



เอกสารประกอบการสอน

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4 (ค 32202)

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2

จำนวนเชิงซ้อน

$$X^2 + 1 = 0$$

โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

## โครงการสอน

วิชา ค 32202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4

จำนวน 2 ชั่วโมงต่อสัปดาห์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สถานภาพรายวิชา เพิ่มเติม

จำนวน 1 หน่วยกิต

ภาคเรียนที่ 2

โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

\*\*\*\*\*

### ผลการเรียนรู้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อน
2. มีความเข้าใจสมบัติต่างๆเกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อน การดำเนินการไปใช้ในการแก้ปัญหาได้
3. การนำความรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อนไปแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียวที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็มดีกรีไม่เกินสามและหารากที่  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวกได้
4. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเวกเตอร์ในในสามมิติ
5. หาผลบวกและลบเวกเตอร์ การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ ผลคูณเชิงสเกลาร์ และผลคูณเชิงเวกเตอร์ได้
6. หาขนาดและทิศทางของเวกเตอร์ที่กำหนดให้ได้

### สาระการเรียนรู้และรายละเอียดกำหนดการสอนเนื้อหาในแต่ละสัปดาห์

สาระการเรียนรู้	เรื่อง	จำนวนคาบ
1. จำนวนเชิงซ้อน	1.1 จำนวนเชิงซ้อนและสมบัติเชิงพีชคณิตของจำนวนเชิงซ้อน	8
	1.2 จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว	6
	1.3 รากที่ $n$ ของจำนวนเชิงซ้อน เมื่อ $n$ เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1	8
	1.4 สมการพหุนาม	6
	สอบกลางภาค : สาระการเรียนรู้ที่ 1.1 – 1.4.	2
2. เวกเตอร์ในสามมิติ	2.1 เวกเตอร์ นิเสธของเวกเตอร์ในสองมิติและสามมิติ	10
	2.2 การบวก การลบและการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ ในสองมิติและสามมิติ	10
	2.3 ผลคูณเชิงสเกลาร์และผลคูณเชิงเวกเตอร์	8
	สอบปลายภาค : สาระการเรียนรู้ที่ 2 หัวข้อ 2.1 – 2.3	2
	รวม	60



## จำนวนเชิงซ้อน (Complex Numbers)

### 🍎 บทนิยาม จำนวนเชิงซ้อน

จำนวนเชิงซ้อนจะเขียนในรูป  $z = a + bi$  เมื่อ  $a, b \in \mathbb{R}$  โดยที่  $i^2 = -1$

เราเรียก  $a$  ว่า ส่วนจริงของ  $z$  เขียนแทนด้วย  $\text{Re}(z)$

เราเรียก  $b$  ว่า ส่วนจินตภาพของ  $z$  เขียนแทนด้วย  $\text{Im}(z)$

ค่าของ  $i^n$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก

$$i^n = \begin{cases} i & \text{เมื่อ } n \text{ หารด้วย 4 เหลือเศษ 1} \\ -1 & \text{เมื่อ } n \text{ หารด้วย 4 เหลือเศษ 2} \\ -i & \text{เมื่อ } n \text{ หารด้วย 4 เหลือเศษ 3} \\ 1 & \text{เมื่อ } n \text{ หารด้วย 4 เหลือเศษ 0} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} i + i^2 + i^3 + i^4 &= 0 \\ i^{4k} + i^{4k+1} + i^{4k+2} + i^{4k+3} &= 0 \end{aligned}$$

### 🍎 การเท่ากัน และการบวก การคูณของจำนวนเชิงซ้อน

กำหนดจำนวนเชิงซ้อน  $z_1 = a + bi$ ,  $z_2 = c + di$  เมื่อ  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

- (1) การเท่ากัน :  $z_1 = z_2 \Leftrightarrow a = c \wedge b = d$
- (2) การบวก :  $z_1 \pm z_2 = (a \pm c) + (b \pm d)i$
- (3) การคูณ :  $z_1 z_2 = (ac - bd) + (ad + bc)i$
- (4) การคูณด้วย  $k$  :  $kz_1 = ka + kbi$

