="list-style-type: none"> - เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน 	<ul style="list-style-type: none"> - เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
<p>สมรรถนะ</p> <ul style="list-style-type: none"> - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมาย 	<p>แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ</p>	<p>แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ</p>	<p>ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ</p>

บันทึกหลังสอน

ผลการสอน

.....
.....
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....
.....
.....

ข้อเสนอแนะ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน
(นายเกตุม สระปรินทร์)

ความเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ)

หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความคิดเห็นรองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(อาจารย์พรสิรินทร์ หาเรือนทรง)

รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความน่าจะเป็น

เรื่อง แฟกทอเรียล

วิชาคณิตศาสตร์ 4

ชื่อรายวิชา ค 32102

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2559

เวลา 2 คาบ

ผู้สอน นายเกตุม สระบูรินทร์

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค ๕.๒ ม.๔-๖/๒

ค ๕.๓ ม.๔-๖/๒

ค ๖.๑ ม.๔-๖/๑

ค ๖.๑ ม.๔-๖/๒

ผลการเรียนรู้

- 1) เข้าใจความหมายของแฟกทอเรียล
- 2) เขียนจำนวนที่คูณกันหลายๆจำนวนในรูปแฟกทอเรียลได้

ทักษะ/กระบวนการ

- 1) ทักษะการแบ่งกลุ่ม
- 2) ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 3) ทักษะการแก้ปัญหา
- 4) ทักษะการคิดแปลความ
- 5) ทักษะการคิดประยุกต์ใช้

ด้านคุณลักษณะ

1. ใฝ่เรียนรู้
2. มุ่งในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

ครูทบทวนกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับกฎข้อที่ 1 และกฎข้อที่ 2

จากนั้น ครูเขียนโจทย์ต่อไปนี้บนกระดานให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบ

- 1) ข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ฉบับหนึ่งมี 10 ข้อ ถ้าครูให้นักเรียนทำข้อสอบ

ฉบับนี้ จงหาว่านักเรียนแต่ละคนจะมีวิธีเลือกตอบได้ทั้งหมดกี่วิธี

(เฉลย เนื่องจากในแต่ละข้อนักเรียนจะเลือกตอบตัวเลือกใดก็ได้ใน 4 ตัวเลือก

ดังนั้น นักเรียนมีวิธีเลือกตอบข้อสอบข้อที่ 1 ได้ 4 วิธี

นักเรียนมีวิธีเลือกตอบข้อสอบข้อที่ 2 ได้ 4 วิธี

นักเรียนมีวิธีเลือกตอบข้อสอบข้อที่ 3 ได้ 4 วิธี

นักเรียนมีวิธีเลือกตอบข้อสอบข้อที่ 4 ได้ 4 วิธี

นักเรียนมีวิธีเลือกตอบข้อสอบข้อที่ 5 ได้ 4 วิธี

:

:

นักเรียนมีวิธีเลือกตอบข้อสอบข้อที่ 10 ได้ 4 วิธี

นั่นคือ นักเรียนแต่ละคนจะมีวิธีเลือกตอบได้ทั้งหมดเท่ากับ 4^{10} วิธี)

- 2) สมาคมแห่งหนึ่งประกอบด้วยกรรมการ 10 คน ต้องการเลือกกรรมการเหล่านี้มาเป็น

นายกสมาคม อุปนายก และเลขานุการอย่างละ 1 คน ถ้ามีกรรมการคนหนึ่งไม่สมัคร

ใจที่จะเป็นนายกสมาคม จงหาจำนวนวิธีจัดที่เป็นไปได้มากที่สุด

(เฉลย มีกรรมการ 10 คน มีอยู่ 1 คน ไม่สมัครใจเป็นนายกสมาคม

จะมีวิธีเลือกคนเป็นนายกสมาคมได้ 9 วิธี

เหลือคนอีก 9 คน เลือกเป็นอุปนายกได้ 9 วิธี

เหลือคนอีก 8 คน เลือกเป็นเลขานุการได้ 8 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีจัดทั้งหมดเท่ากับ $9 \times 9 \times 8 = 648$ วิธี)

ชั้นสอน

1. ครูอธิบายบทนิยามของแฟกทอเรียล

2. จากบทนิยามข้างต้น ครูให้นักเรียนคิดหาค่าของแฟกทอเรียลต่อไปนี้

1) $(n+1)!$

2) $(n-1)!$

3) $(n-r)!$

เฉลย 1) $(n+1)! = (n+1) n (n-1) (n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$

2) $(n-1)! = (n-1) (n-2) (n-3) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$

3) $(n-r)! = (n-r) (n-r-1) (n-r-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$

3. ครูอธิบายว่า จากบทนิยามของ $n!$ กล่าวถึงเฉพาะ n ที่เป็นจำนวนเต็มบวก แต่บางครั้งเราจำเป็นต้องใช้ $0!$ จึงต้องกำหนดค่า $0!$ ไว้ด้วย โดยกำหนดให้

$0! = 1$ ด้วยเหตุผลดังนี้

เนื่องจาก $n! = n(n-1)(n-2)(n-3) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$

หรือ $n! = n(n-1)!$

ถ้า $n = 1$ จะได้ $1! = 1 \cdot (1-1)!$

$$1! = 1 \cdot 0!$$

$$1! = 0! \quad (1 \text{ เป็นเอกลักษณ์การคูณของจำนวนเต็ม})$$

แต่ $1! = 1$

ดังนั้น $0! = 1$

4. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างต่อไปนี้

จงหา $\frac{5!}{3!}$ และ $\frac{10!}{8!}$

วิธีทำ $\frac{5!}{3!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = 20$

$$\frac{10!}{8!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{8!} = 90$$

5. ครูเขียนโจทย์ต่อไปนี้บนกระดาน ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นในการหาคำตอบ

1) จงหาค่าของ $\frac{(n+2)!}{(n+1)!}$

วิธีทำ $\frac{(n+2)!}{(n+1)!} = \frac{(n+2)(n+1)n(n-1)!}{(n+1)!}$
 $= (n+2)(n+1)n$

2) จงหาค่าของ $\frac{n!}{(n+2)!}$

วิธีทำ
$$\frac{n!}{(n+2)!} = \frac{n!}{(n+2)(n+1)n!}$$

$$= \frac{1}{(n+2)(n+1)}$$

3) จงหาค่าของ $\frac{n^3 + 3n^2 + 2n}{n^3 + 2n^2}$ ในรูปแฟกทอเรียล

วิธีทำ
$$\frac{n^3 + 3n^2 + 2n}{n^3 + 2n^2} = \frac{n(n^2 + 3n + 2)}{n^2(n+2)}$$

$$= \frac{n(n+2)(n+1)}{n^2(n+2)}$$

$$= \frac{n+1}{n}$$

6. ครุอธิบายหลักในการแก้สมการที่อยู่ในรูปแฟกทอเรียล โดยยกตัวอย่างต่อไปนี้บนกระดาน

1) $\frac{n!}{(n-3)!} = 120$ จงหาค่า n

วิธีทำ
$$\frac{n!}{(n-3)!} = 120$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!} = 120$$

$$n(n-1)(n-2) = 6 \cdot 5 \cdot 4$$

ดังนั้น $n = 6$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก

2) $\frac{(n-1)!}{(n-3)!} = 12$

วิธีทำ
$$\frac{(n-1)!}{(n-3)!} = 12$$

$$\frac{(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!} = 12$$

$$(n-1)(n-2) = 4 \cdot 3$$

$$n-1 = 4 \text{ หรือ } n-2 = 3$$

ดังนั้น $n = 5$

3) $\frac{8!n!}{(n-10)!} = \frac{10!n!}{(n-8)!}$ จงหา $(n-18)!$

วิธีทำ
$$\frac{8!n!}{(n-10)!} = \frac{10!n!}{(n-8)!}$$

$$8!(n-8)! = 10!(n-10)!$$

$$8!(n-8)(n-9)(n-10)! = 10 \cdot 9 \cdot 8!(n-10)!$$

$$(n-8)(n-9) = 10 \cdot 9$$

ดังนั้น $n = 18$

$$\text{จะได้ } (n-18)! = (18-18)! = 0! = 1$$

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปตามประเด็นดังนี้
 - 1.1 ความหมายของแฟกทอเรียล
 - 1.2 การเขียนจำนวนที่คูณกันหลายๆจำนวนในรูปแฟกทอเรียล

สื่อ /อุปกรณ์/ แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จัดทำโดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ
2. Workbook discovering mathematics เล่ม 5 จัดทำโดย สถาบันPADA Education

การวัดและการประเมิน

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
<p>สาระสำคัญ</p> <p>แฟกทอเรียล</p>	<p>แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ</p>	<p>แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ</p>	<p>ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ</p>
<p>คุณลักษณะอันพึงประสงค์</p> <ul style="list-style-type: none"> - ใฝ่เรียนรู้ - มุ่งมั่นในการทำงาน 	<ul style="list-style-type: none"> - การเข้าเรียน และการทำงาน 	<ul style="list-style-type: none"> - เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน 	<ul style="list-style-type: none"> - เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
<p>สมรรถนะ</p> <ul style="list-style-type: none"> - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมาย 	<p>แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ</p>	<p>แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ</p>	<p>ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ</p>

บันทึกหลังสอน

ผลการสอน

.....
.....
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....
.....
.....

