

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

### จำนวนเชิงซ้อน

เวลา 4 ชั่วโมง

#### 1. ผลการเรียนรู้

เข้าใจจำนวนเชิงซ้อนและใช้สมบัติจำนวนเชิงซ้อนในการแก้ปัญหา

#### 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) สามารถบอกส่วนจริงและส่วนจินตภาพของจำนวนเชิงซ้อนได้ (K)
- 2) มีความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเขียนจำนวนเชิงซ้อน และการนำเสนออภิปรายบทนิยามของจำนวนเชิงซ้อนได้ (P)
- 3) รับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย (A)

#### 3. สารการเรียนรู้

สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม	สาระการเรียนรู้ท้องถิ่น
- จำนวนเชิงซ้อนและสมบัติของจำนวนเชิงซ้อน	พิจารณาตามหลักสูตรของสถานศึกษา

#### 4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

จำนวนเชิงซ้อน คือ จำนวนที่เขียนอยู่ในรูป  $z = a + bi$

เมื่อ  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริงใดๆ และ  $i = \sqrt{-1}$


เรียก  $a$  ว่า ส่วนจริง (real part) ของ  $z$  และเขียนแทนด้วย  $\text{Re}(z)$

เรียก  $b$  ว่า ส่วนจินตภาพ (imaginary part) ของ  $z$  และเขียนแทนด้วย  $\text{Im}(z)$

#### 5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	คุณลักษณะอันพึงประสงค์
1. ความสามารถในการสื่อสาร	1. มีวินัย
2. ความสามารถในการคิด	2. ใฝ่เรียนรู้
1) ทักษะการระบุ	3. มุ่งมั่นในการทำงาน
2) ทักษะการคิดคล่อง	
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา	

#### 6. กิจกรรมการเรียนรู้

 แนวคิด/รูปแบบการสอน/วิธีการสอน/เทคนิค : Concept Based Teaching

ชั่วโมงที่ 1

ชั้นนำ

### ขั้นการใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงความรู้ใหม่ (Prior Knowledge)

1. ครูแจกใบงานที่ 1.1.1 เรื่อง แผนผังของจำนวนจริง เมื่อนักเรียนทำใบงานเสร็จแล้ว ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบที่ถูกต้อง
2. ครูให้นักเรียนพิจารณา สมการพหุนามบางสมการในระบบจำนวนจริง เช่น  $x^2 + 1 = 0$  และให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบของสมการพหุนาม  $x^2 + 1 = 0$  จะได้ว่า

$$x^2 + 1 = 0$$

$$x^2 = -1$$

$$x = \pm\sqrt{-1} \text{ ซึ่งไม่ใช่จำนวนจริง}$$

จะเห็นได้ชัดว่าไม่มีจำนวนจริง  $x$  ใดๆ ที่ทำให้สมการเป็นจริง จึงกล่าวได้ว่า สมการพหุนาม  $x^2 + 1 = 0$  ไม่มีคำตอบของสมการที่เป็นจำนวนจริง เพื่อให้สมการพหุนามนี้มีคำตอบ จึงมีการสร้างระบบจำนวนเชิงซ้อนขึ้นเพื่อให้สมการพหุนามทั้งหมดมีคำตอบทั้งที่เป็นจำนวนจริงและไม่ใช่จำนวนจริง

### ขั้นสอน

#### ขั้นรู้ (Knowing)

1. ครูอธิบายให้นักเรียนได้เข้าใจว่า เมื่อกำหนดให้  $\sqrt{-1}$  แทนด้วยสัญลักษณ์  $i$  (มาจาก imaginan) จำนวน
2. ให้นักเรียนพิจารณาว่า จำนวนจินตภาพอื่นๆ เช่น  $\sqrt{-2}$ ,  $\sqrt{-3}$ ,  $\sqrt{-4}$  เป็นต้น จะเขียนในรูป  $ci$  ได้อย่างไร