### 🍎 สมบัติการบวกและการคูณของจำนวนเชิงซ้อน

ถ้า  $z_1, z_2, z_3$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน

สมบัติ	การบวก	การคูณ
1. สมบัติปิด	$z_1 + z_2$ เป็นจำนวนเชิงซ้อน	$z_1 z_2$ เป็นจำนวนเชิงซ้อน
2. การสลับที่	$z_1 + z_2 = z_2 + z_1$	$z_1 z_2 = z_2 z_1$
3. การเปลี่ยนกลุ่ม	$(z_1 + z_2) + z_3 = z_1 + (z_2 + z_3)$	$(z_1 z_2) z_3 = z_1 (z_2 z_3)$
4. การมีเอกลักษณ์	มี $0$ เป็นเอกลักษณ์ นั่นคือ $0 + z = z + 0 = z$	มี $1$ เป็นเอกลักษณ์ นั่นคือ $1 \cdot z = z \cdot 1 = z$
5. การมีอินเวอร์ส	ถ้า $z = a + bi$ , $a, b \in \mathbb{R}$ จะมี $-z = -a - bi$ เป็นอินเวอร์ส	ถ้า $z = a + bi \neq 0$ , $a, b \in \mathbb{R}$ จะมี $z^{-1} = \frac{a}{a^2 + b^2} - \frac{b}{a^2 + b^2}i$ เป็นอินเวอร์ส
6. การกระจาย	$z_1(z_2 + z_3) = z_1 z_2 + z_1 z_3 = (z_2 + z_3)z_1$	



ตัวอย่างที่ 1

1. กำหนดให้  $i^2 = -1$  จงหาค่าในแต่ละข้อต่อไปนี้

(1)  $i + i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{2563}$

(2)  $i^7 + i^8 + i^9 + i^{10} + \dots + i^{1001}$

(3)  $i^{11} + i^{13} + i^{15} + \dots + i^{1999}$

(4)  $i^{10} - i^{12} + i^{14} - i^{16} + \dots + i^{120}$

(5)  $i^{100} \cdot i^{101} \cdot i^{102} \cdot i^{103} \cdot \dots \cdot i^{1001}$

(6)  $i^{10} \cdot i^{12} \cdot i^{14} \cdot i^{16} \cdot \dots \cdot i^{2010}$

(7)  $i^n + i^{n+1} + i^{n+2} + i^{n+3} + \dots + i^{n+113}$

(8)  $i^n \cdot i^{n+1} \cdot i^{n+2} \cdot i^{n+3} \cdot \dots \cdot i^{n+113}$



คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4 จำนวนเชิงซ้อน

2. จงหาจำนวนจริง  $x$  ที่สอดคล้องกับสมการ  $x^2 - 2x - 6i = 5xi + 8 + x^2i$

3. จงหาจำนวนจริง  $x$  และ  $y$  ที่สอดคล้องกับสมการ  $(1 - i)x + (1 + i)y = 1 - 3i$

4. จงหาจำนวนจริง  $x$  และ  $y$  ที่สอดคล้องกับสมการ  $(2 + 3i)x^2 - (3 - 2i)y = 2x - 3y + 15i$



คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4 จำนวนเชิงซ้อน

5. จงหาค่าแต่ละข้อต่อไปนี้ในรูป  $a + bi$

(1)  $(1 - 2i)^3(2 - i)^2(1 + 2i)^3(2 + i)^2$

(2)  $[(1 + i)(1 - i)]^{12}$

(3)  $(1 + i)^{12} + (1 - i)^{12}$



## 🍏 สัจยคของจำนวนเชิงซ้อน (Conjugate)

บทนิยาม กำหนด  $z = a + bi$  เมื่อ  $a, b \in \mathbb{R}$

สังยคของ  $z$  เขียนแทนด้วย  $\bar{z}$  และ  $\bar{z} = a - bi$

## 🍏 สมบัติของสังยคของจำนวนเชิงซ้อน

$$(1) \quad \overline{\bar{z}} = z$$

$$(2) \quad \overline{z_1 \pm z_2} = \bar{z}_1 \pm \bar{z}_2$$

$$(3) \quad \overline{z_1 z_2} = \bar{z}_1 \bar{z}_2$$

$$(4) \quad \overline{\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} \bar{z}_1 \\ \bar{z}_2 \end{pmatrix}$$