ข้อเสนอแนะ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน
(นายเกตุม สระปรีรินทร์)

ความเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ)

หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความคิดเห็นรองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(อาจารย์พรสิรินทร์ หาเรือนทรง)

รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ

แบบฝึกหัด แฟคทอเรียล

จงหาค่าของ

1. $3! 2!$

2. $\frac{5!}{0!}$

3. $\frac{8!}{4!}$

4. $4! 1!$

จงทำให้อยู่ในรูปแฟคทอเรียล

1. $4 \times 3 \times 2 \times 1$

2. $n(n + 1)(n + 2)(n + 3)$

3. $n^2(n^4 - 1)(n^4 - 4)$

จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้ไม่อยู่ในรูปแฟคทอเรียล

1. $\frac{n!}{(n-1)!}$

2. $\frac{n!}{(n-3)!3!}$

3. $\frac{(3n)!}{(3n-2)!}$



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความน่าจะเป็น

เรื่อง วิธีการเรียงสับเปลี่ยน

วิชาคณิตศาสตร์ 4

ชื่อรายวิชา ค 32102

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2559

เวลา 2 คาบ

ผู้สอน นายเกตุม สระบุรินทร์

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค ๕.๒ ม.๔-๖/๒

ค ๕.๓ ม.๔-๖/๒

ค ๖.๑ ม.๔-๖/๑

ค ๖.๑ ม.๔-๖/๒

ผลการเรียนรู้

แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้วิธีเรียงสับเปลี่ยนได้

ทักษะ/กระบวนการ

- 1) ทักษะการแบ่งกลุ่ม
- 2) ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 3) ทักษะการแก้ปัญหา
- 4) ทักษะการคิดแปลความ
- 5) ทักษะการคิดประยุกต์ใช้

ด้านคุณลักษณะ

1. ใฝ่เรียนรู้
2. มุ่งในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

ครูทบทวนความรู้เรื่องแฟกทอเรียล $n!$ โดยบอกบทนิยามต่อไปนี้

บทนิยาม ถ้า n เป็นจำนวนเต็มบวก แฟกทอเรียล $n!$ คือผลคูณของจำนวนเต็มบวก ตั้งแต่ 1 ถึง n และเขียนแทนด้วย $n!$

จากบทนิยาม ครูสรุปอีกครั้งว่า

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n$$

$$\text{หรือ } n! = n \times (n-1) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

ขั้นสอน

1. ครูกำหนดค่า n ให้นักเรียนหา $n!$ หลายๆ ค่า
2. นักเรียนเคยเรียนมาแล้วว่า $0! = 1$ ครูอาจแสดงวิธีการพิสูจน์ ดังนี้

$$\text{เนื่องจาก } n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \dots 3 \times 2 \times 1$$

$$\text{หรือ } n! = n \times (n-1)!$$

$$\text{ถ้า } n = 1 \text{ จะได้ } 1! = 1 \times (1-1)!$$

$$1! = 1 \times 0!$$

$$1! = 0! \text{ (1 เป็นเอกลักษณ์การคูณของจำนวนเต็ม)}$$

$$\text{แต่ } 1! = 1$$

$$\text{ดังนั้น } 0! = 1$$

3. ครูให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

$$1) \frac{10!}{7!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7!}$$

$$= 10 \times 9 \times 8$$

$$= 720$$

$$2) \frac{7!}{10!} = \frac{7!}{10 \times 9 \times 8 \times 7!}$$

$$= \frac{1}{10 \times 9 \times 8}$$

$$= \frac{1}{720}$$

$$3) \frac{13!}{11!} = \frac{13 \times 12 \times 11!}{11!}$$

$$= 13 \times 12$$

$$= 156$$

$$4) \frac{(n-1)!}{(n+2)!} = \frac{(n-1)!}{(n+2) \times (n+1) \times n \times (n-1)!}$$

$$= \frac{1}{(n+2) \times (n+1) \times n}$$

$$= \frac{1}{(n^2 + 3n + 2)n}$$

$$= \frac{1}{n^3 + 3n^2 + 2n}$$

$$5) \text{ จงหาค่า } n \text{ จาก } \frac{n!}{2!(n-2)!} = 153$$

$$\text{วิธีทำ } \frac{n \times (n-1) \times (n-2)!}{2!(n-2)!} = 153$$

$$n \times (n-1) = 306$$

$$18 \times 17 = 306$$

$$\therefore n = 18$$

3. ครูอธิบายวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น โดยกล่าวว่าการเรียงสับเปลี่ยนจะต้องคำนึงถึงอันดับของการจัดเรียง เป็นสำคัญแล้วให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

$$1) \text{ ถ้า } P_{n,5} = 18P_{(n-2),4} \text{ แล้ว } n \text{ มีค่าเท่าใด}$$

$$\text{วิธีทำ } P_{n,5} = 18P_{(n-2),4}$$

$$\frac{n!}{(n-5)!} = 18 \times \frac{(n-2)!}{(n-2-4)!}$$

$$\frac{n!}{(n-2)!} = 18 \times \frac{(n-5)!}{(n-6)!}$$

$$n \times (n-1) = 18 \times (n-5)$$

$$n^2 - n = 18n - 90$$

$$n^2 - 19n + 90 = 0$$

$$(n-9)(n-10) = 0$$

$$n = 9, 10$$

2) วิชาที่มีหนังสือ 10 เล่ม อยู่บนหิ้ง ซึ่งเป็นหนังสือคณิตศาสตร์ 4 เล่ม เคมี 3 เล่ม ประวัติศาสตร์ 2 เล่ม และภาษาอังกฤษอีก 1 เล่ม ถ้าต้องการจัดเรียงสับเปลี่ยนหนังสือเหล่านั้นบนหิ้งใหม่ โดยให้หนังสือประเภทเดียวกันอยู่ติดกันเสมอจะจัดได้กี่วิธี

วิธีทำ ตอนแรกเราจับหนังสือแต่ละวิชามัดติดกันเรียงวิชาก่อน 4 วิชา ได้ 4! วิธี

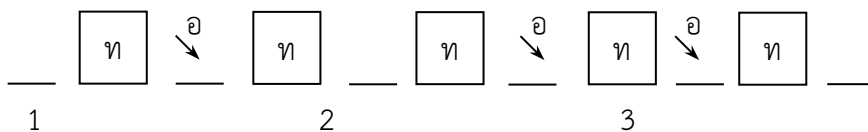
หลังจากนั้นแต่ละวิชาสามารถสลับกันเองได้อีก คือ 4!3!2!1! ตามลำดับ

ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะจัดเรียงสับเปลี่ยนหนังสือบนหิ้งได้ = 4!4!3!2!1!

$$= 6,912 \text{ วิธี}$$

3) มีหนังสือ 8 เล่ม ที่แตกต่างกัน เป็นหนังสือภาษาอังกฤษ 3 เล่ม และเป็นหนังสือภาษาไทย 5 เล่ม ถ้าต้องการจัดหนังสือทั้งหมดให้วางเรียงกัน โดยให้หนังสือภาษาอังกฤษอยู่แยกกันทุกเล่ม จะจัดได้กี่วิธี

วิธีทำ โจทย์ต้องการให้หนังสือภาษาอังกฤษ 3 เล่ม อยู่แยกกันเสมอ ดังนั้น เราจึงเอาหนังสือภาษาไทยซึ่งอยู่ติดกันหรือแยกกันก็ได้ตั้งไว้เป็นหลักก่อนดังรูป



จะเห็นได้ว่าการเรียงสับเปลี่ยนหนังสือภาษาไทยทำได้ 5! วิธี

หลังจากนำหนังสือภาษาไทยเป็นหลักแล้วจะพบว่า มีที่ว่างอยู่ 6 ที่ให้หนังสือภาษาอังกฤษ 3 เล่ม เลือกลงได้อีก

$$P_{6,3} = \frac{6!}{(6-3)!} = 6 \cdot 5 \cdot 4 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดที่จะจัดเรียงสับเปลี่ยนหนังสือไทยและ ภาษาอังกฤษตามเงื่อนไขนี้ทำได้ (5!)(6·5·4) = 14,400 วิธี

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปตามประเด็นดังนี้

1.1 แพคทอเรียล

1.2 วิธีการเรียงสับเปลี่ยน

สื่อ /อุปกรณ์/ แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จัดทำโดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ

2. Workbook discovering mathematics เล่ม 5 จัดทำโดย สถาบันPADA Education การวัดและการประเมิน

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ วิธีการเรียงสับเปลี่ยน	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ใฝ่เรียนรู้ - มุ่งมั่นในการทำงาน	- การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะ - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมาย	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ

บันทึกหลังสอน

ผลการสอน

.....
.....
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....
.....
.....

ข้อเสนอแนะ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน
(นายเกตุม สระปรินทร์)

ความเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ)

หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความคิดเห็นรองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(อาจารย์พรสิรินทร์ หาเรือนทรง)

รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความน่าจะเป็น

เรื่อง วิธีการเรียงสับเปลี่ยน(ต่อ)

วิชาคณิตศาสตร์ 4

ชื่อรายวิชา ค 32102

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2559

เวลา 2 คาบ

ผู้สอน นายเกตุม สระบุรินทร์

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค ๕.๒ ม.๔-๖/๒

ค ๕.๓ ม.๔-๖/๒

ค ๖.๑ ม.๔-๖/๑

ค ๖.๑ ม.๔-๖/๒

ผลการเรียนรู้

แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้วิธีเรียงสับเปลี่ยนได้

ทักษะ/กระบวนการ

- 1) ทักษะการแบ่งกลุ่ม
- 2) ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 3) ทักษะการแก้ปัญหา
- 4) ทักษะการคิดแปลความ
- 5) ทักษะการคิดประยุกต์ใช้

ด้านคุณลักษณะ

1. ใฝ่เรียนรู้
2. มุ่งในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั้นนำ

ครูทบทวนความรู้เรื่องวิธีการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

ชั้นสอน

1. ครูอธิบายวิธีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมดและยกตัวอย่าง

เช่น 1) ต้องการแบ่งคนงาน 6 คนไปทำงาน 3 งานที่แตกต่างกันงานละ 2 คนจะจัดได้กี่วิธี

วิธีทำ แบ่งคนงาน 6 คนไปทำงาน 3 งานที่แตกต่างกันงานละ 2 คน

งานที่ 1 มีคนงาน 2 คน

งานที่ 2 มีคนงาน 2 คน

งานที่ 3 มีคนงาน 2 คน

ดังนั้น แบ่งคนงาน 6 คนไปทำงาน 3 งานที่แตกต่างกันงานละ 2 คนจะจัดได้ $\frac{6!}{2!2!2!} = 90$ วิธี

2) จะเรียงสับเปลี่ยนคำว่า mathematic ได้กี่วิธี เมื่อ

2.1 ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

วิธีทำ มีตัวอักษรที่ซ้ำกันคือ m ซ้ำกัน 2 ตัว a ซ้ำกัน 2 ตัวและ t ซ้ำกัน 2 ตัว

ดังนั้น สามารถเรียงสับเปลี่ยนคำว่า mathematic ได้ $\frac{10!}{2!2!2!}$ วิธี

2.2 ตัวอักษรที่ไม่ซ้ำกันอยู่ติดกัน

วิธีทำ มีตัวอักษร h, e, i และ c ที่ไม่ซ้ำกัน จะถือตัวอักษรที่ไม่ซ้ำกันเป็นตัวเดียวกัน เหลือตัวอักษรให้จัด 7 ตัว

สร้างคำโดยการสลับตัวอักษรได้ $\frac{7!}{2!2!2!}$ วิธี

แต่ละวิธี ตัวอักษรที่ไม่ซ้ำกันจะสลับที่กันได้ 4! วิธี

จำนวนคำที่เกิดจากการกระทำดังกล่าว เกิดได้ทั้งหมด $\frac{7!}{2!2!2!} \times 4!$ คำ

2. จากนั้นให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

1) มีกี่วิธีที่จะจัดเรียงลูกบอลสีแดง 3 ลูก เหมือนกัน สีขาว 4 ลูก เหมือนกัน และสีดำ 4 ลูก เหมือนกัน ให้เรียงเป็นแถวตรง

