แผนการจัดการเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์2 รหัสวิชา ค31102

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

โดย

อาจารย์ชูฉกาจ ชูเลิศ

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

โครงการสอน

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 วิชาคณิตศาสตร์4 จำนวน 1.0 หน่วยกิต

หน่วยการเรียนรู้	**เรื่อง**	**คะแนน**	**หมายเหตุ**
1. หลักการนับเบื้องต้น	1. หลักการบวกและการคูณ 2. การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นกรณีที่สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด 3. การจัดหมู่กรณีที่สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด	30	
สอบกลางภาคเรียนที่ 1 - หน่วยที่ 1		20	
2. ความน่าจะเป็น	1. การทดลองสุ่มและเหตุการณ์ 2. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์	30	
สอบปลายภาคเรียนที่ 1 - หน่วยที่ 2		20	
	รวม	= 100	

บทที่ 1
หลักการนับเบื้องต้น

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

หน่อยการเรียนรู้ที่ 1 หลักการนับเบื้องต้น **เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น**

วิชา ค 31102 ชื่อรายวิชา คณิตศาสตร์ 2 **กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 **ปีการศึกษา 2561 เวลา 2 ชั่วโมง**

ผู้สอน อาจารย์ชูฉกาจ ชูเลิศ

ตัวชี้วัดชั้นปี

ตัวชี้วัด ค 3.2 ม. 4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียง สับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถเขียนแผนภาพต้นไม้ของความน่าจะเป็นได้และเข้าใจกฎการนับเบื้องต้น

สาระสำคัญ

แผนภาพต้นไม้ คือ วิธีการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการหาจำนวนวิธีการทั้งหมดที่เป็นไปได้ของเหตุการณ์หนึ่งๆ

หลักการบวก

ในการพิจารณาว่าการจะนำวิธีการในแต่ละสิ่งที่เราทำได้มาบวกกันหรือมาคูณกันนั้นให้เราพิจารณาว่างานนั้นๆ เสร็จงาน ตามที่โจทย์ต้องการหรือยัง

ถ้างานนั้นสามารถแบ่งออกเป็น k กรณี โดย

กรณี 1 สามารถทำงานเสร็จสิ้นได้ n_1 วิธี

กรณี 2 สามารถทำงานเสร็จสิ้นได้ n_2 วิธี

กรณี 3 สามารถทำงานเสร็จสิ้นได้ n_3 วิธี

$\vdots$ $\vdots$

กรณี k สามารถทำงานเสร็จสิ้นได้ n_k วิธี

จำนวนวิธีการทำงานทั้งหมด $n_1 + n_2 + n_3 + \ldots + n_k$ วิธี

หลักการคูณ

ถ้าในการทำงานชิ้นหนึ่งสามารถแบ่งงานเป็น k ขั้นตอนด้วย

ขั้นตอนที่ 1 สามารถทำงานได้ทั้งหมด n_1 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 สามารถทำงานได้ทั้งหมด n_2 วิธี

ขั้นตอนที่ 3 สามารถทำงานได้ทั้งหมด n_3 วิธี

$\vdots$ $\vdots$

ขั้นตอนที่ k สามารถทำงานได้ทั้งหมด n_k วิธี

จำนวนวิธีการทำงานชิ้นหนึ่งดังกล่าวทั้งหมด คือ $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \ldots \cdot n_k$ วิธี

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

1. สามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับได้
2. สามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้แผนภาพต้นไม้อย่างง่ายได้
3. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบจากการคำนวณและการแก้ปัญหาได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. มีทักษะในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้
2. มีการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
3. มีทักษะการใช้กฎการนับในการประยุกต์ใช้ได้

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีระเบียบวินัย
3. ใฝ่เรียนรู้และมุ่งในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้

<u>กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน</u>

ครูพูดถึงคำว่าโอกาสหมายถึงอะไร โอกาสในการกระทำสิ่งใดจะมีกี่วิธีในการกระทำได้

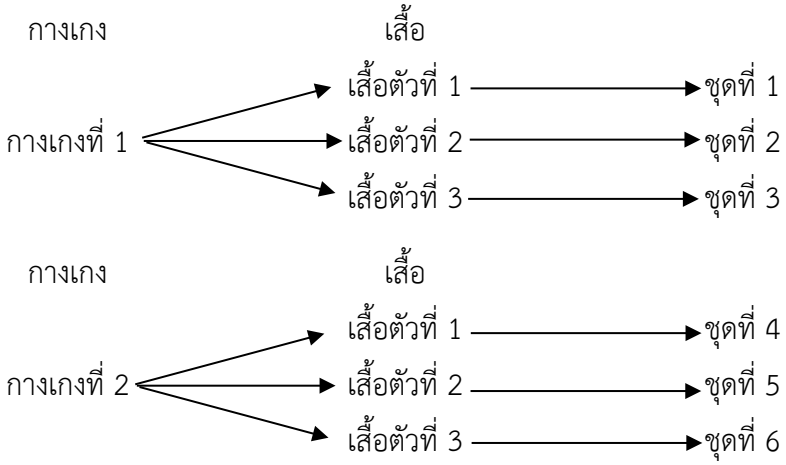
<u>กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน</u>

1. ครูนำนักเรียนสนทนาว่าใครเคยมีปัญหาเรื่องการจัดชุดเสื้อผ้า จัดชุดอาหาร จัดชุดสิ่งของต่างๆ และนักเรียนมีวิธีแก้ไขปัญหาอย่างไร ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนที่เคยมีปัญหา เล่าปัญหา วิธีแก้ปัญหา พร้อมให้นักเรียนคนอื่นร่วมสนทนาแสดงความคิดเห็น

2. ครูบอกนักเรียนเกี่ยวกับแผนภาพต้นไม้ว่าคืออะไร

แผนภาพต้นไม้ คือ วิธีการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการหาจำนวนวิธีการทั้งหมดที่เป็นไปได้ของเหตุการณ์หนึ่งๆ

3. ครูแสดงวิธีแก้ปัญหา หรือหาคำตอบโดยการแผนภาพต้นไม้ของการจัดชุดเสื้อผ้า ที่มีเสื้อ 3 ตัว กางเกง 2 ตัว โดยนักเรียนควรอ่านโจทย์ให้เข้าใจว่าในปัญหานั้นกำหนดเงื่อนไขอะไรบ้าง การพิจารณาเงื่อนไขของปัญหาจะช่วยให้สามารถกำหนดขั้นตอนในการแก้ปัญหา ซึ่งจะช่วยให้สามารถหาคำตอบได้ง่ายขึ้น



4. ครูถามนักเรียนใครตอบ 6 วิธี และมีวิธีอย่างไร พร้อมให้นักเรียนอภิปรายวิธีให้คำตอบ

5. ครูสรุปเราใช้หลักในการคำนวณ 6 วิธี ที่ได้มานี้เกิดจากการกระทำที่ 1 (เลือกกางเกง) ทำได้ 2 วิธี และในแต่ละวิธีนี้ สามารถกระทำอย่างที่ 2 (เลือกเสือ) ได้ 3 วิธี ดังนั้นได้ทั้งหมด $2 \times 3 = 6$ วิธี เพื่อความเข้าใจตรงกัน สรุปเป็นกฎข้อที่ 1 ได้ดังนี้

กฎการนับ (กฎการคูณ)

ถ้าในการทำงานชิ้นหนึ่งสามารถแบ่งงานเป็น k ขั้นตอนด้วย

ขั้นตอนที่ 1 สามารถทำงานได้ทั้งหมด n_1 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 สามารถทำงานได้ทั้งหมด n_2 วิธี

ขั้นตอนที่ 3 สามารถทำงานได้ทั้งหมด n_3 วิธี

$\vdots$ $\vdots$

ขั้นตอนที่ k สามารถทำงานได้ทั้งหมด n_k วิธี

จำนวนวิธีการทำงานชิ้นหนึ่งดังกล่าวทั้งหมด คือ $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \ldots \cdot n_k$ วิธี

6. ครูยกตัวอย่างต่อไปโดยโจทย์กำหนดให้นักเรียนต้องจัดชุดเสื้อ 5 ตัว กางเกง 3 ตัว ถุงเท้า 5 คู่ รองเท้า 2 คู่ หมวก 2 ใบ จะจัดชุดแต่งตัวให้ครบทั้ง 5 อย่าง ได้ทั้งหมดกี่วิธี บนกระดาน ให้นักเรียนลองหาคำตอบโดยเขียนคำตอบในกระดาษ

7. ครูแสดงวิธีแก้ปัญหา หรือหาคำตอบโดยการแผนภาพต้นไม้ของการจัดชุดเสื้อผ้าที่มีเสื้อ 5 ตัว กางเกง 3 ตัว ถุงเท้า 5 คู่ รองเท้า 2 คู่ หมวก 2 ใบ จะจัดชุดแต่งตัวให้ครบทั้ง 5 อย่าง ได้ทั้งหมดกี่วิธีโดยนักเรียนควรอ่านโจทย์ให้เข้าใจว่าในปัญหานั้นกำหนดเงื่อนไขอะไรบ้าง การพิจารณาเงื่อนไขของปัญหาจะช่วยให้สามารถกำหนดขั้นตอนในการแก้ปัญหา ซึ่งจะช่วยให้สามารถหาคำตอบได้ง่ายขึ้น

วิธีทำ แต่งตัว 1 ชุด ต้องใส่กางเกง เสื้อ ถุงเท้า รองเท้า และหมวก

โดย ทำงานอย่างแรก	เลือกเสื้อได้	3 วิธี
ทำงานอย่างที่สอง	เลือกกางเกงได้	5 วิธี
ทำงานอย่างที่สาม	เลือกถุงรองเท้าได้	2 วิธี
ทำงานอย่างที่สี่	เลือกรองเท้าได้	2 วิธี
ทำงานอย่างที่ห้า	เลือกหมวกได้	2 วิธี

ดังนั้นจะเลือกแต่งชุดได้ทั้งหมด $3 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2 = 120$ วิธี

8. ครูสรุปเราใช้หลักในการคำนวณ 120 วิธี ที่ได้มานี้เกิดจากการกระทำที่ 1 (เลือกเสื้อ) ทำได้ 3 วิธี และในแต่ละวิธีนี้ สามารถกระทำอย่างที่ 2 (เลือกกางเกง) ได้ 5 วิธี และในแต่ละวิธีนี้ สามารถกระทำอย่างที่ 3 (เลือกถุงรองเท้า) ได้ 2 วิธี และในแต่ละวิธีนี้ สามารถกระทำอย่างที่ 4 (เลือกรองเท้า) ได้ 2 วิธี และในแต่ละวิธีนี้ สามารถกระทำอย่างที่ 4 (เลือกหมวก) ได้ 2 วิธี
ดังนั้น ได้ทั้งหมด $3 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2 = 120$ วิธี เพื่อความเข้าใจตรงกัน

9. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนได้ฝึกฝนและทำความเข้าใจมากขึ้น

ตัวอย่าง ฟิวเจอร์ผู้โอบอ้อมอารี ต้องการแจกแอปเปิ้ลอยู่ 4 ลูก ต้องการมอบให้เพื่อนรัก 10 คน จะมีวิธีการแจกกี่วิธีเมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไข

วิธีทำ ฟิวเจอร์ต้องการแจกแอปเปิ้ล 4 ลูกให้เพื่อนสิบคน

โดยทำงานอย่างแรก เลือกได้ 10 วิธี

โดยทำงานอย่างสอง เลือกได้ 10 วิธี

โดยทำงานอย่างสาม เลือกได้ 10 วิธี

โดยทำงานอย่างที่สี่ เลือกได้ 10 วิธี

ดังนั้นฟิวเจอร์จะเลือกแจกแอปเปิ้ลให้เพื่อนได้ทั้งหมด 10x10x10x10 = 10000 วิธี

2) ไม่ให้ซ้ำคน

วิธีทำ โดยทำงานอย่างแรก เลือกได้ 10 วิธี

โดยทำงานอย่างสอง เลือกได้ 9 วิธี

โดยทำงานอย่างสาม เลือกได้ 8 วิธี

โดยทำงานอย่างที่สี่ เลือกได้ 7 วิธี

ดังนั้นฟิวเจอร์จะเลือกแจกแอปเปิ้ลให้เพื่อนได้ทั้งหมด 10 x 9 x 8 x 7 วิธี

ตัวอย่าง ในงานเลี้ยงงานแต่งงานงานหนึ่ง ในจำนวนผู้ร่วมงานครั้งนี้มี พลอย แอนท์ แป้ง และหยก ได้นำร่มติดตัวมาด้วยและได้นำร่มมาวางไว้ในที่ๆจัดเตรียมไว้ ซึ่งมีเฉพาะร่มของคนทั้ง 4 นี้เท่านั้น เมื่องานเลิก จงหาวิธีทั้งหมดที่คนทั้ง 4 คน หยิบร่มที่วางไว้แบบไม่เจาะจง