$$(5) \quad \overline{(z^{-1})} = (\bar{z})^{-1} = \frac{1}{\bar{z}} ; z \neq 0$$

$$(6) \quad \overline{(kz)} = k(\bar{z}) ; k \in \mathbb{R}$$

$$(7) \quad \overline{(z^n)} = (\bar{z})^n ; n \in \mathbb{I}$$

$$(8) \quad \frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{z \cdot \bar{z}} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$$

$$(9) \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{z_2 \cdot \bar{z}_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{|z_2|^2} \quad ** \text{การหารในระบบจำนวนเชิงซ้อน} **$$

## ตัวอย่างที่ 2

1. กำหนดให้  $z_1 = 1 + 2i$ ,  $z_2 = 2 - i$  จงหาค่าแต่ละข้อต่อไปนี้

$$(1) \quad \bar{z}_1 + 2\bar{z}_2$$

$$(2) \quad \overline{(2z_1 - \bar{z}_2)}$$

$$(3) \quad (z_1 \bar{z}_1)^8 - (\bar{z}_2 z_2)^8$$

$$(4) \quad \bar{z}_1^2 - 2z_1 \bar{z}_2 - 8z_2^2$$



2. กำหนดให้  $z = i^{23} + i^{24} + i^{25} + \dots + i^{218}$  จงหา  $4z^{-1}$

3. กำหนดให้  $z = \left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^3 + \left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^6 + \left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^9 + \dots + \left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^{102}$  จงหา  $(z^{-1} + \bar{z}) \cdot z$

4. กำหนดให้  $z = \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{10} - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{11} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{12} - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{13} + \dots - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{203}$  จงหา  $2(\bar{z}^{-1})$





## ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน (Absolute Value)

บทนิยาม กำหนด  $z = a + bi$  เมื่อ  $a, b \in \mathbb{R}$

ค่าสัมบูรณ์ของ  $z$  เขียนแทนด้วย  $|z|$  และ  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

## สมบัติของค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

(1)  $z\bar{z} = |z|^2$

(2)  $|z| = |\bar{z}| = |-z|$

(3)  $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$

(4)  $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$

(5)  $|z^n| = |z|^n$

(6)  $|z^{-1}| = \frac{1}{|z|}$

(7)  $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$  เมื่อ  $z_2 \neq 0$

(8)  $|z| \geq \operatorname{Re}(z)$  และ  $|z| \geq \operatorname{Im}(z)$

(9)  $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$

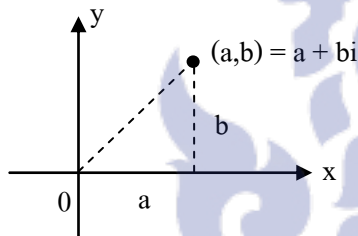
(10)  $|z_1 - z_2| \geq ||z_1| - |z_2||$

(11)  $|i^n| = 1; n \in \mathbb{N}$

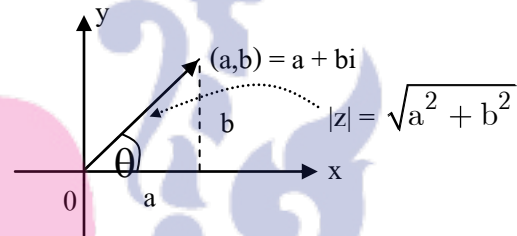
(12)  $|z_1 \pm z_2|^2 = (z_1 \pm z_2)\overline{(z_1 \pm z_2)}$