วิธีทำ เรามีลูกบอลทั้งหมด = 3+4+4 = 11 ลูก ที่ไม่ต่างกันทั้งหมด

$$\therefore \text{จำนวนวิธีที่จะเรียงลูกบอลได้ทั้งหมด} = \frac{11!}{3!4!4!}$$

$$= 11,550 \text{ วิธี}$$

2) มีกี่วิธีที่จะสร้างคำใหม่จากคำ “มรรคผล” โดยไม่สนใจความหมาย

วิธีทำ เรามีอักษรทั้งหมด 6 ตัว แต่มีซ้ำกัน 2 ตัว

$$\therefore \text{คำใหม่ที่เกิดขึ้นทั้งหมดมี} = \frac{6!}{2!1!1!1!1!}$$

$$= 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360 \text{ คำ}$$

3) ต้องการจัดคนงาน 6 คน เป็น 3 กลุ่ม แบ่งกันไปทำงาน 3 งาน ซึ่งแตกต่างกันโดยจัดกลุ่มละกี่คนก็ได้
จำนวนวิธีที่จะจัดได้เท่ากับเท่าใด

วิธีทำ รูปแบบของการแบ่งคนงาน 6 คน เป็น 3 กลุ่ม มีดังนี้

1, 1, 4 หรือ 1, 2, 3 หรือ 2, 2, 2

$$\text{มีวิธีแบ่งได้ } \frac{6!}{1!1!4!} + \frac{6!}{1!2!3!} + \frac{6!}{2!2!2!}$$

$$= 30+60+90 = 180 \text{ วิธี}$$

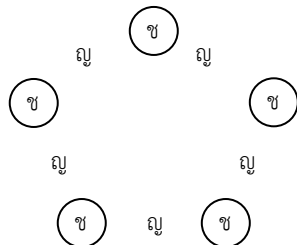
จัดไปทำงาน 3 งานได้ $3! = 6$ วิธี

ดังนั้น มีวิธีกระทำได้ $180 \times 6 = 1,080$ วิธี

3. ครูอธิบายวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมและตัวอย่างโจทย์ ตามขั้นตอนในหนังสือเรียน แล้วให้นักเรียนทำ
โจทย์ต่อไปนี้

1) ชาย 5 คน และหญิง 5 คน นั่งสลับกันรอบโต๊ะกลม จะมีวิธีจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ



จัดชาย 5 คน หญิง 5 คน นั่งสลับกันรอบโต๊ะกลม

ขั้นที่ 1 จัดชายหรือหญิง 5 คน นั่งรอบโต๊ะกลมได้ $(5-1)! = 4!$ วิธี

ขั้นที่ 2 จะเห็นว่ามีที่ว่างระหว่างชายหรือหญิงที่จัดไว้ในขั้นที่ 1 จำนวน 5 ที่ จัดชายหรือหญิงที่ยังไม่ได้จัด 5 คน ลงที่นั่น 5 ที่ ได้ $5!$ วิธี

ดังนั้น มีวิธีจัดได้ $4! \times 5! = 24 \times 120$ วิธี = 2,880 วิธี

จากโจทย์ ครูแนะนำสูตรที่ใช้หาจำนวนวิธีจัดชาย n คน และหญิง n คน นั่งสลับกันเป็นวงกลม คือ $(n-1)!n!$ วิธี

2) จัดคน 6 คน นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม โดยให้สามี-ภรรยาคู่หนึ่งนั่งชิดกัน จะมีวิธีจัดได้กี่วิธี

วิธีทำ จัดคน 6 คนนั่งรอบโต๊ะกลม โดยให้สามี-ภรรยาคู่หนึ่งนั่งชิดกัน เหมือนจัดคนเพียง 5 คนรอบโต๊ะกลมได้ $(5-1)! = 4!$ วิธี

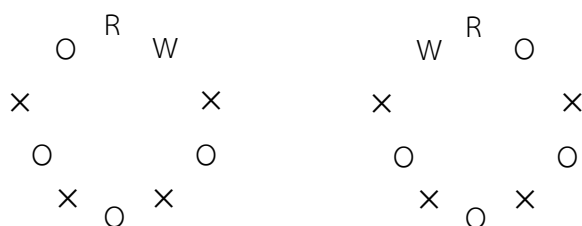
คู่สามี-ภรณานั่งสลับซ้าย-ขวากันได้ 2 วิธี

มีวิธีจัดได้ $2 \times 4! = 2 \times 24$ วิธี = 48 วิธี

3) มีลูกแก้ว 7 ลูก ซึ่งสีต่างกันทั้งหมด โดยมีสีแดง สีขาว สีน้ำเงิน และสีอื่นๆ จำนวนวิธีที่จะวางเรียงลูกแก้วเป็นวงกลม โดยให้ลูกแก้วสีแดงและสีขาวอยู่เรียงติดกัน แต่ลูกแก้วสีแดงไม่ติดกับลูกแก้วสีน้ำเงิน มีทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ จัดลูกแก้ว 6 ลูกสีต่างกันโดยไม่มีสีน้ำเงินเป็นวงกลม โดยให้สีแดงและสีขาวอยู่ติดกัน จัดได้ทั้งหมด $(5-1)! \times 2! = 48$ วิธี

ในแต่ละวิธีของการจัด นำลูกแก้วสีน้ำเงินไปแทรกได้ 4 วิธี



○ คือตำแหน่งลูกแก้วสีอื่นๆ 4 ลูก

× คือตำแหน่งลูกแก้วสีน้ำเงินที่นำไปแทรก

ดังนั้น จำนวนวิธีการจัดทั้งหมดเท่ากับ 48×4 วิธี = 192 วิธี

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปตามประเด็นวิธีการเรียงสับเปลี่ยน เชิงวงกลม
2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเสริม

สื่อ /อุปกรณ์/ แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จัดทำโดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ

2. Workbook discovering mathematics เล่ม 5 จัดทำโดย สถาบันPADA Education

การวัดและการประเมิน

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ วิธีการเรียงสับเปลี่ยน	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ใฝ่เรียนรู้ - มุ่งมั่นในการทำงาน	- การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะ - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมาย	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ

บันทึกหลังสอน

ผลการสอน

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน
(นายเกตุม สระปรินทร์)

ความเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ)

หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความคิดเห็นรองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(อาจารย์พรสิรินทร์ หาเรือนทรง)

รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความน่าจะเป็น

เรื่อง การจัดหมู่

วิชาคณิตศาสตร์ 4

ชื่อรายวิชา ค 32102

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2559

เวลา 2 คาบ

ผู้สอน นายเกตุม สระบุรินทร์

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค ๕.๒ ม.๔-๖/๒

ค ๕.๓ ม.๔-๖/๒

ค ๖.๑ ม.๔-๖/๑

ค ๖.๑ ม.๔-๖/๒

ผลการเรียนรู้

แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้วิธีจัดหมู่ได้

ทักษะ/กระบวนการ

- 1) ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 2) ทักษะการแก้ปัญหา
- 3) ทักษะการคิดแปลความ
- 4) ทักษะการคิดประยุกต์ใช้

ด้านคุณลักษณะ

1. ใฝ่เรียนรู้
2. มุ่งในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

ครูทบทวนเรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนโดยให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

บนรถยนต์โดยสารคันหนึ่งมีที่นั่งว่าง 7 ที่ ถ้ามีผู้โดยสารขึ้นมาบนรถ 4 คน จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่ผู้โดยสารทั้ง 4 คน จะนั่งที่นั่งว่างเหล่านี้

วิธีทำ วิธีที่ 1 จัดเรียงสับเปลี่ยนให้คน 4 คน นั่งที่นั่งว่าง 7 ที่ได้ $P_{7,4}$ วิธี

$$\begin{aligned}P_{7,4} &= \frac{7!}{(7-4)!} \\ &= \frac{7!}{3!} \\ &= 7 \times 6 \times 5 \times 4 \\ &= 840\end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีที่ผู้โดยสารจะนั่งที่นั่งว่างได้ 840 วิธี

วิธีที่ 2 ใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับได้ดังนี้

ผู้โดยสารคนที่ 1 เลือกที่นั่งว่างได้ 7 วิธี

ผู้โดยสารคนที่ 2 เลือกที่นั่งว่างได้ 6 วิธี

ผู้โดยสารคนที่ 3 เลือกที่นั่งว่างได้ 5 วิธี

ผู้โดยสารคนที่ 4 เลือกที่นั่งว่างได้ 4 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีที่ผู้โดยสารจะนั่งที่นั่งว่างได้ $7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$ วิธี

ขั้นสอน

1. ครูและนักเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนว่า การเรียงสับเปลี่ยนจะต้องคำนึงถึงอันดับของการจัดเรียงเป็นสำคัญ เช่น กำหนดอักษร 3 ตัว คือ A, B และ C จะเรียงสับเปลี่ยนได้ 6 วิธี ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA

แต่ถ้ากล่าวถึงวิธีจัดหมู่แล้ว เราสนใจแต่ว่ามีอะไรอยู่ในหมู่หรือกลุ่มนั้นๆ เช่น ในการเรียงสับเปลี่ยนอักษร A, B และ C มีวิธี 6 วิธี แต่ใน 6 วิธีนี้ ถ้าเป็นการจัดหมู่ถือว่าได้ 1 หมู่ คือประกอบด้วย ABC เหมือนกันไม่คำนึงตำแหน่งที่

2. ครุยกตัวอย่างเพิ่มอีก 1 ตัวอย่าง โดยกำหนดเซต $A = \{a, b, c\}$ แล้วให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) ถ้านำอักษร 3 ตัวในเซต A มาจัดเรียงสับเปลี่ยนครั้งละ 2 ตัว จะได้กี่วิธี
- 2) ถ้าจัดหมู่อักษร 3 ตัวในเซต A คราวละ 2 ตัว จะได้กี่วิธี

นักเรียนควรตอบได้ว่า

- 1) ถ้านำอักษร 3 ตัวในเซต A มาจัดเรียงสับเปลี่ยนครั้งละ 2 ตัว จะได้

ab, ba, ac, ca, bc, cb

มีวิธีทั้งหมด $P_{3,2} = 6$ วิธี

- 2) จากวิธีเรียงสับเปลี่ยนในข้อ 1) ถ้าเป็นการจัดหมู่

ab กับ ba ถือเป็นวิธีเดียวกัน

ac กับ ca ถือเป็นวิธีเดียวกัน

bc กับ cb ถือเป็นวิธีเดียวกัน

นั่นคือ ถ้าจัดหมู่อักษร 3 ตัวในเซต $A = \{a, b, c\}$ คราวละ 2 ตัว

คือการหาสับเซตที่มีสมาชิก 2 ตัวของเซต $\{a, b, c\}$ นั่นเอง ซึ่งมี 3 สับเซต คือ $\{a, b\}$ $\{a, c\}$ และ $\{b, c\}$