(แนวคำตอบ:  $\sqrt{-2} = \sqrt{2} \times \sqrt{-1} = \sqrt{2}i$

$$\sqrt{-3} = \sqrt{3} \times \sqrt{-1} = \sqrt{3}i$$

$$\sqrt{-4} = \sqrt{4} \times \sqrt{-1} = \sqrt{4}i = 2i$$

ดังนั้นจำนวนในวิชาคณิตศาสตร์จึงสามารถมีได้ทั้งจำนวนจริงและจำนวนที่ไม่ใช่จำนวนจริงหรือจำนวนจินตภาพ (imaginary number) รวมจำนวนทั้งสองชนิด เรียกว่า “จำนวนเชิงซ้อน” นิยมเขียนอยู่ในรูป

$$z = a + bi \text{ หรือ } (a,b) \text{ เมื่อ } a \text{ และ } b \text{ เป็นจำนวนจริงใดๆ และ } i = \sqrt{-1}$$

เรียก  $a$  ว่า ส่วนจริง (real part) ของ  $z$  และเขียนแทนด้วย  $\text{Re}(z)$

เรียก  $b$  ว่า ส่วนจินตภาพ (imaginary part) ของ  $z$  และเขียนแทนด้วย  $\text{Im}(z)$

3. ครูยกตัวอย่างจำนวน  $1 + i$ ,  $-4i$ ,  $-3 - 2i$ ,  $5.5$  แล้วให้นักเรียนช่วยกันพิจารณาว่า

- จำนวนใดบ้างที่เป็นจำนวนเชิงซ้อน

(แนวคำตอบ: ทุกจำนวนเป็นจำนวนเชิงซ้อน)

- ให้นักเรียนบอกส่วนจริง ส่วนจินตภาพและจำนวนจินตภาพของแต่ละจำนวน

(แนวคำตอบ:

จำนวน	ส่วนจริง	ส่วนจินตภาพ	จำนวนจินตภาพ
$1 + i$	1	1	$i$
$-4i$	0	-4	$-4i$
$-3 - 2i$	-3	-2	$-2i$
5.5	5.5	0	0

4. จากการยกตัวอย่างจำนวนในข้อ 3 ครูอธิบายให้นักเรียนได้เข้าใจว่าจำนวนที่มีแต่จำนวนจินตภาพเพียงอย่างเดียว เช่น  $-4i$  เราเรียกว่า “จำนวนจินตภาพแท้”

5. ครูเขียนบทนิยามของจำนวนเชิงซ้อนบนกระดาน และขยายความของบทนิยามให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น

### ขั้นเข้าใจ (Understanding)

6. ครูให้นักเรียนแต่ละคนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.5 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 จำนวนเชิงซ้อน จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมาเสนอคำตอบหน้าชั้นเรียน โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง
7. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน แล้วช่วยกันหาคำตอบในแบบฝึกทักษะ 1.1 ข้อ 1-3 ระดับพื้นฐาน จากนั้นให้นักเรียนจับคู่กับกลุ่มอื่น เพื่อแลกเปลี่ยนกันตรวจคำตอบและร่วมกันอภิปรายคำตอบที่นักเรียนตอบไม่ตรงกัน โดยครูคอยสังเกตและให้คำแนะนำกับนักเรียน

### ชั่วโมงที่ 2

### ขั้นรู้ (Knowing)

8. ครูให้นักเรียนพิจารณาหาค่าของ  $i$  ยกกำลัง  $n$  ดังนี้

$$\text{จากนิยาม } i^0 = 1$$

$$\text{และ } i = i$$

$$i^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1$$

$$i^3 = i^2 \cdot i = (-1) \cdot i = -i$$

$$i^4 = i^2 \cdot i^2 = (-1)(-1) = 1$$

$$i^5 = i^4 \cdot i = i$$

$$i^6 = i^4 \cdot i^2 = -1$$

$$i^7 = i^4 \cdot i^3 = -i$$

$$i^8 = i^4 \cdot i^4 = 1$$

จะเห็นว่าค่าของ  $i^n$  มีความสัมพันธ์ระหว่างผลหารและเศษของการหาร  $n$  ด้วย 4 จึงสรุปค่าของ  $i^n$  ดังนี้