## กราฟของจำนวนเชิงซ้อน

กำหนด  $z = a + bi$  จะได้กราฟแทน  $z$  ด้วยกราฟได้ดังนี้



ในระนาบระบบพิกัดฉาก  $z$  แทนด้วยจุด  $(a, b)$



ในระนาบระบบพิกัดเชิงขั้ว  $z$  แทนด้วยเวกเตอร์ ซึ่งมีจุดเริ่มต้นที่  $(0,0)$  และจุดสิ้นสุดที่  $(a, b)$

## ตัวอย่างที่ 3

- ดูหนังสือแบบฝึกหัดหน้าที่ 19



2. จงหาค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน  $z$  ที่กำหนดแต่ละต่อไปนี้

(1)  $z = \frac{i^2 + 2i^3 + 3i^3 + 4i^4}{4 - 3i}$

(2)  $z = \frac{1 - i}{\sqrt{3} + i}$

3. กำหนดให้  $z = (1 - i)^{10}$  จงหา  $|z^{-1} + z|$



4. กำหนดให้  $z^2 = 7 - 24i$  จงหาค่าของ  $|z^{-1} + \bar{z}|$

5. ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่ง  $|z| = |3 - 4i|$  และ  $|z - 1| = \sqrt{30}$  แล้ว  $\text{Re}(z)$  เท่ากับเท่าใด



### 🍏 การหารากที่ 2 ของจำนวนเชิงซ้อน ( Square Root of Complex Number )

กำหนดให้  $z = a + bi$  เมื่อ  $a, b \in \mathbb{R}$  และ  $r = \sqrt{a^2 + b^2}$

รากที่ 2 ของ  $z$  คือ

$$\pm \left( \sqrt{\frac{r+a}{2}} + \sqrt{\frac{r-a}{2}} i \right), \quad b \geq 0$$

$$\pm \left( \sqrt{\frac{r+a}{2}} - \sqrt{\frac{r-a}{2}} i \right), \quad b < 0$$

### 🍏 คำตอบของสมการพหุนามกำลังสอง

สมการพหุนามดีกรีสอง  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a \neq 0$

สมการมีคำตอบในระบบจำนวนจริง เมื่อ  $b^2 - 4ac \geq 0$

สมการไม่มีคำตอบในระบบจำนวนจริง เมื่อ  $b^2 - 4ac < 0$

$$\text{จะได้ } x = \frac{-b \pm (\sqrt{|b^2 - 4ac|})i}{2a}$$

**ตัวอย่างที่ 4** จงหารากที่สองของจำนวนเชิงซ้อน  $z$  ในแต่ละข้อต่อไปนี้ ( ใช้สูตร  $\pm \left( \sqrt{\frac{|z|+a}{2}} \pm \sqrt{\frac{|z|-a}{2}} i \right)$  )

(1)  $z = -4$

(2)  $z = 16i$



(3)  $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

(4)  $z = -5 + 12i$

ตัวอย่างที่ 5 แบบฝึกหัดหน้า 30. - 32.

## 🍏 จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ( Polar Form )

กำหนดให้  $z = a + bi$  เมื่อ  $a, b \in \mathbb{R}$  โดยที่  $z \neq 0$  จะสามารถหารูปเชิงขั้วของ  $z$  ได้ตามขั้นตอนต่อไปนี้

Step 1 : หา  $r$  จาก  $r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Step 2 : หา  $\theta$  จาก  $\tan \theta = \frac{a}{b}$

จะได้  $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$

$$\bar{z} = r(\cos(-\theta) + i \sin(-\theta))$$

$$z^{-1} = r^{-1}(\cos(-\theta) + i \sin(-\theta))$$

ตัวอย่างที่ 6 จงเขียนจำนวนเชิงซ้อน  $z$  ต่อไปนี้ในรูปเชิงขั้ว

(1)  $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

(2)  $z = \sqrt{3} - i$



(3)  $z = -2 + 2\sqrt{3}i$

(4)  $z = -\sqrt{2} - \sqrt{2}i$

(5)  $z = -3i$

(6)  $z = \sqrt{5}$

### 🍏 การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

กำหนด  $z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)$  และ  $z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)$  จะได้ว่า