ดังนั้น จะจัดหมู่ได้ 3 วิธี

3. ครุอธิบายวิธีจัดหมู่และสูตรคำนวณที่เกี่ยวข้อง

4. ครุให้ตัวอย่าง เช่น

- 1) จงหาค่า $\binom{10}{8}$ และ $\binom{5}{2}$

$$\binom{10}{8} = \frac{10!}{(10-8)!8!} = \frac{10!}{2!8!} = 45$$

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{(5-2)!2!} = \frac{5!}{3!2!} = 10$$

- 2) จงหาค่า n จากสมการ $\binom{n}{n-1} = 20$

วิธีทำ $\frac{n!}{(n-(n-1))!(n-1)!} = 20$

$$\frac{n!}{1!(n-1)!} = 20$$

$$\frac{n(n-1)!}{(n-1)!} = 20$$

จะได้ว่า $n = 20$

3) จงหาค่า n จากสมการ $\binom{n}{n-2} = 45$

$$\frac{n!}{(n-(n-2))!(n-2)!} = 45$$

$$\frac{n!}{(2)!(n-2)!} = 45$$

$$\frac{n!}{(n-2)!} = 90$$

$$n(n-1) = 10 \times 9$$

จะได้ว่า $n = 10$

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายความแตกต่างระหว่างวิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ รวมถึงสูตรที่ใช้ในการคำนวณที่เกี่ยวข้อง

สื่อ /อุปกรณ์/ แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จัดทำโดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ

2. Workbook discovering mathematics เล่ม 5 จัดทำโดย สถาบันPADA Education

การวัดและการประเมิน

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ การจัดหมู่	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ใฝ่เรียนรู้ - มุ่งมั่นในการทำงาน	- การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะ - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมาย	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ

บันทึกหลังสอน

ผลการสอน

.....
.....
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....
.....
.....

ข้อเสนอแนะ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน
(นายเกตุม สระปรินทร์)

ความเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ)

หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความคิดเห็นรองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(อาจารย์พรสิรินทร์ หาเรือนทรง)

รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความน่าจะเป็น

เรื่อง การจัดหมู่(ต่อ)

วิชาคณิตศาสตร์ 4

ชื่อรายวิชา ค 32102

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2559

เวลา 2 คาบ

ผู้สอน นายเกตุม สระบุรินทร์

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค ๕.๒ ม.๔-๖/๒

ค ๕.๓ ม.๔-๖/๒

ค ๖.๑ ม.๔-๖/๑

ค ๖.๑ ม.๔-๖/๒

ผลการเรียนรู้

แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้วิธีจัดหมู่ได้

ทักษะ/กระบวนการ

- 1) ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 2) ทักษะการแก้ปัญหา
- 3) ทักษะการคิดแปลความ
- 4) ทักษะการคิดประยุกต์ใช้

ด้านคุณลักษณะ

1. ใฝ่เรียนรู้
2. มุ่งในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

ครูทบทวนเรื่องวิธีการจัดหมู่ และย้ำเน้นว่าถ้ากล่าวถึงวิธีจัดหมู่แล้ว เราสนใจแต่ว่ามีอะไรอยู่ในหมู่ หรือกลุ่มนั้นๆพร้อมยกตัวอย่าง

เช่น 1) จงแก้สมการ $\binom{n}{12} = \binom{n}{4}$

วิธีทำ $\frac{n!}{(n-12)!12!} = \frac{n!}{(n-4)!4!}$

$$\frac{1}{(n-12)!12!} = \frac{1}{(n-4)!4!}$$

$$\frac{(n-4)!}{(n-12)!} = \frac{12!}{4!}$$

$$(n-4)(n-5)\dots(n-11) = 12 \times 11 \times \dots \times 5$$

จะได้ว่า $(n-4) = 12$

$$n = 16$$

2) จงแก้สมการ $\binom{10}{8} + \binom{10}{9} = 55 \binom{2n-1}{9}$

วิธีทำ $\frac{10!}{2!8!} + \frac{10!}{1!9!} = 55 \frac{(2n-1)!}{(2n-10)!9!}$

$$45 + 10 = 55 \frac{(2n-1)!}{(2n-10)!9!}$$

$$55 = 55 \frac{(2n-1)!}{(2n-10)!9!}$$

$$1 = \frac{(2n-1)!}{(2n-10)!9!}$$

$$9! = \frac{(2n-1)!}{(2n-10)!}$$

$$9! = (2n-1)(2n-2)\dots(2n-9)$$

$$9 = 2n-1$$

จะได้ว่า $n = 5$

ชั้นสอน

1. ครุยกตัวอย่างโจทย์ต่อไปนี้เพิ่มเติมจากในหนังสือเรียน

1) ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ฉบับหนึ่งมี 9 ข้อ กำหนดให้เลือกทำ 7 ข้อ

1. นักเรียนแต่ละคนจะมีวิธีเลือกทำได้กี่วิธี

2. ถ้าทุกคนต้องทำ 4 ข้อแรก นักศึกษาแต่ละคนจะมีวิธีเลือกทำได้กี่วิธี

วิธีทำ 1. ข้อสอบ 9 ข้อ เลือกทำ 7 ข้อ

$$\begin{aligned}\text{มีวิธีเลือกทำข้อสอบได้} &= C_{9,7} \\ &= \frac{9!}{2!7!} \\ &= 36 \text{ วิธี}\end{aligned}$$

2. โจทย์กำหนดว่าทุกคนต้องทำข้อสอบ 4 ข้อแรก

ดังนั้น จะเหลือข้อสอบ 5 ข้อ และเลือกทำอีก 3 ข้อ

$$\begin{aligned}\text{มีวิธีเลือกทำข้อสอบได้} &= C_{5,3} \\ &= \frac{5!}{2!3!} \\ &= 10 \text{ วิธี}\end{aligned}$$

2) ในถุงใบหนึ่งมีลูกหินสีแดง 5 ลูก และลูกหินสีเขียว 3 ลูก หยิบลูกหินออกจากถุง 3 ลูก จงหาจำนวนวิธีที่จะได้ลูกหินสีแดง 2 ลูกและลูกหินสีเขียว 1 ลูก

วิธีทำ การหยิบลูกหินออกจากถุงแบบนี้แบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอน คือ

1. เลือกลูกหินสีแดง 2 ลูก จาก 5 ลูก ทำได้ $C_{5,2}$ วิธี

2. เลือกลูกหินสีเขียว 1 ลูก จาก 3 ลูก ทำได้ $C_{3,1}$ วิธี

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมด} &= C_{5,2} \times C_{3,1} \\ &= 10 \times 3 \\ &= 30 \text{ วิธี}\end{aligned}$$

3) มีจุด 6 จุดบนวงกลม ลากส่วนของเส้นตรงต่อจุดเหล่านี้ทั้งหมด จะเกิดรูปเหลี่ยมทั้งหมดกี่รูป

วิธีทำ มีจุด 6 จุดบนวงกลม แสดงว่าไม่มี 3 จุดใดๆ อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน
รูปเหลี่ยมที่เกิดขึ้นมีดังนี้

$$\text{เกิดรูปสามเหลี่ยม} \quad C_{6,3} = \frac{6!}{3!3!} = 20 \text{ รูป}$$

$$\text{เกิดรูปสี่เหลี่ยม} \quad C_{6,4} = \frac{6!}{2!4!} = 15 \text{ รูป}$$

$$\text{เกิดรูปห้าเหลี่ยม} \quad C_{6,5} = \frac{6!}{1!5!} = 6 \text{ รูป}$$

$$\text{เกิดรูปหกเหลี่ยม} \quad C_{6,6} = \frac{6!}{0!6!} = 1 \text{ รูป}$$

ดังนั้น เกิดรูปเหลี่ยมทั้งหมด $20+15+6+1 = 42$ รูป

4) ในการเลือกคณะกรรมการ 6 คน จากชาย 7 คน และหญิง 4 คน ให้มีหญิงอย่างน้อย 2 คน จะมีวิธีเลือก
ได้กี่วิธี

วิธีทำ เลือกคณะกรรมการ 6 คน จากชาย 7 คน และหญิง 4 คน โดยให้มีหญิงอย่างน้อย 2 คน

วิธีที่ 1 เลือกหญิง 2 คน และชาย 4 คนได้ ${}^4C_2 \times {}^7C_4$ วิธี

เลือกหญิง 3 คน และชาย 3 คนได้ ${}^4C_3 \times {}^7C_3$ วิธี

เลือกหญิง 4 คน และชาย 2 คนได้ ${}^4C_4 \times {}^7C_2$ วิธี

ดังนั้น มีวิธีเลือกได้ ${}^4C_2 \times {}^7C_4 + {}^4C_3 \times {}^7C_3 + {}^4C_4 \times {}^7C_2$ วิธี

$$= 6 \times 35 + 4 \times 35 + 1 \times 21 \text{ วิธี}$$

$$= 210 + 140 + 21 \text{ วิธี}$$

$$= 371 \text{ วิธี}$$

วิธีที่ 2 หาจำนวนวิธีเลือก 6 คน จาก 11 คน แล้วลบด้วยจำนวนวิธีการเลือกที่มีหญิง 1 คน
และไม่มีหญิงเลย เท่ากับ ${}^{11}C_6 - {}^4C_1 \times {}^7C_5 - {}^4C_0 \times {}^7C_6$ วิธี

$$= 462 - 4 \times 21 - 1 \times 7 \text{ วิธี}$$

$$= 371 \text{ วิธี}$$

5) มีคน 12 คนในจำนวนนี้มีนาย A, B และ C รวมอยู่ด้วย ถ้าต้องการเลือกคน 3 คน จาก 12 คนนี้ จงหาจำนวนวิธีการเลือกเพื่อที่จะได้

1. นาย A หรือนาย B หรือนาย C อย่างน้อย 1 คน

2. นาย A หรือนาย B หรือนาย C อย่างน้อย 2 คน

วิธีทำ 1. ในข้อนี้เราจะคิดในทางตรงข้าม กล่าวคือจะคิดว่าถ้าคน 3 คน ที่เลือกมาไม่มีนาย A, นาย B หรือนาย C จะเลือกได้กี่วิธี แสดงว่าเราตัดนาย A, B และ C ออกไปจาก 12 คน แล้วเลือกมา 3 คน ซึ่งจำนวนวิธีเลือกเท่ากับ

$$C_{9,3} = \frac{9!}{(9-3)!3!} = 84 \text{ วิธี}$$

แต่ถ้าเลือกคน 3 คน จาก 12 คน โดยไม่มีเงื่อนไข จะมีวิธีเลือกเท่ากับ

$$C_{12,3} = \frac{12!}{(12-3)!3!} = 220 \text{ วิธี}$$

∴ จำนวนวิธีการเลือกเพื่อให้ได้นาย A หรือนาย B หรือนาย C อย่างน้อย 1 คนเท่ากับ $220 - 84 = 136$ วิธี

