

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้: คณิตศาสตร์
สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 6
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ตรรกศาสตร์
ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566

ชั้น : มัธยมศึกษาปีที่ 6
รหัสวิชา ค33202
เรื่อง ตัวแปรสุ่ม
จำนวนเวลา 2 ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. บอกความหมายของตัวแปรสุ่มและชนิดของตัวแปรสุ่ม

สาระสำคัญ

ตัวแปรสุ่ม (random variable) คือ ฟังก์ชันจากปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มไปยังเซตของจำนวนจริง โดยทั่วไป ตัวแปรสุ่มแบ่งได้เป็น 2 ชนิด ตามลักษณะของค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม ดังนี้

1. ตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง (discrete random variable) คือ ตัวแปรสุ่มที่ค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดอยู่ในเซตที่สามารถนับจำนวนสมาชิกได้ หรือค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่มสามารถเขียนเรียงลำดับจากน้อยไปมากได้ ทั้งนี้ เซตของค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่องอาจเป็นเซตจำกัดหรือเซตอนันต์ก็ได้

2. ตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง (continuous random variable) คือตัวแปรสุ่มที่เซตของค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดเป็นช่วงที่เป็นสับเซตของ R

เมื่อนำความน่าจะเป็นของการเกิดค่าแต่ละค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่มมาเขียนแสดงเพื่ออธิบายลักษณะของตัวแปรสุ่ม จะเรียกว่า การแจกแจงความน่าจะเป็น (probability distribution) โดยอาจเขียนแสดงในรูปตารางหรือกราฟ

ค่าคาดหวัง (expected value) ของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง X นิยามโดย ผลบวกของผลคูณระหว่างค่า x กับความน่าจะเป็นของ x

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง X นิยามโดย รากที่สองของผลบวกของผลคูณระหว่าง กำลังสองของผลต่างของ x กับค่าคาดหวัง กับความน่าจะเป็นของ x

ใบงานที่ 4.1 เรื่อง ความหมายและชนิดของตัวแปรสุ่ม

รหัสวิชา ค33202 วิชาเสริมทักษะคณิตศาสตร์ 6

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ความหมายและชนิดของตัวแปรสุ่ม

ตัวแปรสุ่ม (random variable) คือ _____

พิจารณาการทดลองสุ่มซึ่งได้จากการโยนเหรียญที่เที่ยงตรง 1 เหรียญ 3 ครั้ง

ให้ S แทน ปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

H แทน เหรียญขึ้นหัว และ T แทน เหรียญขึ้นก้อย

จะได้ $S = \{ \text{_____} \}$ และ $n(S) = \text{_____}$

ให้ E_1, E_2, E_3 และ E_4 แทนเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัว 0, 1, 2 และ 3 ครั้ง ตามลำดับ โดยใช้ความรู้เรื่องความน่าจะเป็น จะได้ว่า

$$P(E_1) = \text{_____}, P(E_2) = \text{_____}, P(E_3) = \text{_____}, P(E_4) = \text{_____}$$

จากสถานการณ์ข้างต้น จะเห็นว่าสิ่งที่สนใจไม่ใช่น้ำหนักของเหรียญที่ปรากฏในการโยนเหรียญแต่ละครั้ง แต่สนใจจำนวนครั้งที่เหรียญขึ้นหัวในการทดลองสุ่มนี้ ซึ่งมีค่าที่เป็นไปได้ 4 ค่า คือ 0, 1, 2 และ 3 โดยจะยังไม่ทราบค่าที่ได้จริง ๆ คือ ค่าใดจนกว่าจะเสร็จสิ้นการทดลองสุ่ม จึงอาจกำหนดฟังก์ชัน X จากปริภูมิตัวอย่าง S ไปยัง $\{0, 1, 2, 3\}$ เพื่อแปลงผลลัพธ์ที่อาจเป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่มให้อยู่ในตัวเลข โดยกำหนดให้

$$X(HHH) = \text{_____}, X(HHT) = \text{_____}, X(HTH) = \text{_____}, X(HTT) = \text{_____},$$

$$X(THH) = \text{_____}, X(THT) = \text{_____}, X(TTH) = \text{_____}, X(TTT) = \text{_____}$$

จะเรียก X ว่า **ตัวแปรสุ่ม** และจะเรียกสมาชิกของเรนจ์ของตัวแปรสุ่มว่า **ค่าของตัวแปรสุ่ม** ซึ่งแต่ละค่าจะเกิดได้ด้วยความน่าจะเป็นค่าหนึ่ง

โดยทั่วไปนิยมใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่แทนตัวแปรสุ่ม เช่น X, Y, Z และใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็กแทนค่าของตัวแปรสุ่ม เช่น x, y, z