$$i^n = 1 \quad \text{เมื่อ } n \div 4 \text{ แล้วเหลือเศษ } 0 \text{ (หารลงตัว)}$$

$$i^n = i \quad \text{เมื่อ } n \div 4 \text{ แล้วเหลือเศษ } 1$$

$$i^n = -1 \quad \text{เมื่อ } n \div 4 \text{ แล้วเหลือเศษ } 2$$

$$i^n = -i \quad \text{เมื่อ } n \div 4 \text{ แล้วเหลือเศษ } 3$$

9. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 3 จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.5 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 จำนวนเชิงซ้อน เรื่อง การบวกเลขที่อยู่ในรูป  $i$  ยกกำลัง  $n$

### ขั้นเข้าใจ (Understanding)

10. ครูให้แต่ละคนนักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.5 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 จำนวนเชิงซ้อน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเรื่องการบวกเลขที่อยู่ในรูป  $i$  ยกกำลัง  $n$  แล้วสุ่มนักเรียนเฉลยคำตอบ โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง
11. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน แล้วช่วยกันหาคำตอบในแบบฝึกทักษะ 1.1 ข้อ 4 แล้วนักเรียนและครูร่วมกันเฉลยคำตอบที่ถูกต้อง

### ชั่วโมงที่ 3

### ขั้นรู้ (Knowing)

12. ครูให้นักเรียนพิจารณาการหาผลบวกของ  $i$  ยกกำลัง  $n$  เมื่อ  $n$  แทนจำนวนนับใด ๆ เช่น ผลบวกของ

$$i + i^2 + i^3 + i^4 = i + (-1) + (-i) + 1 = 0$$

$$i^2 + i^3 + i^4 + i^5 = (-1) + (-i) + 1 + i = 0$$

13. ครูให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาความสัมพันธ์ของผลบวกของ  $i$  ยกกำลัง  $n$  ที่เรียงลำดับ จะพบว่า “ผลบวกของ  $i^n$  4 จำนวนที่เรียงลำดับต่อกันจะรวมกันได้เท่ากับ 0 เสมอ”

### ขั้นเข้าใจ (Understanding)

14. ครูให้นักเรียนจับคู่กัน แล้วช่วยกันทำแบบฝึกทักษะ 1.1 ข้อ 5 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.5 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 จำนวนเชิงซ้อน จากนั้นนักเรียนและครูร่วมกันเฉลยคำตอบบนกระดาน

### ชั่วโมงที่ 4

### ขั้นรู้ (Knowing)

15. ครูให้นักเรียนพิจารณาการหาผลคูณของ  $i$  ยกกำลัง  $n$  เมื่อ  $n$  แทนจำนวนนับใด ๆ เช่น ผลคูณของ

$$i \cdot i^2 \cdot i^3 \cdot i^4 = (i)(-1)(-i)(1) = -1$$

$$i^3 \cdot i^4 \cdot i^5 \cdot i^6 = (-i)(1)(i)(-1) = -1$$

16. ครูให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาความสัมพันธ์ของผลคูณของ  $i$  ยกกำลัง  $n$  ที่เรียงลำดับ จะพบว่า “ผลคูณของ  $i^n$  4 จำนวนที่เรียงลำดับต่อกันจะมีผลคูณเท่ากับ -1 เสมอ”

### ขั้นเข้าใจ (Understanding)

17. ครูให้นักเรียนจับคู่และแต่ละคู่ศึกษาตัวอย่างที่ 4 จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.5 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 จำนวนเชิงซ้อน แล้วแลกเปลี่ยนความรู้กับคู่ของตนเอง จากนั้นครูให้นักเรียนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.5 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 จำนวนเชิงซ้อน แล้วครูสุ่มนักเรียนทีละคู่ให้เฉลยคำตอบบนกระดาน โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง

### ขั้นลงมือทำ (Doing)

18. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน แล้วร่วมกันทำแบบฝึกทักษะ 1.1 ข้อ 6 ระดับท้าทาย ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.5 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 จำนวนเชิงซ้อน และครูสุ่มเลือกนักเรียน 1 กลุ่มออกมานำเสนอแนวคิดในการหาคำตอบ

### ขั้นสรุป

1. ครูถามคำถามเพื่อสรุปความรู้รวบยอดของนักเรียน ดังนี้

1.1 จำนวนเชิงซ้อนมีกี่ส่วนประกอบด้วยอะไรบ้าง

(แนวคำตอบ: 2 ส่วนคือ ส่วนจริงและส่วนจินตภาพ)

1.2 การเขียนจำนวนเชิงซ้อนสามารถเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์แบบใด

(แนวคำตอบ: จำนวนเชิงซ้อนใด ๆ แทนด้วย  $z$  เมื่อ  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ จำนวนจริงแทนด้วย  $a$  จำนวนจินตภาพแทนด้วย  $bi$  ดังนั้น  $z = a + bi$  หรือ  $(a, b)$ )

1.3 กำหนดให้  $z = 2 - 3i$  ให้นักเรียนระบุส่วนจริงและส่วนจินตภาพ

(แนวคำตอบ: ส่วนจริงคือ 2 และส่วนจินตภาพคือ 3)

1.4 การหาค่าของ  $i$  ยกกำลัง  $n$  หาได้อย่างไร

(แนวคำตอบ:  $i^n = 1$  เมื่อ  $n \div 4$  แล้วเหลือเศษ 0 (หารลงตัว)

$i^n = i$  เมื่อ  $n \div 4$  แล้วเหลือเศษ 1

$i^n = -1$  เมื่อ  $n \div 4$  แล้วเหลือเศษ 2

$i^n = -i$  เมื่อ  $n \div 4$  แล้วเหลือเศษ 3 )

1.5 ผลบวกและผลคูณของ  $i$  ยกกำลัง  $n$  ที่เรียงลำดับติดกัน 4 จำนวนมีความสัมพันธ์อย่างไร

(แนวคำตอบ “ผลบวกของ  $i^n$  4 จำนวนที่เรียงลำดับต่อกันจะรวมกันได้เท่ากับ 0 เสมอ” และ “ผลคูณของ  $i^n$  4 จำนวนที่เรียงลำดับต่อกันจะมีผลคูณเท่ากับ -1 เสมอ” )

## 7. การวัดและประเมินผล

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
7.1 การประเมินก่อนเรียน - แบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 จำนวนเชิงซ้อน	- ตรวจสอบแบบทดสอบ ก่อนเรียน	- แบบทดสอบก่อน เรียน	- ประเมินตามสภาพ จริง
7.2 ประเมินระหว่างการจัด กิจกรรมการเรียนรู้			
1) จำนวนเชิงซ้อน	- ตรวจสอบใบงานที่ 1.1.1 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 1.1	- ใบงานที่ 1.1.1 - แบบฝึกทักษะ 1.1	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) นำเสนอผลงาน	- ประเมินการนำเสนอ ผลงาน	- แบบประเมินการ นำเสนอผลงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการทำงาน รายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการ ทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการ ทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) พฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการ ทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรมการ ทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
5) คุณลักษณะอันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมินคุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

## 8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

### 8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.5 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 จำนวนเชิงซ้อน
- 2) หนังสือแบบฝึกหัดรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.5 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 จำนวนเชิงซ้อน
- 3) ใบงานที่ 1.1.1 เรื่อง แผนผังของจำนวนจริง