2. ถ้าต้องการให้นาย A, นาย B หรือ นาย C เพียง 2 คน เราต้องเลือก 2 คนจาก 3 คนนี้ แล้วเลือกอีก 1 คน จาก 9 คนที่เหลือ แล้วนำมาเข้าคู่กัน จึงจะได้จำนวนวิธีการเลือกเท่ากับ

$$\begin{aligned} C_{3,2} \times C_{9,1} &= \frac{3!}{(3-2)!2!} \times \frac{9!}{(9-1)!1!} \\ &= 3 \times 9 = 27 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

และถ้าต้องการนาย A, นาย B หรือนาย C ทั้ง 3 คน จะเลือกได้ $C_{3,3} = 1$ วิธี

ดังนั้น ถ้าต้องการนาย A, นาย B หรือนาย C อย่างน้อย 2 คน จะเลือกได้

$$= 27 + 1 = 28 \text{ วิธี}$$

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายความแตกต่างระหว่างวิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ รวมถึงสูตรที่ใช้ในการคำนวณที่เกี่ยวข้อง และให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเรื่องการจัดหมู่

สื่อ /อุปกรณ์/ แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จัดทำโดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ

2. Workbook discovering mathematics เล่ม 5 จัดทำโดย สถาบันPADA Education

การวัดและการประเมิน

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ การจัดหมู่	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ใฝ่เรียนรู้ - มุ่งมั่นในการทำงาน	- การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะ - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมาย	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ

บันทึกหลังสอน

ผลการสอน

.....
.....
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....
.....
.....

ข้อเสนอแนะ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน
(นายเกตุม สระบุรีรินทร์)

ความเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ)

หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความคิดเห็นรองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(อาจารย์พรสิรินทร์ หาเรือนทรง)

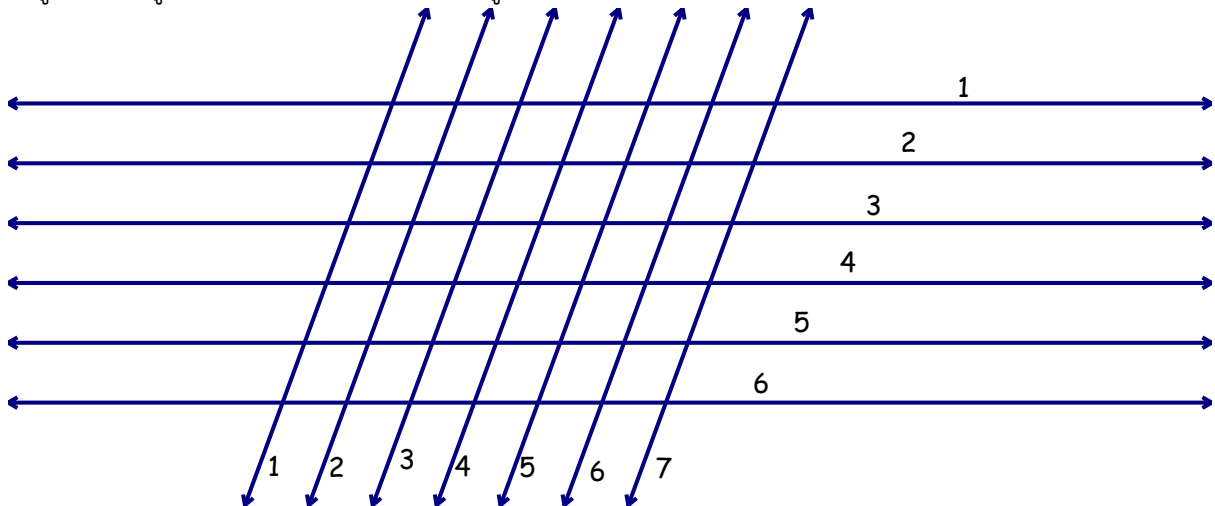
รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ

แบบฝึกหัด การจัดหมู่

1. จงหาค่าของ $\binom{20}{18}$

2. จงแก้สมการ $\frac{n!}{(n-3)!} = 3 \binom{n}{4}$

3. มีเส้นตรงที่ขนานกัน 2 ชุด โดยชุดที่ 1 มี 6 เส้น ชุดที่ 2 มี 7 เส้น ถ้าให้เส้นตรงทั้งสองชุดนี้ตัดกัน ดังรูป จะเกิดรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานทั้งหมดกี่รูป



4. ฟุตบอลลีกอาชีพลีกหนึ่งมีทั้งหมด 16 ทีม จัดแข่งให้ทุกทีมพบกันหมด จงตอบคำถามต่อไปนี้

- 4.1 แต่ละทีมจะต้องลงแข่งทั้งหมดกี่เกม
- 4.2 ถ้าทุกทีมเจอกันนัดละ 1 เกม จะมีจำนวนเกมให้แข่งขันทั้งหมดกี่เกม
- 4.3 จะมีจำนวนเกมให้แข่งขันทั้งหมดกี่เกมถ้าทุกทีมพบกันแบบเหย้า-เยือน
- 4.4 หลังจบลีกนี้จะมีทีมที่ต้องตกชั้น 3 ทีม จะมีกี่วิธีที่ทีมต่างๆตกชั้น

5. ไพ่สำหรับหนึ่งมี 52 ใบ (ไม่รวมไพ่โจ๊กเกอร์) มีทั้ง 4 ชุดคือโพแดง(Heart) โพดำ(Spade) ข้าวหลามตัด(Diamond)และดอกจิก(Club) แต่ละชุดมีไพ่ 13 ใบ หยิบไพ่มา 5 ใบ จงหาจำนวนวิธีในการหยิบไพ่ ดังนี้

- 5.1 จำนวนวิธีทั้งหมด
- 5.2 จำนวนวิธีที่ได้ไพ่เหมือนกัน 4 ใบ (เช่น หยิบได้ K 4ใบ)
- 5.3 จำนวนวิธีที่ได้ไพ่โพดำทั้งหมด



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความน่าจะเป็น

เรื่อง ความน่าจะเป็น

วิชาคณิตศาสตร์ 4

ชื่อรายวิชา ค 32102

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2559

เวลา 2 คาบ

ผู้สอน นายเกตุม สระบุรีนทร์

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค ๕.๒ ม.๔-๖/๒

ค ๕.๓ ม.๔-๖/๒

ค ๖.๑ ม.๔-๖/๑

ค ๖.๑ ม.๔-๖/๒

ผลการเรียนรู้

- 1) อธิบายการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้
- 2) นำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้ในการคาดการณ์และช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

ทักษะ/กระบวนการ

- 1) ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 2) ทักษะการแก้ปัญหา
- 3) ทักษะการคิดแปลความ
- 4) ทักษะการคิดประยุกต์ใช้

ด้านคุณลักษณะ

1. ใฝ่เรียนรู้
2. มุ่งในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

ครูอธิบายว่า นักเรียนได้ทราบมาแล้วว่า ในการทดลองเข็งสุ่ม เราไม่สามารถทำนายผลลัพธ์ของการทดลองได้ล่วงหน้า แต่ก่อนการทดลอง เราสามารถพูดถึงความน่าจะเป็นที่จะได้ผลลัพธ์ใดๆได้ ความน่าจะเป็นจึงเป็นเรื่องของการวัดโอกาส ถ้าเราแทนความน่าจะเป็นของการเกิดผลลัพธ์ x ด้วย $P(x)$ หากเราทราบค่า $P(x)$ ก็สามารวัดโอกาสของการเกิดผลลัพธ์นั้นๆได้ วิธีหนึ่งที่จะหาคำตอบได้คือ ทำการทดลองสุ่มนั้นซ้ำหลายๆครั้ง เช่น ถ้าเราต้องการทราบว่าโอกาสโอกาสที่เหรียญแต่ละอันจะออกหัว(H) เป็นเท่าไร ด้วยการทดลองโยนเหรียญ 1 เหรียญ แล้วจดผลของการออกหัว(H) หรือก้อย(T) ไว้ทุกครั้ง แล้วหาอัตราส่วนของจำนวนครั้งที่ออกหัวกับจำนวนครั้งที่โยนทั้งหมด ทำเช่นนี้ซ้ำหลายๆครั้ง สังเกตดูจะเห็นว่าจำนวนครั้งที่โยนน้อย อัตราส่วนที่ได้จะมีค่าแตกต่างกันมาก แต่เมื่อจำนวนครั้งที่โยนมากขึ้นๆ อัตราส่วนที่ได้จะเปลี่ยนแปลงไม่มากและมีค่าเข้าใกล้จำนวนจำนวนหนึ่ง จำนวนนั้นคือ $\frac{1}{2}$ หรือ 0.5 นั่นเอง

ขั้นสอน

1. จากคำอธิบายในขั้นนำ ครูสรุปเป็นบทนิยามดังนี้

บทนิยาม ถ้า $n(S)$ เป็นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกที่มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆกัน และ $n(E)$ เป็นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E ซึ่งเป็นสับเซตของ S แล้ว ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E เท่ากับ $\frac{n(E)}{n(S)}$

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E เขียนแทนด้วย $P(E)$

$$\text{ดังนั้น } P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

จากบทนิยาม ครูให้ข้อสังเกตกับนักเรียน ดังนี้

ถ้า $P(E) = 1$ หมายความว่าเหตุการณ์นั้นจะเกิดแน่นอน

$P(E) = \frac{1}{2}$ หมายความว่าเหตุการณ์นั้นจะมีโอกาสเกิดครึ่งหนึ่ง

ถ้า $P(E) = 0$ หมายความว่าเหตุการณ์นั้นจะไม่เกิด

2. ครูอธิบายการหาความน่าจะเป็นของการโยนเหรียญ 2 เหรียญ 1 ครั้ง และการเรียงบัตร 3 ใบ ให้เป็นคำต่างๆ ตามตัวอย่างที่ 1

ตัวอย่างที่ 1 โยนเหรียญ 2 เหรียญ 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่

- 1) เหรียญขึ้นหัวทั้งคู่
- 2) เหรียญขึ้นหัวและก้อยเท่ากัน
- 3) เหรียญขึ้นหัวอย่างน้อย 1 เหรียญ

วิธีทำ จากโจทย์ $S = \{(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)\}, n(S) = 4$

- 1) ให้ E_1 เป็นเหตุการณ์เหรียญขึ้นหัวทั้งคู่

$$E_1 = \{(H, H)\}, n(E_1) = 1$$

$$P(E_1) = \frac{1}{4}$$

- 2) ให้ E_2 เป็นเหตุการณ์เหรียญขึ้นหัวและก้อยเท่ากัน

$$E_2 = \{(H, T), (T, H)\}, n(E_2) = 2$$

$$P(E_2) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

- 3) ให้ E_3 เป็นเหตุการณ์เหรียญขึ้นหัวอย่างน้อย 1 เหรียญ

$$E_3 = \{(H, H), (H, T), (T, H)\}, n(E_3) = 3$$

$$P(E_3) = \frac{3}{4}$$

และตามด้วยตัวอย่างที่คล้ายกับตัวอย่างที่ 1

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปตามประเด็นดังนี้

- ความหมายของความน่าจะเป็น
- การคำนวณหาความน่าจะเป็น

2. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2 ในหน้าที่ 69 ถึง 78 ของ Workbook discovering mathematics

สื่อ / อุปกรณ์ / แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จัดทำโดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ
2. Workbook discovering mathematics เล่ม 5 จัดทำโดย สถาบัน PADA Education

การวัดและการประเมิน

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
<p>สาระสำคัญ</p> <p>ความน่าจะเป็น</p>	<p>แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ</p>	<p>แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ</p>	<p>ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ</p>
<p>คุณลักษณะอันพึงประสงค์</p> <ul style="list-style-type: none"> - ใฝ่เรียนรู้ - มุ่งมั่นในการทำงาน 	<ul style="list-style-type: none"> - การเข้าเรียน และการทำงาน 	<ul style="list-style-type: none"> - เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน 	<ul style="list-style-type: none"> - เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
<p>สมรรถนะ</p> <ul style="list-style-type: none"> - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมาย 	<p>แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ</p>	<p>แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ</p>	<p>ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ</p>

บันทึกหลังสอน

ผลการสอน

.....
.....
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....
.....
.....