จากสถานการณ์โยนเหรียญที่เที่ยงตรง 1 เหรียญ 3 ครั้ง ให้ x แทนค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X จะได้ว่า $x \in \{0, 1, 2, 3\}$

จะใช้สัญลักษณ์ $X = x$ แทนเหตุการณ์เหรียญขึ้นหัว x ครั้ง

ดังนั้น จะเขียน $P(X = 0)$ แทน _____

$P(X = 1)$ แทน _____

$P(X = 2)$ แทน _____

$P(X = 3)$ แทน _____

โดยทั่วไป ตัวแปรสุ่มแบ่งได้เป็น 2 ชนิด ตามลักษณะของค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม ดังนี้

1. ตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง (discrete random variable) คือ _____

ตัวอย่างเช่น

- ในการทอดลูกเต๋า 2 ลูก พร้อมกัน 1 ครั้ง ถ้าให้ตัวแปรสุ่มคือผลบวกของแต้มบนหน้าลูกเต๋าทิ้งสองจะได้เซตของค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่มคือ $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
- ในการโยนเหรียญ 1 เหรียญ 1 ครั้ง ถ้าให้ตัวแปรสุ่มเป็น 0 เมื่อเหรียญขึ้นหัว และ 1 เมื่อเหรียญขึ้นก้อย จะได้เซตของค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่มคือ $\{0, 1\}$
- ในการโยนเหรียญ 1 เหรียญ ไปเรื่อย ๆ จนกว่าเหรียญจะขึ้นหัวจึงจะหยุด ถ้าให้ตัวแปรสุ่มคือจำนวนครั้งที่ต้องโยนเหรียญจนกว่าเหรียญจะขึ้นหัว จะได้เซตของค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่มคือ $\{1, 2, 3, \dots\}$ หรือ N

2. ตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง (continuous random variable) คือ _____

ตัวอย่างเช่น

- ให้ตัวแปรสุ่มคือความสูง (เซนติเมตร) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ห้องหนึ่ง อาจได้ว่าเซตของค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่มเป็นช่วง $[150, 190]$
- ให้ตัวแปรสุ่มคือน้ำหนัก (กิโลกรัม) ของแตงโม ที่เก็บเกี่ยวจากสวนแห่งหนึ่ง อาจได้ว่าเซตของค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่มเป็นช่วง $[1, 6]$
- ให้ตัวแปรสุ่มคือระยะเวลา (ชั่วโมง) นับจากปัจจุบันจนเกิดแผ่นดินไหวครั้งต่อไปที่จังหวัดลำปาง อาจได้ว่าเซตของค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่มเป็นช่วง $[0, \infty)$

การฝึกทักษะและนำไปใช้

1. ครูให้นักเรียนทบทวนคำว่า ตัวแปรสุ่ม
2. ครูหาประโยชน์มาถามนักเรียนว่าตัวแปรสุ่ม คืออะไร

การสรุป

1. ครูกล่าวสรุปให้นักเรียนเข้าใจถึงความหมายของตัวแปรสุ่ม
2. ครูสร้างตารางหาค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มให้นักเรียนดู

การวัดและประเมินผล

1. สังเกตจากการมีส่วนร่วมในกิจกรรม
2. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดในห้องเรียน
3. ผลจากการตรวจแบบฝึกหัด

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

- เอกสารประกอบการเรียน

บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

ผลการจัดการเรียนรู้ตามตัวชี้วัด

จำนวนนักเรียนทั้งหมด.....คน

- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับดี คน คิดเป็นร้อยละ.....
- ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับปานกลาง คน คิดเป็นร้อยละ.....
- ไม่ผ่านเกณฑ์การประเมินระดับปรับปรุง คน คิดเป็นร้อยละ.....

ผลการประเมินพฤติกรรมระหว่างเรียน

.....
.....
.....

ปัญหาและอุปสรรคระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

.....
.....
.....

การปรับปรุงแก้ไข

.....
.....
.....

ข้อคิดเห็นและข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน

(นางสาวกมลวัลย์ กงจิ้น)

...../...../.....

ความคิดเห็นของฝ่ายวิชาการ/หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้/หัวหน้าระดับ

.....
.....
.....
.....
.....

ลงชื่อ.....ผู้ตรวจสอบ
(.....)

ตำแหน่ง.....
...../...../.....

ความคิดเห็นของผู้อำนวยการโรงเรียน

.....
.....
.....
.....
.....

ลงชื่อ.....ผู้ตรวจสอบ
(.....)

ตำแหน่ง.....
...../...../.....