(1)  $z_1 z_2 = r_1 r_2 (\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2))$

(2)  $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} (\cos(\theta_1 - \theta_2) + i\sin(\theta_1 - \theta_2))$

(3)  $z_1^n = r_1^n (\cos n\theta_1 + i\sin n\theta_1)$  เมื่อ  $n \in \mathbb{Z}$

[\*\*\* กฎของเดอมัวร์ \*\*\*]



ตัวอย่างที่ 7 จงเขียนจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้ในรูปของ  $z = a + bi$  เมื่อ  $a, b \in \mathbb{R}$

(1)  $(\cos 18^\circ + i \sin 18^\circ)(\cos 12^\circ + i \sin 12^\circ)$

(2)  $[\sqrt{2}(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)](\sin 60 + i \cos 60)$

(3)  $[2(\cos 15^\circ - i \sin 15^\circ)][3(\cos 70^\circ + i \sin 70^\circ)](\sin 35^\circ - i \cos 35^\circ)$



(4) 
$$\frac{3(\cos 15^\circ + i \cos 75^\circ)}{2 \sin 45^\circ - 2i \sin 45^\circ}$$

(5) 
$$(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ)^3$$

(6) 
$$[8(\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ)]^{\frac{1}{3}}$$





ตัวอย่างที่ 8 จงเขียนจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้ในรูปของ  $z = a + bi$  เมื่อ  $a, b \in \mathbb{R}$

(1)  $(-1 + \sqrt{3}i)^5$

(2)  $(\sqrt{2} + \sqrt{2}i)^{20}$

(3)  $\left(\frac{\sqrt{3} - i}{\sqrt{3} + i}\right)^{20}$



$$(4) \left( \frac{1 - \sqrt{3}i}{1 + \sqrt{3}i} \right)^5 \left( \frac{1+i}{1-i} \right)^{15}$$

### 🍏 การหารากที่ $n$ ของจำนวนเชิงซ้อน

ทฤษฎีบท ถ้า  $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$

$$\text{แล้ว รากที่ } n \text{ ของ } z = \sqrt[n]{r} \left[ \cos \left( \frac{\theta}{n} + \frac{360^\circ}{n} k \right) + i \sin \left( \frac{\theta}{n} + \frac{360^\circ}{n} k \right) \right]$$

เมื่อ  $k \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$

ตัวอย่างที่ 9 แบบฝึกหัดหน้า 37. - 40.



## 🍏 การแก้สมการพหุนาม

กำหนดให้  $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$  เมื่อ  $a_n \neq 0$

โดยที่  $n \in \mathbb{I}^+$  และ  $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_0$  เป็นจำนวนจริง