ข้อเสนอแนะ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน
(นายเกตุม สระปรินทร์)

ความเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ)

หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความคิดเห็นรองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(อาจารย์พรสิรินทร์ หาเรือนทรง)

รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความน่าจะเป็น

เรื่อง ความน่าจะเป็น(ต่อ)

วิชาคณิตศาสตร์ 4

ชื่อรายวิชา ค 32102

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2559

เวลา 2 คาบ

ผู้สอน ครูพีเลียง นายเกตุม สระบุรีนทร์

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค ๕.๒ ม.๔-๖/๒

ค ๕.๓ ม.๔-๖/๒

ค ๖.๑ ม.๔-๖/๑

ค ๖.๑ ม.๔-๖/๒

ผลการเรียนรู้

- 1) อธิบายการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้
- 2) นำความรู้ที่เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้ในการคาดการณ์และช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

ทักษะ/กระบวนการ

- 1) ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 2) ทักษะการแก้ปัญหา
- 3) ทักษะการคิดแปลความ
- 4) ทักษะการคิดประยุกต์ใช้

ด้านคุณลักษณะ

1. ใฝ่เรียนรู้
2. มุ่งในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

ครูทบทวนบทนิยามของความน่าจะเป็นอีกครั้ง และยกตัวอย่างการหาความน่าจะเป็นอย่างง่าย ๆ 2-3 ตัวอย่าง และสรุปสมบัติที่สำคัญของความน่าจะเป็น

ขั้นสอน

1. ครูยกตัวอย่างโจทย์ความน่าจะเป็นที่มีความซับซ้อนมากขึ้นต่อไปนี้ โดยครูร่วมกันแก้โจทย์ปัญหากับนักเรียน โดยใช้คำถามชี้แนะ และให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นในการแก้ปัญหา

ตัวอย่างที่ 1 ลูกเต๋าลูกหนึ่งหน้าคู่แต่ละหน้ามีโอกาสที่จะเกิดขึ้นเท่าๆกัน หน้าคี่แต่ละหน้ามีโอกาสที่จะเกิดขึ้นเท่าๆกัน แต่หน้าคี่มีโอกาสที่จะเกิดขึ้นเป็นสองเท่าของหน้าคู่ ถ้าโยนลูกเต๋าลูกนี้หนึ่งครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่หน้าหนึ่งหรือสองหรือหกจะเกิดขึ้น

วิธีทำ ลูกเต๋าลูกหนึ่งมีหน้าทั้งหมด 6 หน้า

ลูกเต๋าลูกนี้หน้าคี่มีโอกาสที่จะเกิดขึ้นเป็นสองเท่าของหน้าคู่

ให้หน้าคู่แต่ละหน้ามีโอกาสเกิดขึ้นเป็น 1 ส่วน

จะได้ว่า หน้าคี่แต่ละหน้ามีโอกาสเกิดขึ้นเป็น 2 ส่วน

แซมเปิลสเปซคือ $S = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

จะได้หน้าคู่และหน้าคี่มีโอกาสเกิดขึ้นทั้งหมด 9 ส่วน

แต่เป็นของหน้าหนึ่งหรือสองหรือหกอยู่ 4 ส่วน

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าจะเกิดหน้าหนึ่งหรือสองหรือหกเท่ากับ $\frac{4}{9}$

ตัวอย่างที่ 2 เด็กคนหนึ่งเกิดในเดือนมกราคม เขาบอกเพื่อนคนหนึ่งว่าวันเกิดของเขาเป็นจำนวนเฉพาะหรือสอดคล้องกับสมการ $x^3 - 11x^2 + 38x - 40 = 0$

จงหาความน่าจะเป็นที่เพื่อนจะทายวันเกิดของเขาได้ถูกต้อง

วิธีทำ เดือนมกราคมมี 31 วัน วันที่เป็นจำนวนเฉพาะคือวันที่ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31

$$x^3 - 11x^2 + 38x - 40 = 0$$

$$(x^2 - 6x + 8)(x - 5) = 0$$

$$(x - 2)(x - 4)(x - 5) = 0$$

$$x = 2, 4, 5$$

วันที่สอดคล้องกับสมการคือ 2, 4, 5

$$S = \{2, 3, 4, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31\}$$

$$n(S) = 12$$

แต่ในจำนวน 12 วันนี้ มีวันเกิดของเขาวันเดียวเท่านั้น

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เพื่อนจะทายวันเกิดของเขาได้ถูกต้องเท่ากับ $\frac{1}{12}$

ตัวอย่างที่ 3 ในการเลือกจำนวนเต็มหนึ่งจำนวนจากจำนวนเต็มตั้งแต่ 10 ถึง 59 จงหาความน่าจะเป็นที่จำนวนเต็มนั้นหารด้วย 7 ลงตัวหรือเป็นจำนวนคู่

วิธีทำ $S = \{10, 11, 12, \dots, 58, 59\}$

$$n(S) = 50$$

จำนวนคู่ตั้งแต่ 10 ถึง 58 มี 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50, 52, 54, 56, 58

จำนวนที่หารด้วย 7 ลงตัว ได้แก่ 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56

จำนวนเต็มที่หารด้วย 7 ลงตัวหรือเป็นจำนวนคู่มี 29 จำนวน

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ได้จำนวนเต็มนั้นหารด้วย 7 ลงตัวหรือเป็นจำนวนคู่ เท่ากับ $\frac{29}{50}$

ตัวอย่างที่ 4 โยนเหรียญ 3 เหรียญ พร้อมกัน 1 ครั้ง ถ้าให้ 1 แทนการเกิดหัว และ 2 แทนการเกิดก้อย จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ผลรวมของตัวเลขที่หงายมีค่าน้อยกว่า 6

วิธีทำ โยนเหรียญ 3 เหรียญ พร้อมกัน 1 ครั้ง ผลลัพธ์ที่ได้คือ

(H,H,H), (H,H,T), (H,T,H), (H,T,T), (T,H,H), (T,H,T), (T,T,H), (T,T,T)

ถ้า 1 แทนการเกิดหัว และ 2 แทนการเกิดก้อย จะได้

$$S = \{(1,1,1), (1,1,2), (1,2,1), (1,2,2), (2,1,1), (2,1,2),$$

$$(2,2,1), (2,2,2)\}$$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่ผลรวมของตัวเลขที่หงายมีค่าน้อยกว่า 6

$$\text{จะได้ } E = \{(1,1,1), (1,1,2), (1,2,1), (1,2,2), (2,1,1),$$

$$(2,1,2), (2,2,1)\}$$

2. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มทำกิจกรรมที่ 2.5 แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมาจับฉลากเลขข้อที่จะต้องทำ กลุ่มละ 1-2 ข้อ ตามความเหมาะสม ให้ตัวแทนกลุ่มออกมาเฉลยคำตอบที่คิดได้หน้าห้องเรียน ครูและเพื่อนที่เหลือร่วมกันคิดตามและตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปตามประเด็นดังนี้

- ความหมายของความน่าจะเป็น
- การคำนวณหาความน่าจะเป็น

2. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2 ในหน้าที่ 69 ถึง 78 ของ Workbook discovering mathematics

สื่อ /อุปกรณ์/ แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จัดทำโดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ

2. Workbook discovering mathematics เล่ม 5 จัดทำโดย สถาบันPADA Education

การวัดและการประเมิน

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ ความน่าจะเป็น	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ใฝ่เรียนรู้ - มุ่งมั่นในการทำงาน	- การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะ - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมาย	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ

บันทึกหลังสอน

ผลการสอน

.....
.....
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....
.....
.....

ข้อเสนอแนะ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน
(นายเกตุม สระบุรีรินทร์)

ความเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ)

หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความคิดเห็นรองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(อาจารย์พรสิรินทร์ หาเรือนทรง)

รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความน่าจะเป็น

เรื่อง กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น

วิชาคณิตศาสตร์ 4

ชื่อรายวิชา ค 32102

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2559

เวลา 2 คาบ

ผู้สอน นายเกตุม สระบุรีรินทร์

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค ๕.๒ ม.๔-๖/๒

ค ๕.๓ ม.๔-๖/๒

ค ๖.๑ ม.๔-๖/๑

ค ๖.๑ ม.๔-๖/๒

ผลการเรียนรู้

- 1) อธิบายการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้
- 2) นำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้ในการคาดการณ์และช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

ทักษะ/กระบวนการ

- 1) ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 2) ทักษะการแก้ปัญหา
- 3) ทักษะการคิดแปลความ
- 4) ทักษะการคิดประยุกต์ใช้

ด้านคุณลักษณะ

1. ใฝ่เรียนรู้
2. มุ่งในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง โดยผลลัพธ์ที่สนใจคือแต้มบนหน้าของลูกเต๋าทิ้งท้ายขึ้น ในประเด็นต่อไปนี้

- 1) ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดมีอะไรบ้าง

(ลูกเต๋าทิ้งท้ายแต้ม 1, 2, 3, 4, 5 หรือ 6)

- 2) นักเรียนบอกล่วงหน้าได้หรือไม่ว่าเมื่อทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง จะทิ้งท้ายแต้มใด

(ไม่ได้)

ครูอธิบายว่าลักษณะของการทดลองทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง เป็นตัวอย่างหนึ่งของการทดลองสุ่ม