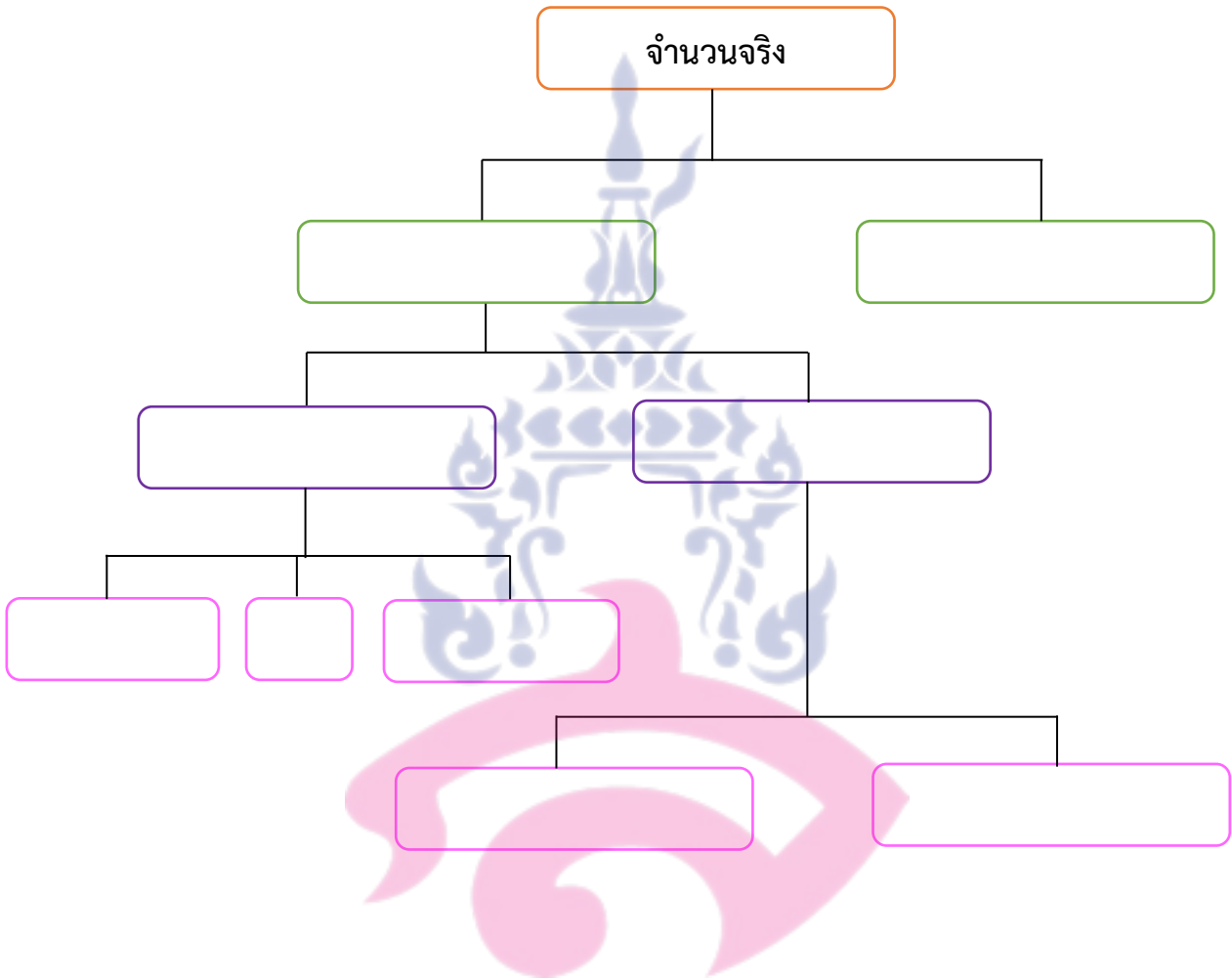
### 8.2 แหล่งการเรียนรู้

ใบงานที่ 1.1.1

เรื่อง แผนผังของจำนวนจริง

---

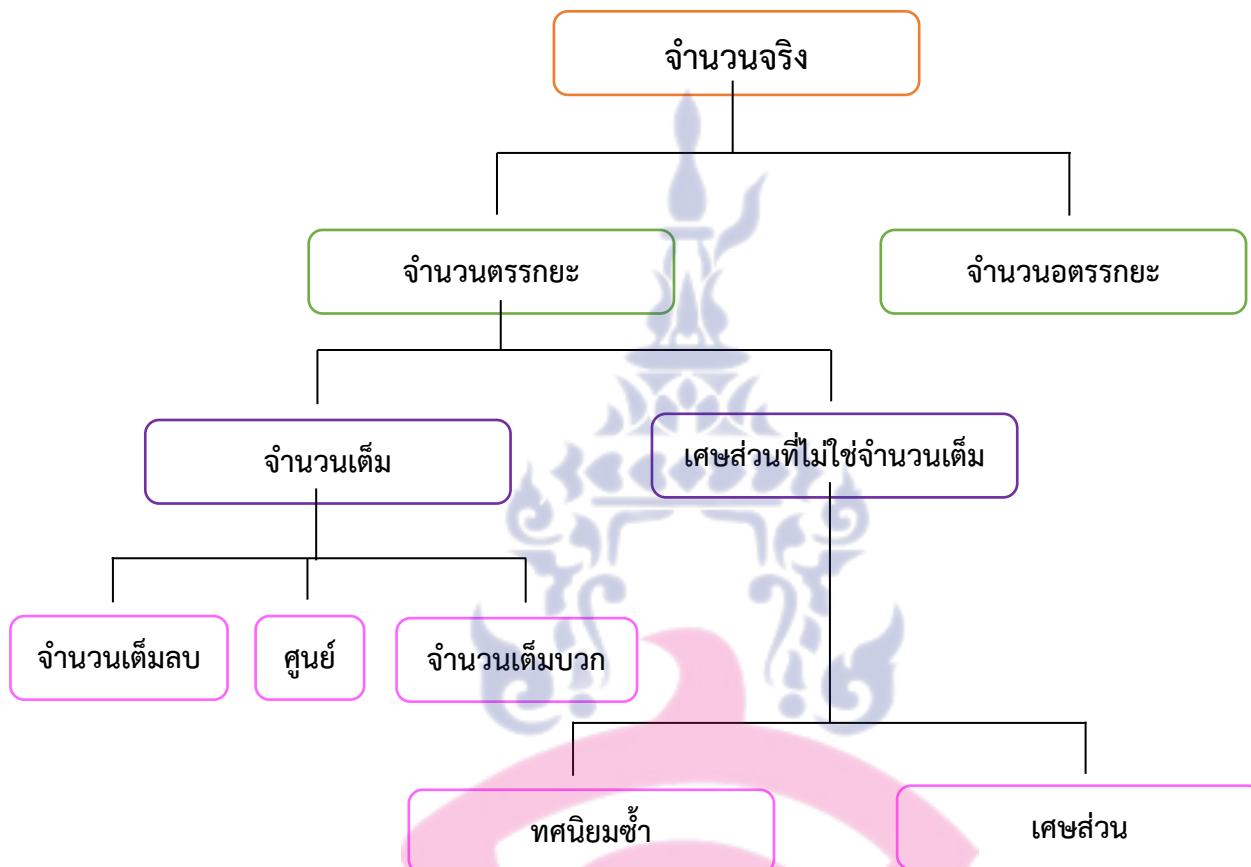
**คำชี้แจง :** ให้นักเรียนเติมช่องว่างในแผนผังของจำนวนจริงให้สมบูรณ์



ใบงานที่ 1.1.1

เรื่อง แผนผังของจำนวนจริง

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเติมช่องว่างในแผนผังของจำนวนจริงให้สมบูรณ์



### 9. ความเห็นของผู้บริหารสถานศึกษาหรือผู้ที่ได้รับมอบหมาย

ข้อเสนอแนะ .....

ลงชื่อ .....

(.....)

ตำแหน่ง .....

### 10. บันทึกผลหลังการสอน

- ด้านความรู้

.....

- ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

.....

- ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

.....

- ด้านความสามารถทางคณิตศาสตร์

.....

- ด้านอื่น ๆ (พฤติกรรมเด่น หรือพฤติกรรมที่มีปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคล (ถ้ามี))

.....

- ปัญหา/อุปสรรค

.....

- แนวทางการแก้ไข

.....

.....