เรียก  $P(x) = 0$  ว่าสมการพหุนามดีกรี  $n$

เรียกจำนวนเชิงซ้อน  $a$  ที่ทำให้  $P(a) = 0$  ว่า คำตอบของสมการ

### ทฤษฎีบทที่เกี่ยวกับการใช้แก้สมการพหุนาม

- (1) จำนวนเชิงซ้อน  $a$  เป็นคำตอบของสมการ  $P(x) = 0$  ก็ต่อเมื่อ  $x - a$  เป็นตัวประกอบของ  $P(x)$
- (2) สมการพหุนาม  $P(x) = 0$  มีคำตอบเสมอในระบบจำนวนเชิงซ้อน
- (3) ถ้า  $P(x) = 0$  เป็นสมการพหุนามที่มี ส.ป.ส. เป็นจำนวนเชิงซ้อนและมีกำลังเป็น  $n$  เมื่อ  $n \geq 1$  แล้วสมการนี้มีคำตอบเป็นจำนวนเชิงซ้อน  $n$  คำตอบเท่านั้น
- (4) กำหนด  $P(x) = 0$  เป็นสมการพหุนามที่มี ส.ป.ส. เป็นจำนวนจริง  
ถ้า  $z$  เป็นคำตอบของสมการนี้ แล้ว  $\bar{z}$  เป็นคำตอบของสมการด้วย \*\*\*
- (5) กำหนด  $P(x) = 0$  เป็นสมการพหุนามที่มี ส.ป.ส. เป็นจำนวนตรรกยะ  
ถ้า  $a + \sqrt{b}$  เมื่อ  $a, b \in \mathbb{Q}$  และ  $\sqrt{b} \in \mathbb{Q}^c$  เป็นคำตอบหนึ่งของสมการนี้  
แล้ว  $a - \sqrt{b}$  เป็นคำตอบของสมการนี้ด้วย \*\*\*
- (6) ถ้า  $n$  เป็นจำนวนคี่ จะได้ว่าสมการ  $P(x) = 0$  มีจำนวนคำตอบที่เป็นจำนวนจริงเป็นจำนวนคี่จำนวน และมีคำตอบที่ไม่ใช่จำนวนจริงเป็นจำนวนคู่จำนวน \*\*\*

### ความสัมพันธ์ระหว่างคำตอบของสมการของพหุนามดีกรี 2 และ ดีกรี 3 \*\*\*

- (1) สมการพหุนามดีกรีสอง  $ax^2 + bx + c = 0$  ,  $a \neq 0$

$$\text{จะได้ } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\text{จะมี ผลบวกของคำตอบ} = \frac{-b}{a}$$

$$\text{ผลคูณของคำตอบ} = \frac{c}{a}$$



(2) สมการพหุนามดีกรีสาม  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  ,  $a \neq 0$

จะมี ผลบวกของคำตอบ =  $-\frac{b}{a}$

ผลบวกของผลคูณทีละ 2 ราก =  $\frac{c}{a}$

ผลคูณของคำตอบ =  $-\frac{d}{a}$

(3) สมการพหุนามดีกรี n  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$

จะมี ผลคูณของคำตอบ =  $\frac{(-1)^n a_0}{a_n}$

ผลบวกของคำตอบ =  $-\frac{a_{n-1}}{a_n}$

**ตัวอย่าง**

1. จงแก้สมการในแต่ละข้อต่อไปนี้

(1)  $x^2 + 9 = 0$

(2)  $x^2 + x + 1 = 0$

(3)  $x^2 + 3x + 6 = 0$

(4)  $x^3 + 8 = 0$



(5)  $x^3 - i = 0$

(6)  $x^4 - 1 = 0$

(7)  $x^6 + 81 = 0$

(8)  $x^4 + 10x^2 + 9 = 0$

(9)  $2x^3 - 5x^2 + 6x = 2$



คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4 จำนวนเชิงซ้อน

2. ถ้า  $2 + \sqrt{3}i$  เป็นรากหนึ่งของสมการ  $x^4 - 7x^2 + 20x + 14 = 0$  จงหาเซตคำตอบของสมการ

3. ถ้า  $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$  เป็นคำตอบหนึ่งของสมการ  $x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = 0$   
จงหารากที่เป็นจำนวนจริงของสมการนี้

4. จงหาผลบวกของรากทุกรากของสมการ  $x^5 + 9x^3 - 8x^2 - 72 = 0$



คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4 จำนวนเชิงซ้อน

5. จงหาสมการดีกรีสามที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม โดยมี 2 และ  $1 + i$  เป็นรากหนึ่งของสมการ

6. กำหนดให้  $P(x)$  เป็นพหุนามดีกรีสี่ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนจริง และมี  $2 - i$  และ  $1 + i$  เป็นคำตอบของสมการ  $P(x) = 0$  แต่  $P(0) = 125$  จงหา  $P(-2)$