ขั้นสอน

1. จากขั้นนำ ครูบอกความหมายของการทดลองสุ่ม ดังนี้

การทดลองสุ่ม คือ การทดลองหรือการกระทำใดๆ ซึ่งทราบว่าผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นเป็นอะไรได้บ้าง แต่ไม่สามารถบอกได้อย่างถูกต้องแน่นอนว่าแต่ละครั้งที่ทำการทดลอง ผลที่เกิดขึ้นจะเป็นอะไรในบรรดาผลลัพธ์ที่อาจเป็นไปได้

2. ครูและนักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างการทดลองสุ่มหลายๆ ตัวอย่าง แล้วหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่เป็นไปได้ เช่น

- 1) การทอดลูกเต๋า 2 ลูก พร้อมกัน 1 ครั้ง ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เป็นไปได้คือ

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6)

(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6)

(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)

(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6)

(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6)

(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)

- 2) การโยนเหรียญบาท 2 เหรียญ พร้อมกัน 1 ครั้ง ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เป็นไปได้คือ

(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)

เมื่อ H แทนเหรียญออกหัว

T แทนเหรียญออกก้อย

- 3) การสับไพ่ 1 สำรับ ซึ่งมี 52 ใบ และดึงไพ่ออกมา 1 ใบ โดยไม่มอง ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เป็นไปได้คือ

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, J, Q, K, A (โพดำ)

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, J, Q, K, A (โพแดง)

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, J, Q, K, A (ข้าวหลามตัด)

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, J, Q, K, A (ดอกจิก)

5. ครูให้ข้อสังเกตกับนักเรียนว่า เนื่องจากเหตุการณ์เป็นเซต ดังนั้น การดำเนินการของเหตุการณ์จึงเหมือนกับ การดำเนินการของเซต ดังนี้

1) ยูเนียนของเหตุการณ์

ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์แล้ว ยูเนียนของเหตุการณ์ E_1 และ E_2 คือ เหตุการณ์ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกของเหตุการณ์ E_1 หรือ เหตุการณ์ E_2 หรือทั้งสองเหตุการณ์ เขียนแทนยูเนียนของเหตุการณ์ E_1 และ E_2 ด้วยสัญลักษณ์ $E_1 \cup E_2$

2) อินเตอร์เซกชันของเหตุการณ์

ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์แล้ว อินเตอร์เซกชันของ เหตุการณ์ E_1 และ E_2 คือ เหตุการณ์ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกของเหตุการณ์ E_1 และเหตุการณ์ E_2 เขียนแทนอินเตอร์เซกชันของเหตุการณ์ E_1 และ E_2 ด้วยสัญลักษณ์ $E_1 \cap E_2$

3) เหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน (mutually exclusive events หรือ disjoint events)

ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์ และ $E_1 \cap E_2 = \phi$ แล้ว

4) คอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์

ถ้า S เป็นแซมเปิลสเปซ และ E เป็นเหตุการณ์ที่เป็นสับเซตของ S แล้ว คอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ E คือเหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ในแซมเปิลสเปซ S แต่ไม่อยู่ในเหตุการณ์ E เขียนแทนคอมพลีเมนต์ของ เหตุการณ์ E ด้วยสัญลักษณ์ E'

6. ครุอธิบายบทนิยามของความน่าจะเป็นและสมบัติของความน่าจะเป็น

1) มีลูกแก้ว 7 ลูก สีต่างกันทั้งหมด โดยมีสีแดง สีขาว สีน้ำเงิน สีเขียว สีชมพู สีฟ้า และสีดำ นำลูกแก้วทั้งหมดมาวางเรียงกันเป็นวงกลม ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกแก้วสีแดงและสีขาวอยู่เรียงติดกัน แต่ลูกแก้วสีแดงไม่ติดกับลูกแก้วสีน้ำเงินมีค่าเท่ากับเท่าใด

วิธีทำ วางลูกแก้ว 7 ลูก สีต่างกันเป็นวงกลม

$$\text{ทำได้ } (7-1)! = 6! = 720 \text{ วิธี}$$

$$\text{ดังนั้น } n(S) = 720$$

การวางลูกแก้วมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 เลือกลูกแก้วสีแดงไปวางบนวงกลม ทำได้ 1 วิธี

ขั้นที่ 2 เลือกลูกแก้วสีขาววางเรียงติดกับลูกแก้วสีแดง ทำได้ 2 วิธี

ขั้นที่ 3 เลือกลูกแก้วสีน้ำเงินวางบนวงกลมโดยไม่ให้ติดกับลูกแก้วสีแดง ทำได้ 4 วิธี

ขั้นที่ 4 นำลูกแก้วที่เหลือ 4 ลูกวางสลับกัน ทำได้ $4! = 24$ วิธี

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่ลูกแก้วสีแดงและสีขาวอยู่เรียงติดกัน แต่ลูกแก้วสีแดงไม่ติดกับลูกแก้วสีน้ำเงิน

$$n(E) = 1 \times 2 \times 4 \times 24 = 192$$

$$P(E) = \frac{192}{720} = \frac{4}{15}$$

2) ลูกโบหนึ่งมีลูกหินขนาดเดียวกันดังนี้ ลูกหินสีแดง 3 ลูก ลูกหินสีขาว 2 ลูก และลูกหินสีเขียว 5 ลูก สุ่มหยิบลูกหินขึ้นมา 3 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกหิน

1. สีละหนึ่งลูก

2. สีแดง 1 ลูก

วิธีทำ มีลูกหินทั้งหมด $3+2+5 = 10$ ลูก

เลือกลูกหิน 3 ลูก จาก 10 ลูก ทำได้ $C_{10,3} = 120$ วิธี

$$n(S) = 120$$

1. ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่ได้ลูกหินสีละหนึ่งลูก

เลือกลูกหินสีละหนึ่งลูกได้ $C_{3,1} \times C_{2,1} \times C_{5,1} = 30$ วิธี

$$n(E_1) = 30$$

$$P(E_1) = \frac{30}{120} = \frac{1}{4} \text{ หรือ } 0.25$$

2. ให้ E_2 แทนเหตุการณ์ที่ได้ลูกหินสีแดง 1 ลูก

$$\text{เลือกลูกหินสีแดง 1 ลูก สีขาว 2 ลูก ได้} = C_{3,1} \times C_{2,2} = 3 \text{ วิธี}$$

$$\text{เลือกลูกหินสีแดง 1 ลูก สีเขียว 2 ลูก ได้} = C_{3,1} \times C_{5,2} = 30 \text{ วิธี}$$

$$\text{เลือกลูกหินสีแดง 1 ลูก สีขาวและสีเขียวอย่างละลูก ได้}$$

$$= C_{3,1} \times C_{2,1} \times C_{5,1} = 30 \text{ วิธี}$$

$$\text{เลือกได้ลูกหินสีแดง 1 ลูก เท่ากับ } 3+30+30 = 63 \text{ วิธี}$$

$$n(E_2) = 63$$

$$P(E_2) = \frac{63}{120} = \frac{21}{40} \text{ หรือ } 0.525$$

7. ครูอธิบายกฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็นตามหนังสือเรียนหัวข้อที่ 3.5.5 โดยยกตัวอย่างต่อไปนี้ เพื่อให้นักเรียนเกิดแนวคิดในการนำกฎดังกล่าวไปใช้แก้ปัญหาด้วยตนเอง

1) กำหนดให้ A และ B เป็น 2 เหตุการณ์ใดๆ ในแซมเปิลสเปซ S โดยที่ $S = A \cup B$,

$$P(A) = 0.65 \text{ และ } P(B) = 0.75 \text{ จงหา } P(A \cap B)$$

วิธีทำ จากโจทย์ $A \cup B = S$

$$\text{ดังนั้น } P(A \cup B) = P(S)$$

จากสมบัติและกฎของความน่าจะเป็นได้

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 1$$

$$0.65 + 0.75 - P(A \cap B) = 1$$

$$1.40 - P(A \cap B) = 1$$

$$\text{ดังนั้น } P(A \cap B) = 0.4$$

2) ให้ A และ B เป็นเหตุการณ์ใดๆ โดยที่ $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.6$ และ

$$P(A' \cap B') = 0.2 \text{ จงหา } P(A \cap B)$$

วิธีทำ จากโจทย์ $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.6$

$$P(A' \cap B') = 0.2$$

$$P(A \cup B)' = 0.2$$

$$1 - P(A \cup B) = 0.2$$

$$P(A \cup B) = 1 - 0.2$$

$$= 0.8$$

$$\text{จาก } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.8 = 0.5 + 0.6 - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 1.1 - 0.8 = 0.3$$

3) ในหมู่บ้านแห่งหนึ่งมี 600 ครอบครัว ในจำนวนนี้มี 320 ครอบครัวที่เลี้ยงเป็ด 210 ครอบครัวเลี้ยงไก่ และ 260 ครอบครัวไม่ได้เลี้ยงเป็ดหรือไก่ ถ้าสุ่มครอบครัวในหมู่บ้านแห่งนี้ขึ้นมา 1 ครอบครัว จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้

1. ครอบครัวที่เลี้ยงทั้งเป็ดและไก่
2. ครอบครัวที่เลี้ยงเป็ดอย่างเดียว
3. ครอบครัวที่ไม่ได้เลี้ยงทั้งเป็ดและไก่

วิธีทำ ให้ A แทนเซตของครอบครัวที่เลี้ยงเป็ด จะได้ $n(A) = 320$

B แทนเซตของครอบครัวที่เลี้ยงไก่ จะได้ $n(B) = 210$

จากความรู้เกี่ยวกับเซตจะได้

$$n(A \cup B) = n(S) - n(A \cup B)'$$

$$= 600 - 260$$

$$= 340$$

ดังนั้น มีครอบครัวที่เลี้ยงเป็ดหรือไก่ 340 ครอบครัว

1. จากสูตร $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

หรือ $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

$$= \frac{320}{600} + \frac{210}{600} - \frac{340}{600}$$

$$= \frac{190}{600}$$

$$= \frac{19}{60}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มได้ครอบครัวยุติทั้งเปิดและปิดเท่ากับ $\frac{19}{60}$

2. ครอบครัวยุติเปิดอย่างเดียว ได้แก่ A-B

จากกฎของความน่าจะเป็น

$$P(A-B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$\text{ดังนั้น } P(A-B) = \frac{320}{600} - \frac{190}{600}$$

$$= \frac{130}{600}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มได้ครอบครัวยุติเปิดอย่างเดียวเท่ากับ $\frac{13}{60}$

3. ครอบครัวยุติไม่ได้เลยทั้งเปิดและปิด คือ $(A \cap B)'$

จากกฎของความน่าจะเป็น

$$P[(A \cap B)'] = 1 - P(A \cap B)$$

$$\text{ดังนั้น } P[(A \cap B)'] = 1 - \frac{19}{60} = \frac{41}{60}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มได้ครอบครัวยุติไม่ได้เลยทั้งเปิดและปิดเท่ากับ $\frac{41}{60}$

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนกฎที่สำคัญของความน่าจะเป็น

สื่อ /อุปกรณ์/ แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จัดทำโดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ

2. Workbook discovering mathematics เล่ม 5 จัดทำโดย สถาบันPADA Education การวัดและการประเมิน

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ใฝ่เรียนรู้ - มุ่งมั่นในการทำงาน	- การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะ - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมาย	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ

บันทึกหลังสอน

ผลการสอน

.....
.....
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....
.....
.....

ข้อเสนอแนะ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน
(นายเกตุม สระปรินทร์)

ความเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ)

หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความคิดเห็นรองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(อาจารย์พรสิรินทร์ หาเรือนทรง)

รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความน่าจะเป็น

เรื่อง กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น

วิชาคณิตศาสตร์ 4

ชื่อรายวิชา ค 32102

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2559

เวลา 2 คาบ

ผู้สอน พี่เลี้ยง นายเกตุม สระบุรีนทร์

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค ๕.๒ ม.๔-๖/๒

ค ๕.๓ ม.๔-๖/๒

ค ๖.๑ ม.๔-๖/๑

ค ๖.๑ ม.๔-๖/๒

ผลการเรียนรู้

- 1) แก้ปัญหาเกี่ยวกับความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้
- 2) นำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้ในการคาดการณ์ช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

ทักษะ/กระบวนการ

- 1) ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 2) ทักษะการแก้ปัญหา
- 3) ทักษะการคิดแปลความ
- 4) ทักษะการคิดประยุกต์ใช้

ด้านคุณลักษณะ

1. ใฝ่เรียนรู้
2. มุ่งในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

ครูแนะนำกฎของความน่าจะเป็น ดังนี้

- 1) ความน่าจะเป็นของคอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ E

$$P(E') = 1 - P(E)$$

- 2) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ $E_1 \cup E_2$ เมื่อ $E_1 \cap E_2 = \phi$

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$$

- 3) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ $E_1 \cup E_2$ เมื่อ $E_1 \cap E_2 \neq \phi$

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

- 4) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E_1 และ E_2 เมื่อ E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สอง

เหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกันแล้ว $P(E_1 \cap E_2) = 0$

ขั้นสอน

2. ครูอธิบายการใช้กฎดังกล่าวในการแก้ปัญหาโจทย์ โดยยกตัวอย่างดังต่อไปนี้
ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ A และ B เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์ใดๆในแซมเปิล-สเปซ และ $S = A \cup B$, $P(A) = 0.65$ และ $P(B) = 0.75$ จงหา $P(A \cap B)$

วิธีทำ จากโจทย์ $A \cup B = S$

$$\text{ดังนั้น } P(A \cup B) = P(S)$$

จากกฎของความน่าจะเป็นจะได้

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 1$$

$$0.65 + 0.75 - P(A \cap B) = 1$$

$$0.65 + 0.75 - P(A \cap B) = 1$$

$$1.40 - P(A \cap B) = 1$$

$$\text{ดังนั้น } P(A \cap B) = 0.4$$

ตัวอย่างที่ 2 นักเรียนห้องหนึ่งมี 45 คน จากการสำรวจพบว่า เป็นโรคฟัน 25 คน เป็นโรคตาและโรคฟัน 10 คน ถ้าสุ่มนักเรียนขึ้นมา 1 คน และความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนั้นจะเป็นโรคตาหรือโรคฟันเป็น $\frac{2}{3}$ แล้ว

ห้องนี้มีนักเรียนเป็นโรคตา

กี่คน

วิธีทำ ให้ $n(A)$ แทนจำนวนนักเรียนที่เป็นโรคฟัน = 25 คน

$n(B)$ แทนจำนวนนักเรียนที่เป็นโรคตา

$$\text{จากโจทย์ } n(A \cap B) = 10$$

$$\text{จากสูตร } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} &= \frac{25}{45} + \frac{n(B)}{45} - \frac{10}{45} \\ \frac{30}{45} &= \frac{15}{45} + \frac{n(B)}{45} \\ \frac{n(B)}{45} &= \frac{30}{45} - \frac{15}{45} \\ \frac{n(B)}{45} &= \frac{15}{45} \\ n(B) &= \frac{15 \times 45}{45} = 15 \end{aligned}$$

ดังนั้น มีนักเรียนเป็นโรคตา 15 คน

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ A และ B เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์ ซึ่ง $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{3}{8}$ และ

$$P(A \cup B) = \frac{5}{8} \quad \text{จงหา} \quad P(A' \cup B')$$

วิธีทำ จากสูตร $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
หรือ $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} + \frac{3}{8} - \frac{5}{8} \\ &= \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(A' \cup B') &= P[(A \cap B)'] \\ &= 1 - P(A \cap B) \\ &= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 4 ถ้าเหตุการณ์ A และเหตุการณ์ B เป็นเหตุการณ์ใดๆที่ไม่เกิดร่วมกันในแซมเปิลสเปซ โดยที่ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ A หรือ B เท่ากับ 0.45 และความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ B เท่ากับ 0.20 จงหาความน่าจะเป็นที่จะไม่เกิดเหตุการณ์ A

วิธีทำ จากโจทย์กำหนดจะได้ $P(A \cup B) = 0.45$

$$\text{และ } P(B) = 0.2$$

$$\text{จากสูตร } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

เนื่องจาก A และ B เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน

$$\text{ดังนั้น } P(A \cap B) = \phi$$

$$\text{จะได้ } P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$\text{แทนค่า } 0.45 = P(A) + 0.2$$

$$\text{นั่นคือ } P(A) = 0.45 - 0.2 = 0.25$$

$$\therefore P(A') = 1 - 0.25 = 0.75$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะไม่เกิดเหตุการณ์ A เท่ากับ 0.75

ตัวอย่างที่ 5 กำหนดให้ความน่าจะเป็นที่มีฝนตกชุกในเดือนพฤศจิกายนที่กรุงเทพฯเท่ากับ 0.95 ความน่าจะเป็นที่จะมีน้ำท่วมและฝนแล้งในเดือนพฤศจิกายนที่กรุงเทพฯเท่ากับ 0.20 และความน่าจะเป็นที่จะมีน้ำท่วมในเดือนพฤศจิกายนที่กรุงเทพฯเท่ากับ 0.75 จงหาความน่าจะเป็นที่จะมีน้ำท่วมหรือฝนแล้งในเดือนพฤศจิกายนที่กรุงเทพฯ

วิธีทำ ให้ $P(A)$ แทนความน่าจะเป็นที่มีฝนตกชุกในเดือนพฤศจิกายนที่กรุงเทพฯ

$$\text{จะได้ } P(A) = 0.95 \text{ และ } P(A') = 0.05$$

ให้ $P(B \cap A')$ แทนความน่าจะเป็นที่จะมีน้ำท่วมและฝนแล้งในเดือนพฤศจิกายนที่กรุงเทพฯ

$$\text{จะได้ } P(B \cap A') = 0.20$$

ให้ $P(B)$ แทนความน่าจะเป็นที่จะมีน้ำท่วมในเดือนพฤศจิกายนที่กรุงเทพฯ

$$\text{จะได้ } P(B) = 0.75$$

ให้ $P(B \cup A')$ แทนความน่าจะเป็นที่จะมีน้ำท่วมหรือฝนแล้งในเดือนพฤศจิกายนที่กรุงเทพฯ

$$\begin{aligned} P(B \cup A') &= P(B) + P(A') - P(B \cap A') \\ &= 0.75 + 0.05 - 0.20 \\ &= 0.60 \end{aligned}$$

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนกฎที่สำคัญของความน่าจะเป็น

สื่อ / อุปกรณ์/ แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จัดทำโดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ
2. Workbook discovering mathematics เล่ม 5 จัดทำโดย สถาบันPADA Education

การวัดและการประเมิน

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
<p>สาระสำคัญ</p> <p>กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น</p>	<p>แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ</p>	<p>แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ</p>	<p>ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ</p>
<p>คุณลักษณะอันพึงประสงค์</p> <ul style="list-style-type: none"> - ใฝ่เรียนรู้ - มุ่งมั่นในการทำงาน 	<ul style="list-style-type: none"> - การเข้าเรียน และการทำงาน 	<ul style="list-style-type: none"> - เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน 	<ul style="list-style-type: none"> - เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
<p>สมรรถนะ</p> <ul style="list-style-type: none"> - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมาย 	<p>แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ</p>	<p>แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ</p>	<p>ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ</p>

บันทึกหลังสอน

ผลการสอน

.....
.....
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....
.....
.....

ข้อเสนอแนะ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน
(นายเกตุม สระปรีรินทร์)

ความเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ)

หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความคิดเห็นรองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(อาจารย์พรสิรินทร์ หาเรือนทรง)

รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความน่าจะเป็น

เรื่อง ทดสอบความน่าจะเป็น

วิชาคณิตศาสตร์ 4

ชื่อรายวิชา ค 32102

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2559

เวลา 2 คาบ

ผู้สอน นายเกตุม สระบุรีนทร์

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค ๕.๒ ม.๔-๖/๒

ค ๕.๓ ม.๔-๖/๒

ค ๖.๑ ม.๔-๖/๑

ค ๖.๑ ม.๔-๖/๒

ผลการเรียนรู้

- 1) อธิบายการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้
- 2) นำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้ในการคาดการณ์และช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

ทักษะ/กระบวนการ

- 1) ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 2) ทักษะการแก้ปัญหา
- 3) ทักษะการคิดแปลความ
- 4) ทักษะการคิดประยุกต์ใช้

ด้านคุณลักษณะ

1. ใฝ่เรียนรู้
2. มุ่งในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้

ครูทำการทดสอบนักเรียนในเนื้อหาความน่าจะเป็น

สื่อ /อุปกรณ์/ แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จัดทำโดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ

2. Workbook discovering mathematics เล่ม 5 จัดทำโดย สถาบันPADA Education

การวัดและการประเมิน

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ
คุณลักษณะอันพึงประสงค์	- การเข้าเรียน และการทำงาน	- เข้าเรียน - มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน	- เข้าเรียนตรงเวลา - เมื่อครูถาม นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบ
สมรรถนะ - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมาย	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกเสริมทักษะการคิดคำนวณ	ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ

บันทึกหลังสอน

ผลการสอน

.....
.....
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....
.....
.....

ข้อเสนอแนะ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน
(นายเกตุม สระปรินทร์)

ความเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(อาจารย์น้ำผึ้ง ชูเลิศ)

หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความคิดเห็นรองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(อาจารย์พรสิรินทร์ หาเรือนทรง)

รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