วิธีทำ วิธีในการที่ทั้ง 4 คน จะหยิบร่ม 1 คันโดยไม่เจาะจง แบ่งเป้นออกเป็น 4 ขั้นตอนดังนี้

โดย งานขั้นแรก พลอยหยิบร่ม 1 คันจากร่ม 4 คัน จะเลือกได้ทั้งหมด 4 วิธี

งานขั้นที่สอง แอนท์หยิบร่ม 1 คันจากร่มที่เหลือ 3 คัน จะเลือกได้ทั้งหมด 3 วิธี

งานขั้นที่สาม แป้งหยิบร่ม 1 คันจากร่มที่เหลือ 2 คัน จะเลือกได้ทั้งหมด 2 วิธี

งานขั้นที่สี่ หยกหยิบร่ม 1 คัน จากร่มที่เหลือ 1 คัน จะเลือกได้ทั้งหมด 1 วิธี

ดังนั้นจะมีวิธีการหยิบร่ม ทั้งหมด 4x3x2x1 = 24 วิธี

10.นักเรียนบันทึกอภิปรายและสรุปองค์ความรู้จากตัวอย่างที่ผ่านมาพร้อมคำอธิบายเพิ่มเติม

11.ครูอธิบายเพิ่มเติมถึงกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ ยังมีกฎการบวก ใน การทำงานอย่างหนึ่งมีวิธีการทำงานได้ *k* แบบ แต่ละแบบงานเสร็จโดยไม่ต่อเนื่องกับแบบอื่น

12.ครูยกตัวอย่างการใช้กฎการบวก (Addition principle) และเน้นให้นักเรียนควรอ่านโจทย์ให้เข้าใจว่าในปัญหานั้นกำหนดเงื่อนไขอะไรบ้างการพิจารณาเงื่อนไขของปัญหาจะ ช่วยให้สามารถกำหนดขั้นตอนในการแก้ปัญหา ซึ่งจะช่วยให้สามารถหาคำตอบได้ง่ายขึ้น

ตัวอย่าง ต้องการจำนวนคู่ 4 หลัก โดยเลือกจากตัวเลขโดด 0, 1, 2, 3, 4, 5 โดยเลขในแต่ ละหลักใช้เลขโดดไม่ซ้ำกัน จะได้จำนวนคู่ทั้งหมดกี่จำนวน

วิธีทำ เนื่องจาก 4 หลัก ในหลักพัน เป็น 0 ไม่ได้และในหลักหน่วยจะต้องเป็นเลข 0, 2, 4 จึงจะเป็นจำนวนคู่ที่ต้องการ

ดังนั้น **กรณีที่ 1** เลขคู่หลักหน่วยเป็นเลข 0

เลือกตัวเลขหลักหน่วย 1 วิธี

เลือกตัวเลขหลักสิบ 5 วิธี

เลือกตัวเลขหลักร้อย 4 วิธี

เลือกตัวเลขหลักพัน 3 วิธี

จำนวนคู่จะได้ 1 ×5 ×4 ×3 = 60 จำนวน

กรณีที่ 2 เลขคู่ที่หลักหน่วยไม่เป็นเลข 0

เลือกตัวเลขหลักหน่วย 2 วิธี

เลือกตัวเลขหลักพัน 4 วิธี

เลือกตัวเลขหลักร้อย 4 วิธี

เลือกตัวเลขหลักสิบ 3 วิธี

จำนวนคู่จะได้ 2 ×4 ×4 ×4 = 96 จำนวน

ดังนั้น จะได้จำนวนคู่ 4 หลัก จากเลือกตัวเลขโดด 0, 1, 2, 3, 4, 5 โดยเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกันได้ทั้งหมด 60 + 96 = 156 จำนวน

13. ครูยกตัวอย่างกฎการบวกเพิ่มเติม

ตัวอย่าง มีสลาก 6 ใบมีความหมาย 1-6 กำกับไว้ ให้สุ่มหยิบสลาก 2 ครั้งๆละใบ ถ้าครั้งแรกได้เลขคู่ให้ใส่สลากใบนั้นกลับคืนก่อนหยิบครั้งที่สอง แต่ถ้าครั้งแรกได้เลขคี่ ก็หยิบครั้งที่สองได้โดยไม่ต้องใส่สลากกลับคืน

1) วิธีที่หยิบได้ทั้งหมดมีค่าเท่าใด

วิธีทำ วิธีการหยิบฉลาก สองครั้งครั้งละ 1 ใบจากฉลาก 6 ใบ โดยแบ่งเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 วิธีการหยิบฉลากได้เลขคู่ ทำงานโดย

งานขั้นที่ 1 หยิบครั้งแรกได้เลขคู่ จากเลขคู่ 3 ใบ ทำได้ 3 วิธี

งานขั้นที่ 2 หยิบครั้งที่สอง จากทั้งหมด 6 ใบ ทำได้ 6 วิธี

งานในกรณีที่ 1 สามารถทำได้ 3x6 = 18 วิธี

กรณีที่ 2 วิธีการหยิบฉลากได้เลขคี่ ทำงานโดย

งานขั้นที่ 1 หยิบครั้งแรกได้เลขคี่ จากเลขคู่ 3 ใบ ทำได้ 3 วิธี

งานขั้นที่ 2 หยิบครั้งที่สองได้ จากทั้งหมด 5 ใบ ทำได้ 5 วิธี

งานในกรณีที่ 1 สามารถทำได้ 3x5 = 15 วิธี

ดังนั้น ผลบวกของงานทั้ง 2 กรณี คือ 18 + 15 = 33 วิธี

2) วิธีที่หยิบได้ครั้งที่สองเป็นเลขคู่มีค่าเท่าใด

วิธีทำ วิธีการหยิบสองครั้งโดยให้ครั้งที่สองได้เลขคู่ ทำได้โดยแบ่งออกเป็น 2 กรณี

กรณีที่ 1 ครั้งแรกและครั้งที่สองได้เลขคู่ทั้ง 2 ครั้ง

งานขั้นที่ 1 หยิบครั้งแรกได้เลขคู่ จากเลขคู่ทั้ง 3 ใบ สามารถทำได้ 3 วิธี

งานขั้นที่ 2 หยิบครั้งแรกได้เลขคู่ จากเลขคู่ทั้ง 3 ใบ สามารถทำได้ 3 วิธี

เพราะฉะนั้น งานในกรณีที่ 1 คือ 3 x 3 = 9 วิธี

กรณีที่ 2 ครั้งแรกได้เลขคี่และครั้งที่สองได้เลขคู่

งานขั้นที่ 1 หยิบครั้งแรกได้เลขคี่ จากเลขคี่ทั้ง 3 ใบ สามารถทำได้ 3 วิธี

งานขั้นที่ 2 หยิบครั้งแรกได้เลขคู่ จากเลขคู่ทั้ง 3 ใบ สามารถทำได้ 3 วิธี

เพราะฉะนั้น งานในกรณีที่ 2 คือ 3 x 3 = 9 วิธี

ดังนั้น ผลบวกของงานทั้ง 2 กรณี คือ 9 + 9 = 18

14.นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปองค์ความรู้จากกิจกรรม 11 เขียนแผนภาพต้นไม้ โดยครูอธิบายซ้ำถึงกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ กฎการบวก (Addition principle) ในการทำงานอย่างหนึ่งมีวิธีการทำงานได้ *k* แบบ แต่ละแบบงานเสร็จโดยไม่ต่อเนื่องกับแบบอื่น

15. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่เหลือด้วยตนเองแล้วส่งในคาบ โดยครูคอยกำกับดูแล

<u>กิจกรรมรวบยอด</u>

16. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปประเด็นเกี่ยวกับการหาเข้าใจโจทย์ปัญหาของความน่าจะเป็น

17. ครูให้นักเรียนทุกคนทำ worksheet 1 ในเอกสารประกอบการเป็นการบ้าน และกำหนดวันส่ง

สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2560 จัดทำโดย สสวท.

2. แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ - หลักการนับเบื้องต้น	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
ตัวชี้วัด - ตัวชี้วัด ค 3.2 ม. 4/เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียง สับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นในการทำงาน - ตรงต่อเวลา	- การเข้าเรียน - การส่งงาน - บันทึกหลังการสอน	- การเข้าเรียน - การมีส่วนร่วมกันในชั้นเรียน	- เข้าเรียนตรงต่อเวลา - มีความกระตือรือร้นในการเรียน
สมรรถนะ - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสารการสื่อความ	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet2) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet2) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

หน่อยการเรียนรู้ที่ 1 หลักการนับเบื้องต้น **เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน**

วิชา ค 31102 ชื่อรายวิชา คณิตศาสตร์ 2 **กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 **ปีการศึกษา 2561 เวลา 2 ชั่วโมง**

ผู้สอน อาจารย์ชูฉกาจ ชูเลิศ

ตัวชี้วัดชั้นปี

ตัวชี้วัด ค 3.2 ม. 4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียง สับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถใช้และแก้ปัญหาเกี่ยวกับแฟคทอเรียลได้

สาระสำคัญ

แฟคทอเรียล คือ ถ้า n เป็นจำนวนเต็มบวกแล้วผลคูณของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง n สามารถเขียนแทนด้วย $n!=1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot\ldots\cdot n$

หรือ $n!=n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot\ldots\cdot3\cdot2\cdot1$ เราเรียก $n!$ ว่า แฟคทอเรียล

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับได้
2. นักเรียนสามารถใช้และแก้ปัญหาเกี่ยวกับแฟคทอเรียลได้
3. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบจากการคำนวณและการแก้ปัญหาได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. มีทักษะในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้
2. มีการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
3. มีทักษะในการแฟคทอเรียลในการประยุกต์ใช้ได้

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความรับผิดชอบ

2. มีระเบียบวินัย

3. ใฝ่เรียนรู้และมุ่งในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้

<u>กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน</u>

ครูแนะนำให้นักเรียนได้รู้จักถึงสัญลักษณ์ของความน่าจะเป็นและบอกความหมายของแฟคทอเรียล คือ ถ้า n เป็นจำนวนเต็มบวกแล้วผลคูณของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง n สามารถเขียนแทนด้วย $n!=1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot \ldots \cdot n$

หรือ $n!=n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot \ldots \cdot 3\cdot 2\cdot 1$ เราเรียก $n!$ ว่า แฟคทอเรียล

<u>กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน</u>

1. ครูยกตัวอย่างการเขียนแฟคทอเรียล เพื่อให้นักเรียนเข้าใจชัดเจนขึ้นโดย

$0! = 1$

$1! = 1$

$2! = 2\cdot 1 = 2$

$3! = 3\cdot 2\cdot 1 = 6$

$4! = 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 24$

$5! = 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 120$

$6! = 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 720$

2. ครูยกตัวอย่างที่นำแฟคทอเรียลไปใช้ในการหาเขียนแฟคทอเรียลในรูปของตัวเลข

ตัวอย่าง จงหาค่าต่อไปนี้

1) $\frac{6!}{4!}$

วิธีทำ $= \frac{6\times 5\times 4!}{4!}$

$= 6\cdot 5$

$= 30$

2) $\frac{7!}{2!5!}$

วิธีทำ $= \frac{7\times 6\times 5!}{2!5!}$

$= \frac{7\times 6}{2!}$

$= 7\times 3$

$= 21$

3) $\frac{(n!)^2}{(n+1)!(n-1)!}$

วิธีทำ $= \frac{(n!)(n!)}{(n+1)!(n-1)!}$

$= \frac{(n!)}{(n+1)!}\times\frac{n!}{(n-1)!}$

$= \frac{(n!)}{(n+1)n!}\times\frac{n(n-1)!}{(n-1)!}$

$= \frac{n}{(n+1)}$

3. ครูยกตัวอย่างการเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปของแฟคทอเรียล

ตัวอย่าง จงเขียนผลคูณต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปแฟคทอเรียล

1) $9\cdot 8\cdot 7\cdot 6$

วิธีทำ $= \frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5!}{5!}$

$= \frac{9!}{5!}$

2) $11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7$

วิธีทำ $= \frac{11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6!}{6!}$

$= \frac{11!}{6!}$

3) $n(n-1)(n-2)(n-3)$

วิธีทำ $= \dfrac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)!}{(n-4)!}$

$= \dfrac{n!}{(n-4)!}$

4. ครูลองให้นักเรียนลองทำข้อที่เหลือเพื่อให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

5. ครูยกตัวอย่างการใช้แฟคทอเรียลในลักษณะที่ซับซ้อนมากขึ้นโดยการแก้สมการแฟคทอเรียล

ตัวอย่าง จงหาค่า n จากสมการต่อไปนี้

1) $\dfrac{(n+1)!}{(n-2)!} = 1320$

วิธีทำ $\dfrac{(n+1)(n)(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = 12\times11\times10$

$(n+1)(n)(n-1) = 12\times11\times10$

ดังนั้น $n+1 = 12$

$n = 11$

2) $\dfrac{(2-n)!}{(n-10)!10!} = \dfrac{(2-n)!}{(n-7)!7!}$

วิธีทำ $\dfrac{(n-7)!7!}{(n-10)!10!} = \dfrac{(2-n)!}{(2-n)!}$

$\dfrac{(n-7)!}{(n-10)!} = \dfrac{10!}{7!}$

$\dfrac{(n-7)(n-8)(n-9)(n-10)!}{(n-10)!} = \dfrac{10\times9\times8\times7!}{7!}$

$(n-7)(n-8)(n-9) = 10\times9\times8$

ดังนั้น $(n-7) = 10$

$n = 17$

6. นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปองค์ความรู้จากการใช้แฟคทอเรียล

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่เหลือด้วยตนเองแล้วส่งในคาบ โดยครูคอยกำกับดูแล

8. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่มร่วมกันโดยใช้โปรแกรม Kahoot! เพื่อให้นักเรียนได้ทบทวนเนื้อหาและความรู้ที่เรียนไปในคาบก่อนหน้าอีกด้วย

<u>กิจกรรมรวบยอด</u>

9. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปประเด็นเกี่ยวกับการหาเข้าใจโจทย์ปัญหาของความน่าจะเป็น

10. ครูให้นักเรียนทุกคนทำ worksheet 2 ในเอกสารประกอบการเรียนลงสมุดพร้อมกำหนดวันส่ง

สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2560 จัดทำโดย สสวท.

2. แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ - การเรียงสับเปลี่ยน	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
ตัวชี้วัด - ตัวชี้วัด ค 3.2 ม. 4/1เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียง สับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นในการทำงาน - ตรงต่อเวลา	- การเข้าเรียน - การส่งงาน - บันทึกหลังการสอน	- การเข้าเรียน - การมีส่วนร่วมกันในชั้นเรียน	- เข้าเรียนตรงต่อเวลา - มีความกระตือรือร้นในการเรียน
สมรรถนะ - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสารการสื่อความ	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

หน่อยการเรียนรู้ที่ 1 หลักการนับเบื้องต้น **เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น**

วิชา ค 31102 ชื่อรายวิชา คณิตศาสตร์ 2 **กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 **ปีการศึกษา 2561 เวลา 2 ชั่วโมง**

ผู้สอน อาจารย์ชูฉกาจ ชูเลิศ

ตัวชี้วัดชั้นปี

ตัวชี้วัด ค 3.2 ม. 4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียง สับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถเข้าใจวิธีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นได้ (Permutation)

สาระสำคัญ

วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้น หมายถึง การจัดเรียงสิ่งของโดยมีลักษณะเป็นแถว โดยสามารถกำหนดตำแหน่งหัวแถวและท้ายแถวได้

วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด n **สิ่งเท่ากับ** $n!$ **วิธี**

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

1. สามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับได้
2. สามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้แผนภาพต้นไม้อย่างง่ายได้
3. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบจากการคำนวณและการแก้ปัญหาได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. มีทักษะในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้
2. มีการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
3. มีทักษะการใช้กฎการนับในการประยุกต์ใช้ได้

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีระเบียบวินัย
3. ใฝ่เรียนรู้และมุ่งในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้

<u>กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน</u>

ครูพูดการเรียงสับเปลี่ยนคืออะไร ลองถามนักเรียนถึงในเหตุการณ์ที่พบได้ในชีวิตประจำวัน

<u>กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน</u>

1. ครูบอกความหมายถึงวิธีการเรียงสับเปลี่ยนว่าเป็นวิธีการที่นำสิ่งของจำนวนหนึ่งมาจัดเรียง โดยที่การจัดเรียงดังกล่าวให้คำนึงถึงตำแหน่งของสิ่งของแต่ละสิ่งเป็นสำคัญ โดยเราจะศึกษาวิธีเรียงสับเปลี่ยนใน 2 ลักษณะ คือ 1) วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น 2) วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลม

2. ครูบอกความหมายการเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้นว่ามีลักษณะอย่างไรคือ

วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้น หมายถึง การจัดเรียงสิ่งของโดยมีลักษณะเป็นแถว โดยสามารถกำหนดตำแหน่งหัวแถวและท้ายแถวได้

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด n สิ่งเท่ากับ $n!$ วิธี

3. ครูยกตัวอย่างการเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้น เพื่อสร้างความเข้าใจให้กับนักเรียน

ตัวอย่าง เด็กชาย 3 คน ยืนลังเลอยู่ที่เก้าอี้ 3 ตัว จะมีกี่วิธีที่จะจัดเด็กเข้านั่งประจำเก้าอี้ได้กี่วิธี

วิธีทำ การเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมดคือ $3!$

ตัวอย่าง มีชาย 4 คน หญิง 3 คน นั่งบนม้านั่ง 7 ตัว ซึ่งวางเรียงเป็นแถวยาว จะมีวิธีนั่งของคนทั้ง 7 คนได้กี่วิธี

1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

ตอบ การเรียงสับเปลี่ยนคน 7 คน ในลักษณะการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นได้ $7!$

2) ชายและหญิงนั่งสลับที่กันทีละคน

ตอบ การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น ผู้ชาย 4 คน และหญิง 3 คน เป็นการเรียงสับเปลี่ยนแบบชายอยู่หน้าเพราะจำนวนผู้ชายมากกว่า

การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของผู้ชายได้ $4!$

การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของผู้ชายได้ $3!$

ดังนั้น การเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้น $3!\,4!$

ตัวอย่าง ถ้านำเลขโดด 1,2,3 และ 4 มาจัดเรียงเป็นจำนวนที่มี 4 หลักโดยแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน จะจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี

ตอบ การเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้นโดยเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น 4 หลัก

การเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้น $4!$

4. ครูแนะนำการจัดสิ่งของที่ต้องการติดกัน โดยมีหลักการดังนี้

ขั้นที่ 1 มัดสิ่งของที่ต้องการอยู่ด้วยกันให้ถือเป็นของ 1 สิ่งแล้วนำไปรวมกับสิ่งของอื่นๆแล้วนำไปจัดเรียง

ขั้นที่ 2 ทำการจัดเรียงภายในสิ่งของที่มัดไว้ (ที่ติดกัน)

ตัวอย่าง สามีภรรยาคู่หนึ่ง พร้อมด้วยลูก 4 คนมายืนเรียงแถวยาวเพื่อถ่ายรูป จะมีวิธีจัดให้ยืนทั้งหมดกี่วิธีเพื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไข

วิธีทำ สามีภรรยาและลูก 4 คน รวม 6 คน

การเรียงสับเปลี่ยนของคน 6 คน ในลักษณะการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นได้ $6!$ วิธี

2) พ่อและแม่ยืนติดกัน

วิธีทำ พ่อและแม่ต้องการติดกัน นำพ่อและแม่มาจับมัดรวมกันแล้วนับเป็น 1

(พ่อ แม่) ลูก1 ลูก2 ลูก3 ลูก4

ดังนั้น การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นกับสิ่งของ 5 ชิ้น จะได้ $5!$ วิธี

สลับเปลี่ยนในมัดของพ่อและแม่ได้ $2!$ วิธี

ดังนั้น พ่อและแม่ยืนติดกัน $2!\,5!$ วิธี

3) พ่อและแม่ยืนริมทั้ง2ด้าน

[พ่อ] ลูก1 ลูก2 ลูก3 ลูก4 [แม่]

สับเปลี่ยนเชิงเส้นของลูกทั้ง 4 คนได้ $4!$ วิธี

พ่อกับแม่ต้องยืนริมทั้งสองด้าน สลับพ่อและแม่ได้ 2 วิธี

ดังนั้น วิธีที่พ่อและแม่ยืนริมทั้ง2ด้าน จะได้ $4!\times 2$ วิธี

ตัวอย่าง มีนักเรียนชาย 3 คนและมีนักเรียนหญิง 2 คน รวมกับครู 1 คน ยืนถ่ายรูปหมู่เป็นแถวตรง 1 แถว จงหาจำนวนวิธีในการยืนถ่ายรูป เมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

วิธีทำ นักเรียนชาย 3 คนและมีนักเรียนหญิง 2 คน รวมกับครู 1 คน รวมเป็น 6 คน

การเรียงสับเปลี่ยนของคน 6 คน ในลักษณะการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นได้ $6!$ วิธี

2) ครูยืนอยู่ริมแถว

____ น1 น2 น3 น4 น5 _____

สับเปลี่ยนเชิงเส้นของนักเรียนทั้ง 5 คนได้ $5!$ วิธี

ครูต้องยืนริม ครูจะยืนข้างหน้าหรือข้างหลังก็ได้ทั้งนั้นได้ 2 วิธี

ดังนั้น วิธีที่พ่อและแม่ยืนริมทั้ง2ด้าน จะได้ $5! \times 2$ วิธี

3) นักเรียนหญิงยืนติดกัน

วิธีทำ ผู้หญิงต้องการติดกันให้มัดแล้วนับเป็น 1 ชิ้น

(ญ1 ญ2) ช1 ช2 ช3 ครู

สับเปลี่ยนเชิงเส้นของนักเรียนทั้ง 5 คนได้ $5!$ วิธี

สับเปลี่ยนในมัดของผู้หญิงที่ต้องการติดกันได้ $2!$ วิธี

ดังนั้น วิธีที่พ่อและแม่ยืนริมทั้ง2ด้าน จะได้ $5! \times 2$ วิธี

5. ครูให้นักเรียนทำตัวอย่าง 29 และ ตัวอย่าง 30 เองเพื่อวัดความเข้าใจการเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้น โดยครูคอยกำกับดูแล

6. ครูแนะนำการหางานของการจัดสิ่งของที่**<u>ไม่ต้องการยืนติดกัน</u>** มีหลักการเรียงดังนี้

ขั้นที่ 1 ให้เก็บสิ่งของที่ไม่ต้องการติดกันไว้ก่อนแล้วนำที่เหลือมาจัดเรียง

ขั้นที่ 2 หาตำแหน่งให้กับสิ่งของที่ไม่ต้องการติดกันลง แล้วทำการจัดเรียงสิ่งของ

ตัวอย่าง มีผู้ชาย 5 คน และผู้หญิง 4 คน มายืนเรียงแถวยาว จะมีวิธีการยืนทั้งหมดกี่วิธีเมื่อ

1) ไม่มีผู้ชาย 2 คนใดใดยืนติดกัน

วิธีทำ ผู้ชายไม่ต้องการยืนติดกันให้นำมาคิดทีหลัง โดยใส่ผู้หญิงก่อน

___ญ1____ ญ2____ ญ3____ ญ4____

สับเปลี่ยนเชิงเส้นของผู้หญิงทั้ง 4 คนได้ $4!$ วิธี

โดยผู้ชายมาคิดทีหลัง โดยคิดผู้ชายมาเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น 5 คน ได้ $5!$ วิธี

ดังนั้น ไม่มีผู้ชาย 2 คนใดใดยืนติดกัน คือ $4!\,5!$

2) ไม่มีผู้หญิง 2 คนใดใดยืนติดกัน

วิธีทำ ผู้หญิงไม่ต้องการยืนติดกันให้นำมาคิดทีหลัง โดยใส่ผู้ชายก่อน

___ช1____ ช2____ ช3____ ช4____ ช5____

สับเปลี่ยนเชิงเส้นของผู้ชายทั้ง 5 คนได้ $5!$ วิธี

โดยผู้หญิงมาคิดทีหลัง โดยคิดผู้หญิงมาเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นโดยมีที่ 6 ที่คน 4 คน

ดังนั้นจะได้จำนวนวิธี $P_{6,4}$

ดังนั้น ไม่มีผู้หญิง 2 คนใดใดยืนติดกัน คือ $5!\,P_{6,4}$

ตัวอย่าง สามีภรรยาคู่หนึ่งมีบุตรชาย 2 คน และบุตรสาว 3 คน ถ้าให้ทั้งหมดมายืนเรียงแถวยาว จะมีวิธีการยืนกี่วิธีเมื่อ

1) บุตรชายยืนติดกัน และบุตรสาวยืนแยกกันหมด

วิธีทำ ผู้หญิงยืนแยกกันจับผู้หญิงออกมาก่อน

___ (ช1 ช2) ___ พ่อ____แม่____

สับเปลี่ยนเชิงเส้นของคน 4 คนได้ $4!$ วิธี

สับเปลี่ยนผู้ชายในมัดได้ $2!$ วิธี

โดยผู้หญิงมาคิดทีหลัง โดยคิดผู้หญิงมาเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นโดยมีที่ 4 ที่คน 3 คน

ดังนั้นจะได้จำนวนวิธี $P_{4,3}$

ดังนั้น ไม่มีผู้ชาย 2 คนใดใดยืนติดกัน คือ $4!\,2!\,P_{4,3}$

2) บุตรสาวยืนติดกัน แต่บุตรชายยืนแยกกันหมด

วิธีทำ ผู้ชายยืนแยกกันจับผู้ชายออกมาก่อน

___ (ญ1 ญ2 ญ3) ___ พ่อ____แม่____

สับเปลี่ยนเชิงเส้นของคน 3 คนได้ $3!$ วิธี

สับเปลี่ยนผู้หญิงในมัดได้ $3!$ วิธี

โดยผู้ชายมาคิดทีหลัง โดยคิดผู้ชายมาเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นโดยมีที่ 4 ที่คน 2 คน

ดังนั้นจะได้จำนวนวิธี $P_{4,2}$

ดังนั้น ไม่มีผู้ชาย 2 คนใดใดยืนติดกัน คือ $3!\,3!\,P_{4,2}$

7. นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปองค์ความรู้จากการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น

8. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่เหลือด้วยตนเองแล้วส่งในคาบ โดยครูคอยกำกับดูแล

<u>กิจกรรมรวบยอด</u>

9. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปประเด็นเกี่ยวกับการหาเข้าใจโจทย์ปัญหาของความน่าจะเป็นเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

10. ครูให้นักเรียนทำการบ้าน worksheet 3 เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นพร้อมกำหนดวันส่ง

สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2560 จัดทำโดย สสวท.

2. แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ - การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
ตัวชี้วัด - ตัวชี้วัด ค 3.2 ม. 4/1เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียง สับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นในการทำงาน - ตรงต่อเวลา	- การเข้าเรียน - การส่งงาน - บันทึกหลังการสอน	- การเข้าเรียน - การมีส่วนร่วมกันในชั้นเรียน	- เข้าเรียนตรงต่อเวลา - มีความกระตือรือร้นในการเรียน
สมรรถนะ - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสารการสื่อความ	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

หน่อยการเรียนรู้ที่ 1 หลักการนับเบื้องต้น **เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น(ต่อ)**

วิชา ค 31102 ชื่อรายวิชา คณิตศาสตร์ 2 **กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 **ปีการศึกษา 2561 เวลา 2 ชั่วโมง**

ผู้สอน อาจารย์ชูฉกาจ ชูเลิศ

ตัวชี้วัดชั้นปี

ตัวชี้วัด ค 3.2 ม. 4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียง สับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถเข้าใจวิธีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นและเชิงวงกลมได้ (Permutation)

สาระสำคัญ

ทฤษฎีบท ในการจัดสิ่งของ n สิ่ง ที่แตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดครั้งละ r สิ่ง $(r \le n)$ จะจัดได้ทั้งหมด $\frac{n!}{(n-r)!}$ วิธี อาจใช้สัญลักษณ์ ${}^{n}P_{r}$ หรือ $P_{n,r}$ แทนจำนวนวิธีในการจัดเรียงลำดับสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดครั้งละ r สิ่ง ดังนี้ $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

1. สามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับได้
2. สามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้แผนภาพต้นไม้อย่างง่ายได้
3. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบจากการคำนวณและการแก้ปัญหาได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. มีทักษะในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้
2. มีการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
3. มีทักษะการใช้กฎการนับในการประยุกต์ใช้ได้

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีระเบียบวินัย
3. ใฝ่เรียนรู้และมุ่งในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้

<u>กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน</u>

ครูทบทวนการกฎการเรียงสับเปลี่ยนและกฎการนับและกฎต่างๆของการนับเบื้องต้น

<u>กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน</u>

1. ครูแนะนำทฤษฎีบทในการหาการเรียงสับเปลี่ยนโดยใช้สูตร

ทฤษฎีบท ในการจัดสิ่งของ n สิ่ง ที่แตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดครั้งละ r สิ่ง $(r \le n)$ จะจัดได้ทั้งหมด $\frac{n!}{(n-r)!}$ วิธี อาจใช้สัญลักษณ์ ${}^{n}P_{r}$ หรือ $P_{n,r}$ แทนจำนวนวิธีในการจัดเรียงลำดับสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดครั้งละ r สิ่ง ดังนี้ $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$

2. ครูยกตัวอย่างการใช้สูตรในการหาโดยใช้สูตร

ตัวอย่าง จงหาค่า n จากข้อต่อไปนี้

1) $P_{7,5}$

วิธีทำ $P_{7,5} = \frac{7!}{(7-5)!}$

$= \frac{7!}{2!}$

$= \frac{7\times6\times5\times4\times3\times2!}{2!}$

$= 7\times6\times5\times4\times3$

2) $P_{6,2}$

วิธีทำ $P_{6,2} = \frac{6!}{(6-2)!}$

$$= \frac{6!}{4!}$$

$$= \frac{6\times 5\times 4!}{4!}$$

$$= 6\times 5 = 30$$

3) $P_{n,4} = 2\cdot P_{n,2}$

วิธีทำ $P_{n,4} = 2\cdot P_{n,2}$

$$\frac{n!}{(n-4)!} = 2\,\frac{n!}{(n-2)!}$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)!}{(n-4)!} = 2\,\frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!}$$

$$n(n-1)(n-2)(n-3) = 2\cdot n(n-1)$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{n(n-1)} = 2$$

$$(n-2)(n-3) = 2\times 1$$

ดังนั้น จากการเทียบสัมประสิทธิ์ จะได้ว่า

$$n-2 = 2$$

$$n = 4$$

3. หลังจากที่นักเรียนใช้สูตรในการหาการเรียงสับเปลี่ยนได้แล้ว จึงนำสูตรมาลองใช้กับโจทย์ปัญหาในชีวิตประจำวัน

ตัวอย่าง การเลือกตั้งสมาชิกเพื่อดำรงตำแหน่งสโมสรรวม 3 ตำแหน่งคือ ประธาน รองประธานและเลขานุการ ในการสมัครครั้งนี้มีผู้สมัครเข้ารับเลือกตั้งตำแหน่ง 10 คน จงหาจำนวนวิธีที่ผู้สมัครเหล่านี้จะได้รับเลือกตั้ง

วิธีทำ จำนวนในการเลือกตั้งสมาชิก $P_{10,3}$

ดังนั้น จะได้ว่า $P_{10,3} = \frac{10!}{(10-3)!}$

$$= \frac{10!}{7!}$$

$$= \frac{10\times 9\times 8\times 7!}{7!}$$

$$= 10\times 9\times 8 = 720 \text{ วิธี}$$

ตัวอย่าง ต้องการสร้างจำนวนที่มี 4 หลัก จากเลขโดด 1,2,3,...,9 โดยที่แต่ละหลักไม่ซ้ำกัน จะสร้างได้ทั้งหมดกี่จำนวน เมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

วิธีทำ ต้องการสร้างเลข 4 หลัก โดยเลือกจากเลข 9 ตัว จะได้ว่า

$$P_{9,4} = \frac{9!}{5!} = 3024 \text{ จำนวน}$$

2) หลักหน่วยและหลักร้อยเท่านั้นเป็นเลขคี่

จากเลขที่กำหนดมาให้ จะได้ว่า มีเลขคู่ 4 ตัว คือ 2,4,6,8 และ มีเลขคี่ 5 ตัว คือ 1,3,5,7,9

วิธีในการเลือกจำนวนคู่ให้เป็นหลักพันและหลักสิบ จะได้ $P_{4,2} = 12$

วิธีในการเลือกจำนวนคู่ให้เป็นหลักหน่วยและหลักร้อย จะได้ $P_{5,2} = 20$

วิธีในการเลือกเลขมาสร้าง 4 หลักโดยที่หลักหน่วยและหลักร้อยเท่านั้นเป็นเลขคี่

คือ $12\times 20 = 240$

3) แต่ละหลักสลับเลขคู่และเลขคี่

จากข้อ 2) ที่ผ่านมาจะได้ว่า หลักเลขคู่นั้นสลับกับหลักเลขคี่อยู่ คือ คู่ คี่ คู่ คี่ คือ 240 วิธี

ดังนั้น จะได้ว่าโดยสลับให้เลขคู่อยู่หลักพันและหลักสิบ คือ 240 วิธี

จะได้ว่า วิธีในการเลือกเลขมาสร้าง 4 หลักโดยที่แต่ละหลักสลับเลขคู่และเลขคี่

คือ $240 + 240 = 480$ จำนวน

ตัวอย่าง ต้องการสร้างคำที่ประกอบไปด้วยตัวอักษร 4 ตัว ไม่ซ้ำกัน โดยเลือกมาจากคำว่า **ENTRANCE** จะสร้างได้ทั้งหมดกี่คำ โดยคำที่สร้างขึ้นมาไม่จำเป็นต้องมีความหมายก็ได้ เมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

วิธีทำ จาก ENTRANCE พยัญชนะคือ N,T,R,C สระ A,E มีพยัญชนะทั้งหมด 6 ตัว

จะได้ว่า $P_{6,4} = \frac{6!}{2!} = 360$ คำ

2) อักษรตัวแรกเป็นสระ และอักษรตัวสุดท้ายเป็นพยัญชนะ

วิธีทำ สระ ____ ____ พยัญชนะ

โดยตำแหน่งแรกจะมีสระ 2 ตัว และตำแหน่งสุดท้ายมีพยัญชนะ 4 ตัว

ตำแหน่งแรก สามารถมีโอกาสเป็นไปได้คือ 2

ตำแหน่งที่2 สามารถมีโอกาสเป็นไปได้คือ 4

ตำแหน่งตรงกลาง สามารถใส่ได้คือ $P_{4,2}$ = 12

ดังนั้น โอกาสที่เป็นไปได้ทั้งหมดคือ 2x4x12 = 96 วิธี

4. การจัดการสิ่งของใน n สิ่งที่ไม่แตกต่างกัน (มีของซ้ำกัน) $\mathbf{d} = \frac{n!}{n_1!\, n_2!...n_k!}$

ตัวอย่าง ตัวอักษรในคำว่า SUCCESS จะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนเป็นคำต่างๆ ที่ไม่จำเป็นต้องมีความหมายได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นโดยมีตัวอักษร 7 ตัว จะได้ $7!$

เนื่องจากมี S สามตัว จะได้ $3!$, มี C สองตัว $2!$ ที่ซ้ำกัน

จากกฎการจัดสิ่งของที่มีของซ้ำ $\mathbf{d} = \frac{7!}{2!\,3!} = 420$ วิธี

ตัวอย่าง ตัวอักษรในคำว่า LOVELYPOO จะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนเป็นคำต่างๆ ทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ

1) อักษรที่ไม่ซ้ำกันอยู่ติดกัน

2) อักษรที่ซ้ำกันในกลุ่มเดียวกันอยู่ติดกัน

วิธีทำ 1) สร้างคำใหม่ที่มีการเรียงอักษร 9 คำ โดยมี L สองตัว, มี o สามตัว โดยอักษาที่ไม่ซ้ำอยู่ติดกัน (V E Y P) L L O O O O

โดยมีอยู่ 6 ตัวตำแหน่ง $6!$

โดยสลับในมัด $4!$

และมี L สองตัว 2 ตัว, O สามตัว จะได้ $\frac{6!\times 4!}{2!3!}$

2) อักษรที่ซ้ำกันในกลุ่มเดียวกันอยู่ติดกัน (LL) (OOO) V E Y P

โดยมีอักษรอยู่ 6 ตำแหน่ง จะได้ $6!$

โดยมีตัวอักษร L สองตัว จะได้ $2!$

โดยมีตัวอักษร O สามตัว $3!$

ดังนั้น จะได้ว่า $\frac{6!\times 2!\times 3!}{2!\times 3!} = 6! = 720$ วิธี

ตัวอย่าง มีตัวเลข 7 ตัว ดังนี้ 1,1,2,2,2,3,4 ถ้านำตัวเลขทุกตัวมาจัดเรียงเป็นจำนวนที่มี 7 หลัก จะสร้างได้กี่วิธี เมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไข

วิธีทำ มีตัวเลขทั้งหมด 7 ตัวอักษร นำมาจัดเรียงเชิงเส้น $7!$

โดยจากการจัดเรียงสิ่งของซ้ำจะได้ว่า

โดยในตัวอักษรจะมีเลขสอง ซ้ำกัน 3 ตัว คือ $3!$ และ ตัวอักษรจะมีเลขหนึ่ง ซ้ำกัน 2 ตัวคือ $2!$

ดังนั้น จะจัดเรียงได้ $\frac{7!}{2!3!}$

2) มีค่ามากกว่า 2 ล้าน

วิธีทำ **กรณีที 1** หลักล้านเป็นเลข 2

2 _ _ _ _ _ _

ในตำแหน่งแรก บังคับให้เป็น 2 จะได้ 1 วิธี

อีก 6 ตำแหน่งที่เหลือ นั่นคือ $P_{6.6} = 6!$

และในการเรียงจัดของสิ่งของซ้ำจะมีเลขสอง ซ้ำกัน 2 ตัว คือ $2!$ และ ตัวอักษรจะมีเลขหนึ่ง ซ้ำกัน 2 ตัวคือ $2!$ ดังนั้นจะจัดเรียงได้ $\frac{6!}{2!2!} = 180$ วิธี

กรณีที่ 2 หลักล้านเป็นเลข 3

_ _ _ _ _ _ _

ในตำแหน่งแรก บังคับให้เป็น 3 หรือ 4 จะได้ 2 วิธี

อีก 6 ตำแหน่งที่เหลือ นั่นคือ $P_{6.6} = 6!$

และในการเรียงจัดของสิ่งของซ้ำจะมีเลขสอง ซ้ำกัน 3 ตัว คือ $3!$ และ ตัวอักษรจะมีเลขหนึ่ง

ซ้ำกัน 2 ตัวคือ $2!$ ดังนั้นจะจัดเรียงได้ $2\times\frac{6!}{3!2!} = 120$ วิธี

<u>กิจกรรมรวบยอด</u>

5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปประเด็นเกี่ยวกับการหาเข้าใจโจทย์ปัญหาของความน่าจะเป็นเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น

6. ครูให้นักเรียนทำการบ้าน worksheet 3 เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นพร้อมกำหนดวันส่ง

สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2560 จัดทำโดย สสวท.

2. แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ - การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
ตัวชี้วัด - ตัวชี้วัด ค 3.2 ม. 4/1เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียง สับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นในการทำงาน - ตรงต่อเวลา	- การเข้าเรียน - การส่งงาน - บันทึกหลังการสอน	- การเข้าเรียน - การมีส่วนร่วมกันในชั้นเรียน	- เข้าเรียนตรงต่อเวลา - มีความกระตือรือร้นในการเรียน
สมรรถนะ - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสารการสื่อความ	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

หน่อยการเรียนรู้ที่ 1 หลักการนับเบื้องต้น **เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม**

วิชา ค 31102 ชื่อรายวิชา คณิตศาสตร์ 2 **กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 **ปีการศึกษา 2561 เวลา 2 ชั่วโมง**

ผู้สอน อาจารย์ชูฉกาจ ชูเลิศ

ตัวชี้วัดชั้นปี

ตัวชี้วัด ค 3.2 ม. 4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียง สับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถเข้าใจวิธีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นและเชิงวงกลมได้ (Permutation)

สาระสำคัญ

ทฤษฎีบท ในการจัดสิ่งของ n สิ่ง ที่แตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดครั้งละ r สิ่ง $(r \le n)$ จะจัดได้ทั้งหมด $\frac{n!}{(n-r)!}$ วิธี อาจใช้สัญลักษณ์ ${}^{n}P_{r}$ หรือ $P_{n,r}$ แทนจำนวนวิธีในการจัดเรียงลำดับสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดครั้งละ r สิ่ง ดังนี้ $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

1. สามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับได้
2. สามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยวิธีการเรียงสับเปลี่ยนได้
3. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบจากการคำนวณและการแก้ปัญหาได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. มีทักษะในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้
2. มีการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
3. มีทักษะการใช้กฎการนับในการประยุกต์ใช้ได้

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีระเบียบวินัย
3. ใฝ่เรียนรู้และมุ่งในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้

<u>กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน</u>

ครูลองให้นักเรียนช่วยกันนึกว่าอะไรบ้างทีมีลักษณะที่เป็นวงกลม แล้วดูลักษณะว่าจะมีการเรียงประเภทได้กี่แบบ

<u>กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน</u>

1. ครูแนะนำนักเรียนถึงวิธีการเรียงสับเปลี่ยนอีกหนึ่งแบบคือ วิธีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม คือ วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลมแตกต่างไปจากวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้น โดยที่การจัดเรียงแบบวงกลมจะไม่สามารถระบุตำแหน่งหัวแถวหรือท้ายแถวได้

2. เมือนักเรียนสามารถเข้าใจการสับเปลี่ยนแบบวงกลมแล้ว เช่น การจัดคนนั่งรอบโต๊ะกลม การร้อยพวงมาลัยเป็นวงกลม ครูจะบอกถึงประเภทของการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมว่ามีกี่แบบและมีลักษณะแตกต่างกันอย่างไร

3. โดยวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลม สามารถแยกออกได้เป็น 2 ประเภท

1) วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลมแบบพลิกไม่ได้ เช่น การจัดคนยืนเป็นวงกลม จัดคนนั่งรอบโต๊ะกลม

⇨ จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลมแบบพลิกไม่ได้ คือ $(n-1)!$ วิธี

2) วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลมแบบพลิกได้ ได้แก่ การร้อยพวงมาลัยแบบวงกลม

⇨ ถ้ามีสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลมที่พลิกได้เท่ากับ $\frac{(n-1)!}{2}$ วิธี

4. ครูยกตัวอย่างการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมเพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจในการใช้ที่มากขึ้น

ตัวอย่าง จงหาจำนวนวิธีการนั่งของคน 5 คน รอบโต๊ะกลมซึ่งมี 5 ที่นั่ง

วิธีทำ การเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม โดยมีจำนวนทั้งหมด 5 จำนวน

จะได้ทั้งหมด $(5-1)!=4!$

ตัวอย่าง มีเกย์คิง 2 คน และเกย์ควีน 4 คน มายืนเรียงกันเป็นวงกลม จะยืนได้กี่วิธี เมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไขใดเพิ่มเติม

วิธีทำ การเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม โดยมีจำนวนทั้งหมด 6 จำนวน

จะได้ทั้งหมด $(6-1)!=5!$

2) เกย์คิง 2 คน ยืนติดกันเสมอ

วิธีทำ โดยจากกฎการยืนติดกัน จะได้ว่า

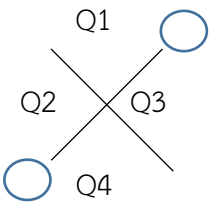
จะมีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมคือ $(5-1)!=4!$

และการสลับที่ในมัดจะได้ $2!$

เพราะฉะนั้น จะมีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม $4!2!$ วิธี

3) เกย์คิง 2 คน ยืนแยกจากกันเสมอ

วิธีทำ โดยจากกฎการยืนไม่ติดกัน จะได้ว่า นำเกย์คิงออกมาก่อน (คิดทีหลัง)



จะมีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมคือ $(4-1)!=3!$

จากนั้นจะเหลือตำแหน่งว่างให้เกย์คิงสามารถใส่ได้คือ $P_{4,2}$

เพราะฉะนั้น จะมีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม $3!\times P_{4,2}$ = 72 วิธี

4) เกย์คิง 2 คน ยืนตรงข้ามกันเสมอ

วิธีทำ โดยจากกฎการยืนไม่ติดกัน จะได้ว่า นำเกย์คิงออกมาก่อน (คิดทีหลัง)

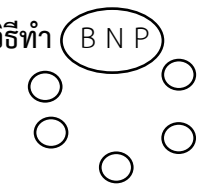
Q1 K1 จะมีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมคือ $(4-1)!=3!$

Q2 Q3 จากนั้นจะจัดตำแหน่งให้เกย์คิงยืนตรงข้ามกันเสมอสามารถใส่ได้คือ 2×2

K2 Q4 เพราะฉะนั้น จะมีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม $2\times 2\times P_{4,2}$ = 24 วิธี

ตัวอย่าง มีคน 8 คน ในจำนวนนี้มี Boy Nong และ Pat รวมอยู่ด้วย ถ้าให้ทั้งหมดนั่งรอบโต๊ะกลมตัวหนึ่ง จะมีวิธีนั่งกี่วิธี เมื่อ

1) Boy Nong และ Pat นั่งติดกันเสมอ

วิธีทำ 

โดยมีการจำนวนคนทั้งหมด 8 คน และจากกฎการติดกัน จะทำการมัดรวมกัน

มีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม $(6-1)!=5!$

สามารถสลับในมัด B N P ได้กับ $3!$

เพราะฉะนั้น จะมีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม $5!3!$

5. ครูยกตัวอย่างการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมอีกแบบ คือแบบพลิกได้

ตัวอย่าง น้องพลอยร้องพวงมาลัยเป็นวงกลมด้วยดอกไม้ 9 ดอก แต่ละดอกแตกต่างกัน โดยที่ดอกไม้มีสีขาว 2 ดอก สีแดง 3 ดอกที่เหลือมีสีไม่ซ้ำกัน อยากทราบว่า จะได้พวงมาลัยที่แตกต่างกันกี่วิธี เมื่อไม่มีเงื่อนไขใดเพิ่มเติม

วิธีทำ เนื่องจากการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้ จะได้เท่ากับ $\frac{(9-1)!}{2}=\frac{8!}{2}$

ตัวอย่าง มีดอกไม้ 8 ดอกที่แตกต่าง มีสีขาว 4 ดอก สีชมพู 4 ดอก นำมาร้อยพวงมาลัยได้กี่วิธี ที่แตกต่าง เมื่อมีเงื่อนไขดังนี้

1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

วิธีทำ จากการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้และมีสีอยู่ติดกัน

จะได้เท่ากับ $\frac{(8-1)!}{2}=\frac{7!}{2}$

2) ให้สีขาวสลับที่กับสีชมพู

วิธีทำ เนื่องจากต้องสลับที่กันระหว่างสีชมพูและสีขาว ดังนั้นจึงนำออกมา 1 สีเพื่อคิดทีหลัง

จะได้ว่า นำสีขาวมาเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้จะได้ $\frac{3!}{2}$

และนำสีชมพูไปจัดเรียงใส่โดยห้ามติดกับสีขาว โดยมีที่อยู่ 4

ที่นำสีชมพู 4 ดอกไปจัดเรียงจะได้ $P_{4,4}$

เพราะฉะนั้น จะมีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกได้ $\frac{3!\times 4!}{2}=72$ วิธี

3) ให้สีขาวอยู่ติดกันและสีชมพูอยู่ติดกัน

วิธีทำ จากกฎการติดกันจะได้ว่า นำมามัดรวมกัน

ดังนั้นจะนำสีขาวมามัดรวมกันและสีชมพูมามัดรวมกัน $\frac{2!4!4!}{2} = 288$ วิธี

7. นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปองค์ความรู้จากการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นและการสับเปลี่ยนเชิงวงกลมว่ามีลักษณะที่แตกต่างกันอย่างไร

8. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่เหลือด้วยตนเองแล้วส่งในคาบ โดยครูคอยกำกับดูแล

<u>กิจกรรมรวบยอด</u>

9. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปประเด็นเกี่ยวกับการหาเข้าใจโจทย์ปัญหาของความน่าจะเป็นเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

10. ครูให้นักเรียนทำการบ้าน worksheet 3 เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมพร้อมกำหนดวันส่ง

สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2560 จัดทำโดย สสวท.

2. แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ - การเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
ตัวชี้วัด - ตัวชี้วัด ค 3.2 ม. 4/เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียง สับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นในการทำงาน - ตรงต่อเวลา	- การเข้าเรียน - การส่งงาน - บันทึกหลังการสอน	- การเข้าเรียน - การมีส่วนร่วมกันในชั้นเรียน	- เข้าเรียนตรงต่อเวลา - มีความกระตือรือร้นในการเรียน
สมรรถนะ - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสารการสื่อความ	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

หน่อยการเรียนรู้ที่ 1 หลักการนับเบื้องต้น **เรื่อง การจัดหมู่**

วิชา ค 31102 ชื่อรายวิชา คณิตศาสตร์ 2 **กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 **ปีการศึกษา 2561 เวลา 2 ชั่วโมง**

ผู้สอน อาจารย์ชูฉกาจ ชูเลิศ

ตัวชี้วัดชั้นปี

ตัวชี้วัด ค 3.2 ม. 4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียง สับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยวิธีการจัดหมู่

สาระสำคัญ

การจัดหมู่ เซต A, B, C และ D ดังกล่าวเป็นเซตที่เท่ากัน เพราะไม่ได้คำนึงถึงตำแหน่งเป็นสำคัญ ซึ่งลักษณะของวิธีการจัดหมู่ก็ไม่ได้คำนึงถึงตำแหน่งเช่นกัน โดยวิธีการจัดหมู่จะไม่มีการจัดเรียง

ทำให้ได้ว่าการเลือกหรือการจัดหมู่สิ่งของครั้งละ r สิ่ง จากสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่งแทนด้วยสัญลักษณ์

$$\binom{n}{r} \quad \text{หรือ} \quad {}^{n}C_{r} \quad \text{หรือ} \quad {}_{n}C_{r} \quad \text{หรือ} \quad C_{n,r} \quad = \quad \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

1. สามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับได้
2. สามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยวิธีการเรียงสับเปลี่ยนได้
3. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบจากการคำนวณและการแก้ปัญหาได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. มีทักษะในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้
2. มีการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

3. มีทักษะการใช้กฎการนับในการประยุกต์ใช้ได้

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีระเบียบวินัย
3. ใฝ่เรียนรู้และมุ่งในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้

<u>กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน</u>

ครูทบทวนเรื่องเรียนที่ผ่านมาคือการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นและแบบวงกลมรวมถึงกฎต่างๆ เช่นการยืนติดกัน การยืนแยกกัน

<u>กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน</u>

1. ครูเกริ่นนำถึงตัวอย่างที่ผ่านมาที่เกี่ยวกับการแบ่งกรณีการคิดในหลายๆกรณีว่าเกิดการเสียเวลาในการทำ ครูจึงอธิบายวิธีการหาโจทย์ประเภทนี้ด้วยวิธีการอีกวิธีการหนึ่ง คือ

โจทย์แบบอย่างน้อย โจทย์ข้อนี้เป็นต้องแบ่งเป็นกรณีซึ่งบางครั้งอาจจะแบ่งๆได้หลายกรณีมากและเสียเวลาในการคิด ลองมาพิจารณางานที่อยู่ตรงข้ามกับโจทย์ต้องการถ้างานที่อยู่ตรงข้ามนั้นหาได้ง่ายกว่าก็จะใช้หลักการคล้ายๆกับเรื่องเซตเข้ามาช่วยแก้โดยที่ $n(E) = n(U) - n(E')$ หรือเรียกว่า ⇨ n (งานที่โจทย์ต้องการ) = n (งานทั้งหมด) - n (งานที่ตรงข้ามกับโจทย์)

2. ครูยกตัวอย่างเพื่อให้นักเรียนได้ลองนำทฤษฎีบทไปใช้และให้นักเรียนได้เข้าใจในคอนเซปการนำไปใช้มากขึ้น

ตัวอย่างที่ ในการสร้างเลข 4 หลักจากเลข 2,4,5,6,7,8 จะสร้างเลขสี่หลักที่มีการใช้เลขซ้ำกันอย่างน้อย 2 หลักได้กี่จำนวน

วิธีทำ จากสูตร n (งานที่โจทย์ต้องการ) = n (งานทั้งหมด) - n (งานที่ตรงข้ามกับโจทย์)
จะได้ว่า n (เลขซ้ำกันอย่างน้อย 2 หลัก) = n (งานทั้งหมด) - n (4 หลักไม่ซ้ำกันเลย)
หา n (งานทั้งหมด) = เลขทั้ง 4 หลักซ้ำกันหมด จะได้ $6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1296$ จำนวน
หา n (4 หลักไม่ซ้ำกันเลย) = $6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$
ดังนั้น $1296 - 360 = 936$ วิธี

ตัวอย่างที่ มีโรงแรม 6 แห่ง อยากทราบว่านักท่องเที่ยว 4 คน จะเลือกพักโรงแรมดังกล่าวโดยมีนักท่องเที่ยวอย่างน้อย 2 คน พักโรงแรมเดียวกัน

วิธีทำ จากสูตร n (งานที่โจทย์ต้องการ) = n (งานทั้งหมด) - n (งานที่ตรงข้ามกับโจทย์)

จะได้ว่า n (นักท่องเที่ยวอย่างน้อย 2 หลัก) = n (งานทั้งหมด) - n (นักท่องเที่ยวพักต่างโรงเรียน)

หา n (งานทั้งหมด) = เลขทั้ง 4 หลักซ้ำกันหมด จะได้ $6\times6\times6\times6 = 1296$ จำนวน

หา n (4 หลักไม่ซ้ำกันเลย) = $6\times5\times4\times3 = 360$

ดังนั้น $1296 - 360 = 936$ วิธี

3. ครูสรุปการหาคำตอบโดยวิธีการที่ผ่านมาคือการเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้นและวงกลม จากนั้นครูแนะนำวิธีการหาคำตอบในอีกรูปแบบหนึ่ง

4. ครูยกตัวอย่างการหาคำตอบในอีกรูปแบบหนึ่งคือการจัดหมู่ โดยเซต A, B, C และ D ดังกล่าวเป็นเซตที่เท่ากัน เพราะไม่ได้คำนึงถึงตำแหน่งเป็นสำคัญ ซึ่งลักษณะของวิธีการจัดหมู่ก็ไม่ได้คำนึงถึงตำแหน่งเช่นกัน โดยวิธีการจัดหมู่จะไม่มีการจัดเรียง

ทำให้ได้ว่าการเลือกหรือการจัดหมู่สิ่งของครั้งละ r สิ่ง จากสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง แทนด้วยสัญลักษณ์

$$\binom{n}{r} \quad \text{หรือ} \quad {}^{n}C_{r} \quad \text{หรือ} \quad {}_{n}C_{r} \quad \text{หรือ} \quad C_{n,r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

5. ครูลองยกตัวอย่างเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากขึ้น

ตัวอย่าง จงหาค่าต่อไปนี้

1) $C_{5,2}$

วิธีทำ $C_{n,r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

$$C_{5,2} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!3!} = 10$$

2) $\binom{10}{8}$

วิธีทำ $C_{n,r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

$$\binom{10}{8} = \frac{10!}{8!(10-8)!} = \frac{10!}{8!\,2!} = 45$$

3) $\binom{10}{10}$

วิธีทำ $C_{n,r} = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$

$\binom{10}{10} = \dfrac{10!}{10!(10-10)!} = \dfrac{10!}{10!\,0!} = \mathbf{1}$

6. ครูลองให้นักเรียนออกมาทำแบบฝึกหัดหน้าห้อง โดยเลือกจากการสุ่มออกมาโดยครูคอยกำกับดูแล

ตัวอย่าง จงหาค่า n จากสมการต่อไปนี้

1) $C_{n,n-1} = 20$

วิธีทำ $C_{n,r} = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$

$\dfrac{n!}{(n-1)!(n-(n-1))!} = 20$

$\dfrac{n!}{(n-1)!} = 20$

$\dfrac{n(n-1)!}{(n-1)!} = 20$

$n = 20$

2) $C_{n+1,n} = 100$

วิธีทำ $C_{n,r} = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$

$\dfrac{(n+1)!}{n!(n-n+1)!} = 100$

$\dfrac{(n+1)!}{n!} = 100$

$\dfrac{(n+1)n!}{n!} = 100$

$n+1 = 100$

$n = 99$

7. ครูยกตัวอย่างโจทย์ที่เป็นโจทย์ปัญหาเพื่อให้นักเรียนได้เจอโจทย์ที่หลากหลายและสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

ตัวอย่าง สมพรมีเสื้อที่แตกต่างกัน 10 ตัว เขาต้องการนำเสื้อไปเที่ยวจำนวน 4 ตัว จะมีวิธีจัดเสื้อไปเที่ยวได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ จากโจทย์จะได้ว่าสมพรมีเสื้อที่แตกต่างกัน 10 ตัว เขาต้องการนำเสื้อไปเที่ยวจำนวน 4 ตัว

$$\binom{10}{4} = \frac{10!}{4!(10-4)!} = \frac{10!}{4!\,6!} = 210 \text{ วิธี}$$

ตัวอย่าง มีนักเรียนทั้งหมด 12 คน เป็นนักเรียนชาย 8 คน และนักเรียนหญิง 4 คน จงหาจำนวนวิธีในการเลือกกรรมการจำนวน 5 คน จากคนทั้งหมด 12 คน โดยมีเงื่อนไขต่อไปนี้

1) ไม่มีเงื่อนไข

วิธีทำ การเลือกกรรมการจำนวน 5 คน จากคนทั้งหมด 12 คน

$$\binom{12}{5} = \frac{12!}{5!(12-5)!} = \frac{12!}{5!\,7!} = 792 \text{ วิธี}$$

2) เป็นนักเรียนชาย 3 คน และนักเรียนหญิง 2 คน

วิธีทำ เลือกผู้ชาย 3 คน จากผู้ชาย 8 คน จะได้ $\binom{8}{3} = 56$ วิธี

เลือกผู้หญิง 2 คน จากผู้หญิง 4 คน จะได้ $\binom{4}{2} = 6$ วิธี

ดังนั้น จะได้วิธีทั้งหมด $56 \times 6 = 336$ วิธี

ตัวอย่าง บนเส้นรอบวงวงกลมหนึ่งมีจุดคงที่ 8 จุด จงหา

1) จำนวนเส้นตรงที่ลากเชื่อมระหว่างจุดสองจุด

วิธีทำ มีจุดทั้งหมด 8 จุด เลือกจากจากจุด 2 จุด

$$\binom{8}{2} = \frac{8!}{2!(8-2)!} = 28 \text{ วิธี}$$

2) จำนวนรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดเหล่านี้เป็นจุดยอดมุมของรูปสามเหลี่ยมทั้ง 3 มุม

วิธีทำ มีจุดทั้งหมด 8 จุด เลือกจากจากจุด 3 จุด สร้างสามเหลี่ยม

$$\binom{8}{3} = \frac{8!}{3!(8-3)!} = 56 \text{ วิธี}$$

ตัวอย่าง นักเรียนห้องหนึ่งมี 15 คน เป็นนักเรียนชาย 10 คน หญิง 5 คน แบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่มเพื่อไปทำงานตามใบงานที่ 1,2 และ 3 โดยที่ใบงานชิ้นที่ 1 ต้องการชาย 8 คน ใบงานชิ้นที่ 2 ต้องการหญิง 2 คน และใบงานชิ้นที่ 3 ต้องการ 5 คน จงหาจำนวนวิธีที่จะแบ่งนักเรียนไปทำงาน 3 ชิ้นงานนี้

วิธีทำ แบ่งนักเรียน 15 คน ออกเป็น 3 กลุ่ม

ใบงานที่ 1 มีผู้ชาย 10 คนเลือกชาย 8 คน เลือกได้ $\binom{10}{8} = \frac{10!}{8!(10-8)!} = \frac{10\times 9}{2} = 45$

ใบงานที่ 2 มีผู้หญิง 5 คนเลือกชาย 2 คน เลือกได้ $\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5\times 4\times 3}{3\times 2} = 10$

ใบงานที่ 2 ต้องการนักเรียน 5 คน เลือกมา 5 คน เลือกได้ $\binom{5}{5} = \frac{5!}{5!(5-5)!} = 1$

ดังนั้น จำนวนวิธีเลือกคนไปทำงานกลุ่ม $45\times 10 = 450$ วิธี

8. นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปองค์ความรู้จากการจัดหมู่ว่ามีลักษณะการใช้อย่างไร พร้อมให้นักเรียนร่วมกันสรุปถึงข้อแตกต่างถึงลักษณะการใช้

9. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่เหลือด้วยตนเองแล้วส่งในคาบ โดยครูคอยกำกับดูแล

<u>กิจกรรมรวบยอด</u>

10. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปประเด็นเกี่ยวกับการหาเข้าใจโจทย์ปัญหาของความน่าจะเป็นเกี่ยวกับการจัดหมู่

11. ครูให้นักเรียนทำการบ้าน worksheet 6 เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมพร้อมกำหนดวันส่ง

สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2560 จัดทำโดย สสวท.

2. แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ - การจัดหมู่	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
ตัวชี้วัด - ตัวชี้วัด ค 3.2 ม. 4/1เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียง สับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นในการทำงาน - ตรงต่อเวลา	- การเข้าเรียน - การส่งงาน - บันทึกหลังการสอน	- การเข้าเรียน - การมีส่วนร่วมกันในชั้นเรียน	- เข้าเรียนตรงต่อเวลา - มีความกระตือรือร้นในการเรียน
สมรรถนะ - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสารการสื่อความ	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%

บทที่ 2
ความน่าจะเป็น

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

หน่อยการเรียนรู้ที่ 2 ความน่าจะเป็น **เรื่อง การทดลองสุ่มและเหตุการณ์**

วิชา ค 31102 ชื่อรายวิชา คณิตศาสตร์ 2 **กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 **ปีการศึกษา 2561 เวลา 2 ชั่วโมง**

ผู้สอน อาจารย์ชูฉกาจ ชูเลิศ

ตัวชี้วัดชั้นปี

ตัวชี้วัด ค 3.2 ม. 4/2 หาความน่าจะเป็นและนำความรู้เกี่ยวกับ ความน่าจะเป็นไปใช้

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถเขียนแผนภาพต้นไม้ของความน่าจะเป็นได้และเข้าใจกฎการนับเบื้องต้น

สาระสำคัญ

การทดลองสุ่ม (Random Experiment)

การทดลองสุ่มหมายถึง การกระทำซึ่งทราบว่าผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองนั้นจะเป็นอะไรได้บ้าง แต่ไม่สามารถระบุได้แน่ชัดว่าในการทอลองแต่ละครั้งจะเกิดผลลัพธ์อะไร จากผลลัพธ์ทั้งหมดเหล่านั้น

ปริภูมิตัวอย่าง หรือ แซมเปิลเสปซ (Sample Space)

แซมเปิลสเปส หมายถึง เซตของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองสุ่ม แทนด้วย S และกำหนดให้ $n(s)$ แทน จำนวนของแซมเปิลสเปซ

เหตุการณ์ (Event)

เหตุการณ์ คือ เซตที่มีสมาชิกเป็นผลลัพธ์ที่ได้จากการกระทำจริงของการทดลองสุ่ม แทนด้วย E และกำหนดให้ $n(E)$ แทน จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

1. สามารถเข้าใจความหมายของความน่าจะเป็น
2. สามารถเข้าใจความหมายของการทดลองสุ่ม ปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์ได้
3. สามารถหาการทดลองสุ่ม ปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์ได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. มีทักษะในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้
2. มีการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
3. มีทักษะการใช้กฎการนับในการประยุกต์ใช้ได้

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีระเบียบวินัย
3. ใฝ่เรียนรู้และมุ่งในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้

<u>กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน</u>

ครูทบทวนการทำกิจกรรมในคาบที่ผ่านมาคือการทำการทดลองสุ่มโดยการโยนเหรียญและการโยนลูกเต๋า โดยในคาบนี้ครูจะสอนถึงความหมายและลักษณะในการทอลองสุ่มกันให้มากขึ้น

<u>กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน</u>

1. ครูถามนักเรียนถึงการทดลองเมื่อสัปดาห์ที่แล้วว่าการกระทำที่ได้ทำการทดลองนั้นถือว่าเป็นการทดลองสุ่ม โดยครูได้อธิบายความหมายของการทดลองสุ่มดังนี้

การทดลองสุ่ม (Random Experiment)

การทดลองสุ่มหมายถึง การกระทำซึ่งทราบว่าผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองนั้นจะเป็นอะไรได้บ้าง แต่ไม่สามารถระบุได้แน่ชัดว่าในการทอลองแต่ละครั้งจะเกิดผลลัพธ์อะไร จากผลลัพธ์ทั้งหมดเหล่านั้น

2. หลังจากนักเรียนทราบความหมายแล้วนั้น ครูจะสุ่มนักเรียนขึ้นมาตอบคำถามทีละคน ว่าการกระทำที่จะบอกต่อไปนี้ เป็นการทดลองสุ่มหรือไม่

1) เสี่ยมเซียมซี ✓
2) นำเงินไปฝากธนาคาร ✗
3) หลับตาหยิบลูกบอลในกล่อง ✓
4) สอยดาวในงานกาชาด ✓
5) โยนเหรียญ 2 เหรียญ 2 ครั้ง ✓
6) หยิบไพ่ 1 ใบออกจากไพ่ 1 สำรับ ✓
7) การทำนายเลขท้ายสองตัวของการออกสลากกินแบ่งรัฐบาลงวดที่ผ่านมา ✗
8) การสังเกตนักเรียนที่เข้าไปอ่านหนังสือในห้องสมุดของโรงเรียน ✗
9) หยิบลูกแก้วออกจากขวดโหล ✓
10) เลือกเครือข่ายผู้ปกครอง 3 คนจากผู้ปกครองทั้งหมด 3 คน ✓

3. หลังจากนักเรียนสามารถแยกการทดลองสุ่มมาได้แล้วนั้น ครูจึงถามนักเรียนว่าการทดลองสุ่มนั้นๆมีประโยชน์และนำมาใช้ได้อย่างไร โดยครูได้ให้ความหมายของคำว่า ปริภูมิตัวอย่าง ว่าคืออะไรและเกี่ยวข้องอะไรกับการทดลองสุ่ม

ปริภูมิตัวอย่าง หรือ แซมเปิลเสปซ (Sample Space)

แซมเปิลสเปส หมายถึง เซตของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองสุ่ม แทนด้วย S และกำหนดให้ $n(s)$ แทน จำนวนของแซมเปิลสเปซ

4. ครูจึงยกตัวอย่างการหาแซมเปิลสเปซและจำนวนของแซมเปิลสเปซ เพื่อให้นักรียนได้เข้าใจในความหมายมากขึ้น

ตัวอย่าง จงเขียนแซมเปิลสเปซและจำนวนแซมเปิลสเปซของการทดลองสุ่มต่อไปนี้

1) สนใจหน้าที่แสดงจากการโยนเหรียญ 1 เหรียญ 1 ครั้ง

ตอบ $S = \{H, T\}$ และ $n(s) = 2$

2) สนใจหน้าที่แสดงจากการโยนเหรียญ 1 เหรียญ 2 ครั้ง

ตอบ $S = \{(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)\}$ และ $n(s) = 4$

3) สนใจหน้าที่แสดงจากการโยนลูกเต๋า 1 ลูก

ตอบ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ และ $n(s) = 6$

4) สนใจจำนวนหลอดไฟที่เสีย จากการผลิตหลอดไฟจำนวน 50 หลอด

ตอบ $S = \{0, 1, 2, 3, ..., 50\}$ และ $n(s) = 51$

5) สนใจจำนวนลูกบอลสีแดงจากการหยิบลูกบอล 4 ลูกจากกล่องใบหนึ่งที่มีลูกบอลสีแดง 5 ลูก สีขาว 7 ลูก สีเขียว 4 ลูก

ตอบ $S = \{(0, 1, 2, 3, 4\}$ และ $n(s) = 4$

5. เมื่อนักเรียนได้เข้าใจการหาแซมเปิลสเปซของการทดลองสุ่มแล้วนั้น ครูจึงให้นักเรียนลองทำแบบฝึกหัดที่เหลือเพิ่มเติม เพื่อให้นักเรียนได้ลองค้นหาความเข้าใจด้วยตนเอง

6. หลังจากนั้นครูทฤษฎีอีกหนึ่งทฤษฎีที่เกี่ยวข้องและสำคัญกับความน่าจะเป็น โดยครูถามนักเรียนว่าความน่าจะเป็นก็คือการคิดค่าความเป็นไปได้จากสิ่งที่เราสนใจจากความเป็นไปได้ทั้งหมด ดังนั้น ครูจึงบอกนักเรียนเกี่ยวกับการหาค่าสิ่งที่เราสนใจ คือ เหตุการณ์ (Event)

เหตุการณ์ (Event)

เหตุการณ์ คือ เซตที่มีสมาชิกเป็นผลลัพธ์ที่ได้จากการกระทำจริงของการทดลองสุ่ม แทนด้วย E และกำหนดให้ $n(E)$ แทน จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์

7. จากนั้นครูจึงแนะนำสมบัติของความน่าจะเป็นที่สำคัญเพื่อเป็นการสรุปความคิดรวบยอด

รู้ไว้เถอะว่า!!!!!!! E เป็นเหตุการณ์ ก็ต่อเมื่อ $E \subset S$

1. $\varnothing \subset S$ ดังนั้น $\varnothing$ เป็นเหตุการณ์
2. $S \subset S$ ดังนั้น S เป็นเหตุการณ์
3. ถ้า S เป็นเซตจำกัดและ E เป็นเหตุการณ์ จะได้ว่า
   - 3.1 E เป็นเซตจำกัดด้วย
   - 3.2 $0 \le n(E) \le n(S)$
   - 3.3 $n(E) = 0$ เมื่อ $E = \varnothing$
   - 3.4 $n(E) = n(S)$ แล้ว $E = S$
   - 3.5 ถ้า $n(S) = n$ แล้วจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมด เท่ากับ 2^n

8. จากนั้นครูลองยกตัวอย่างเกี่ยวการการหาเหตุการณ์ โดยยกตัวอย่างเพิ่มเติมเพื่อความเข้าใจ

ตัวอย่าง ในการโดยลูกเต๋า 1 ลูก จงเขียนเหตุการณ์และจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) E_1 เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มเป็นเลขคี่

ตอบ $E_1 = \{1,3,5\}$, $n(E_1) = 3$

2) E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มน้อยกว่า 3

ตอบ $E_2 = \{1,2\}$, $n(E_2) = 2$

ตัวอย่าง ในการโดยลูกเต๋า 2 ลูก จงเขียนเหตุการณ์และจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) E_1 เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มทั้งสองเหมือนกัน

ตอบ $E_1 = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6)\}$, $n(E_2) = 6$

2) E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ได้ผลต่างของแต้มอย่างน้อย 4

ตอบ $E_2 = \{(1,5),(5,1),(1,6),(6,1),(2,6),(6,2)\}$, $n(E_2) = 6$

3) E_3 เป็นเหตุการณ์ที่ได้ผลบวกของแต้มอย่างมาก 5

ตอบ $E_3 = \{(1,1),(1,2),(2,1),(1,3),(3,1),(1,4),(4,1),(2,2),(2,3),(3,2)\}$,

$n(E_3) = 10$

9. หลังจากครูได้ฝึกทำตัวอย่างการหาเหตุการณ์ครูจึงลองให้นักเรียนทำตัวอย่างเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเอง

ตัวอย่าง การทดลองเริ่มต้นด้วยการโยนเหรียญอันหนึ่ง ถ้าได้หัวโยนเหรียญนั้นอีกครั้ง แต่ถ้าได้ก้อยให้ทอดลูกเต๋าหนึ่งลูก

1) จงเขียนแซมเปิลสเปซ

2) จงระบุสมาชิกของเซต A ซึ่งเป็นเหตุการณ์ที่แต้มบนลูกเต๋ามากกว่า 3

3) จงระบุสมาชิกของ B ซึ่งเป็นเหตุการณ์ที่เกิดก้อย 2 ครั้ง

วิธีทำ หาแซมเปิลสเปซ

$$S = \{(H,H),(H,T),(T,1),(T,2),(T,3),(T,4),(T,5),(T,6)\}$$

หาสมาชิกของเซต A ซึ่งเป็นเหตุการณ์ที่แต้มบนลูกเต๋ามากกว่า 3

$$A = \{(T,4),(T,5),(T,6)\}$$

หาสมาชิกของ B ซึ่งเป็นเหตุการณ์ที่เกิดก้อย 2 ครั้ง

$$B = \varnothing$$

ตัวอย่าง การโยนเหรียญอันหนึ่ง กับการทอดลูกเต๋าอีกลูกหนึ่ง ให้พร้อมกันให้

A แทนเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นก้อย ลูกเต๋าขึ้นแต้มคี่

B แทนเหตุการณ์ที่แต้มเป็นเลขที่หารด้วย 3 ลงตัว

C แทนเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัว ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่

1) เหรียญขึ้นก้อยแล้วลูกเต๋าขึ้นแต้มคี่ หรือแต้มเป็นเลขที่หารด้วย 3 ลงตัว

2) เหรียญขึ้นหัว ลูกเต๋าขึ้นแต้ม 3 หรือ เหรียญขึ้นก้อย ลูกเต๋าขึ้นแต้ม 6

วิธีทำ หาเหตุการณ์การโยนเหรียญอันหนึ่ง กับการทอดลูกเต๋าอีกลูกหนึ่ง

$$S = \{(H,1),(H,2),(H,3),(H,4),(H,5),(H,6),$$
$$(T,1),(T,2),(T,3),(T,4),(T,5)(T,6)\}$$

$$A = \{(T,1),(T,3),(T,5)\}$$
$$B = \{(H,3),(H,6),(T,3),(T,6)\}$$
$$B = \{(H,2),(H,4),(H,6)\}$$

1) เหรียญขึ้นก้อยแล้วลูกเต๋าขึ้นแต้มคี่ หรือแต้มเป็นเลขที่หารด้วย 3 ลงตัว

จะได้ $\{(T,1),(T,3),(T,6),(H,3),(H,6)\} = A \cup B$

2) เหรียญขึ้นหัว ลูกเต๋าขึ้นแต้ม 3 หรือ เหรียญขึ้นก้อย ลูกเต๋าขึ้นแต้ม 6 จะได้ $\{(H,3) \cup (T,6)\}$

10. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมด้วยตนเอง เพื่อเป็นการสร้างความเข้าใจความคิดรวบยอดด้วยตนเอง

<u>กิจกรรมรวบยอด</u>

11. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปประเด็นเกี่ยวกับที่เรียนวันนี้ที่ได้ทำในวันนี้ว่าได้ประโยชน์อย่างไรและสามารถเชื่อมโยงกับความน่าจะเป็นได้อย่างไรบ้าง

12. ครูสั่งการบ้านนักเรียนเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจด้วยตนเอง

สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2560 จัดทำโดย สสวท.

2. แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ - การทดลองสุ่มและเหตุการณ์	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
ตัวชี้วัด - ตัวชี้วัด ค 3.2 ม. 4/2 หาความน่าจะเป็นและนำความรู้เกี่ยวกับ ความน่าจะเป็นไปใช้	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นในการทำงาน - ตรงต่อเวลา	- การเข้าเรียน - การส่งงาน - บันทึกหลังการสอน	- การเข้าเรียน - การมีส่วนร่วมกันในชั้นเรียน	- เข้าเรียนตรงต่อเวลา - มีความกระตือรือร้นในการเรียน
สมรรถนะ - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสารการสื่อความ	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

หน่อยการเรียนรู้ที่ 2 ความน่าจะเป็น **เรื่อง ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์**

วิชา ค 31102 ชื่อรายวิชา คณิตศาสตร์ 2 **กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 **ปีการศึกษา 2561 เวลา 2 ชั่วโมง**

ผู้สอน อาจารย์ชูฉกาจ ชูเลิศ

ตัวชี้วัดชั้นปี

ตัวชี้วัด ค 3.2 ม. 4/2 หาความน่าจะเป็นและนำความรู้เกี่ยวกับ ความน่าจะเป็นไปใช้

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของความน่าจะเป็นและ ใช้สมบัติที่สำคัญของความน่าจะเป็นได้

สาระสำคัญ

บทนิยาม ความน่าจะเป็นคือ อัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่สนใจ กับจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซที่มีโอกาสเกิดขึ้นเท่าๆกัน

ให้ $n(E)$ แทน จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์

$n(S)$ แทน จำนวนสมาชิกของ sample space

และให้ $P(E)$ แทนความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E

จะได้ว่า $$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

1. สามารถเข้าใจความหมายของความน่าจะเป็น
2. สามารถเข้าใจความหมายของการทดลองสุ่ม ปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์ได้
3. สามารถหาการทดลองสุ่ม ปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์ได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. มีทักษะในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้
2. มีการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
3. มีทักษะการใช้กฎการนับในการประยุกต์ใช้ได้

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีระเบียบวินัย
3. ใฝ่เรียนรู้และมุ่งในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้

<u>กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน</u>

ครูถามนักเรียนเกี่ยวกับเนื้อหาความรู้ที่เรียนมาเมื่อสัปดาห์ที่แล้วนั้นว่าได้เรียนอะไรมาแล้วบ้าง ดังนั้นครูจึงเกริ่นถึงความน่าจะเป็นว่าคืออะไร มีความหมายอย่างไร

<u>กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน</u>

1. ครูถามนักเรียนเกี่ยวกับเนื้อหาความรู้ที่เรียนมาเมื่อสัปดาห์ที่แล้วนั้นว่าได้เรียนอะไรมาแล้วบ้าง ดังนั้นครูจึงเกริ่นถึงความน่าจะเป็นว่าคืออะไร มีความหมายอย่างไร

บทนิยาม ความน่าจะเป็นคือ อัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่สนใจ กับจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซที่มีโอกาสเกิดขึ้นเท่าๆกัน

ให้ $n(E)$ แทน จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์

$n(S)$ แทน จำนวนสมาชิกของ sample space

และให้ $P(E)$ แทนความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E

จะได้ว่า $$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

2. ครูได้ให้สมบัติของความน่าจะเป็น นั่นคือ **<u>สมบัติเกี่ยวกับความน่าจะเป็น</u>**

1. ถ้า E เป็นเหตุการณ์ใดใด แล้ว $0 \le P(E) \le 1$
2. $P(E) = 0$ ก็ต่อเมื่อ $E = \varnothing$
3. $P(E) = 1$ ก็ต่อเมื่อ $E = S$

และได้ย้ำกับนักเรียนว่าค่าของความน่าจะเป็นจะอยู่ระหว่าง $0 \le P(E) \le 1$

โดยถ้า $P(E) = 0$ นั่นคือ โอกาสของความน่าจะเป็นจะเกิดขึ้น 0% และถ้า

$P(E) = 1$ นั่นคือ โอกาสของความน่าจะเป็นจะเกิดขึ้น 100%

3. ครูได้ลองยกตัวอย่างในสถานการณ์จริงว่าเพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจมากขึ้น และให้นักเรียนช่วยกันคิดว่าเหตุการณ์อะไรบ้างที่มีโอกาสเกิดขึ้นทั้ง 0% และ 100%

4. หลังจากนักเรียนได้ทราบความหมายและการหาความน่าจะเป็นนั้นหาอย่างไร ครูจึงลองยกตัวอย่างเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจการหาความน่าจะเป็นได้

ตัวอย่าง ในการโยนลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง

วิธีทำ ในขั้นตอนเริ่มต้นนั้น ต้องหา $n(s) = 6 \times 6 = 36$

1) ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าจะขึ้นหน้าเหมือนกันทั้ง 2 ลูก

จะได้ว่าเหตุการณ์คือ ลูกเต๋าจะขึ้นหน้าเหมือนกันทั้ง 2 ลูก นั่นคือ

$E = \{(1,1),(2,2),(3,3),...,(6,6)\}$ และ $n(E) = 6$

2) ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าจะขึ้นหน้าไม่เหมือนกันทั้ง 2 ลูก

จะได้ว่า เหตุการณ์คือ ที่ลูกเต๋าจะขึ้นหน้าไม่เหมือนกันทั้ง 2 ลูก

และจากข้อที่แล้วลูกเต๋าที่ขึ้นหน้าเหมือนเท่ากับ 6 วิธี และจำนวนทั้งหมดของหน้าลูกเต๋าคือ 36 วิธี

ดังนั้นเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าจะขึ้นหน้าไม่เหมือนกันทั้ง 2 ลูก คือ 36-6 = 30

ดังนั้น $n(E) = 30$

5. ในตัวอย่างขั้นต้นจะเป็นตัวอย่างที่ไม่ซับซ้อน ในตัวอย่างที่เหลือครูจึงให้นักเรียนได้ลองฝึกเขียนแจกแจงปริภูมิตัวอย่างและการหาเหตุการณ์เพื่อนำไปหาค่าความน่าจะเป็น โดยครูจะคอยกำกับดูแลแล้วเฉลย

6. ครูได้ยกตัวอย่างเพิ่มเติมในโจทย์ที่ซับซ้อนเพิ่มมากขึ้นเพื่อให้นักเรียนได้ทบทวนเรื่อง กฎการนับเบื้องต้น การเรียงสับเปลี่ยนและการจัดหมู่

ตัวอย่าง ครูคนหนึ่งต้องการแจกขนม 3 ชิ้นที่แตกต่างกันให้กับนักเรียนที่มี 6 คน จงหาความน่าจะเป็นที่ครูจะแจกขนมให้นักเรียนที่ไม่ซ้ำคน

วิธีทำ S คือ ครูคนหนึ่งต้องการแจกขนม 3 ชิ้นที่แตกต่างกันให้กับนักเรียนที่มี 6 คน

และปริภูมิตัวอย่าง นั่นคือ $n(s) = 6 \times 6 \times 6 = 216$

E คือเหตุการณ์ที่ครูจะแจกขนมให้นักเรียนที่ไม่ซ้ำคน

และ $n(E)$ คือ $6 \times 5 \times 4 = 120$

ดังนั้น $P(E) = \dfrac{n(E)}{n(S)} = \dfrac{120}{216} = \dfrac{5}{9}$

ตัวอย่าง มีตัวอักษร 3 ตัวคือ P,A,T นำมาสลับที่กันทั้ง 3 ตัว เพื่อให้เกิดคำใหม่(ไม่จำเป็นต้องมีความหมาย)จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะได้ P เป็นตัวแรกของคำ

วิธีทำ S คือ นำตัวอักษร 3 ตัวคือ P,A,T นำมาสลับที่กันทั้ง 3 ตัว คือ $S=\{PAT,PTA,TAP,TPA,ATP,APT\}$ และปริภูมิตัวอย่าง นั่นคือ $n(s)=3!=6$

E คือเหตุการณ์ที่จะได้ P เป็นตัวแรกของคำ นั่นคือ $E=\{PAT,PTA\}$

และ $n(E)$ คือ $1\times 2\times 1 = 2$

ดังนั้น $P(E)=\dfrac{n(E)}{n(S)} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

ตัวอย่าง จากเลขโดด 1,3,0 นำมาสร้างจำนวนที่มี 2 หลัก โดยใช้เลขไม่ซ้ำกัน จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้เลขคู่

วิธีทำ S คือ เลขโดด 1,3,0 นำมาสร้างจำนวนที่มี 2 หลัก โดยใช้เลขไม่ซ้ำกัน

$S=\{13,10,31,30\}$ และปริภูมิตัวอย่าง นั่นคือ $n(s)=4$

E คือเหตุการณ์สร้างจำนวนที่มี 2 หลักที่เป็นเลขคู่ นั่นคือ $E=\{10,30\}$

และ $n(E) = 2$

ดังนั้น $P(E)=\dfrac{n(E)}{n(S)} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

ตัวอย่าง มีนักเรียน 5 คนรวมโบและเบลด้วย ยืนแถวตรงหน้าเสาธงแถวเดียว จงหาความน่าจะเป็นที่

1) โบและเบลยืนติดกัน(E_1)

วิธีทำ S คือ มีนักเรียน 5 คนรวมโบและเบลด้วยยืนแถวตรงหน้าเสาธงแถวเดียว

และปริภูมิตัวอย่าง นั่นคือ $n(s)=5!=120$

E คือเหตุการณ์ที่โบและเบลยืนติดกัน(E_1) นั่นคือ

(โบ เบล) O O O $n(E) = 4!\times 2 = 48$

ดังนั้น $P(E)=\dfrac{n(E)}{n(S)} = \dfrac{48}{120} = \dfrac{1}{2}$

2) โบและเบลยืนอยู่หัวแถวและท้ายแถว (E_2)

ให้ E คือเหตุการณ์ที่โบและเบลยืนอยู่หัวแถวและท้ายแถว(E_2)

นั่นคือ โบ ○ ○ ○ เบล $n(E) = 3! \times 2! = 12$ วิธี

ดังนั้น $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{12}{120} = \frac{1}{10}$

3) โบและแบลยืนแยกกัน (E_3)

ให้ E คือเหตุการณ์ที่โบและแบลยืนแยกกัน (E_3)

นั่นคือ โบ ○ ○ ○ จะได้ $4!$

และ นำเบลไปเลือกทีหลัง นั่นคือ สามารถวางเบลได้ 3 ที่ นั่นคือ $4! \times 3 = 72$

ดังนั้น $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{72}{120} = \frac{3}{5}$

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมด้วยตนเอง เพื่อเป็นการสร้างความเข้าใจความคิดรวบยอดด้วยตนเอง

<u>กิจกรรมรวบยอด</u>

8. ครูสั่งการบ้านนักเรียนเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจด้วยตนเอง

สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2560 จัดทำโดย สสวท.

2. แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ - ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
ตัวชี้วัด - ตัวชี้วัด ค 3.2 ม. 4/2 หาความน่าจะเป็นและนำความรู้เกี่ยวกับ ความน่าจะเป็นไปใช้	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นในการทำงาน - ตรงต่อเวลา	- การเข้าเรียน - การส่งงาน - บันทึกหลังการสอน	- การเข้าเรียน - การมีส่วนร่วมกันในชั้นเรียน	- เข้าเรียนตรงต่อเวลา - มีความกระตือรือร้นในการเรียน
สมรรถนะ - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสารการสื่อความ	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

หน่อยการเรียนรู้ที่ 2 ความน่าจะเป็น **เรื่อง ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์**

วิชา ค 31102 ชื่อรายวิชา คณิตศาสตร์ 2 **กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 **ปีการศึกษา 2561 เวลา 2 ชั่วโมง**

ผู้สอน อาจารย์ชูฉกาจ ชูเลิศ

ตัวชี้วัดชั้นปี

ตัวชี้วัด ค 3.2 ม. 4/2 หาความน่าจะเป็นและนำความรู้เกี่ยวกับ ความน่าจะเป็นไปใช้

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของความน่าจะเป็นและ ใช้สมบัติที่สำคัญของความน่าจะเป็นได้

สาระสำคัญ

บทนิยาม ความน่าจะเป็นคือ อัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่สนใจ กับจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซที่มีโอกาสเกิดขึ้นเท่าๆกัน

ให้ $n(E)$ แทน จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์

$n(S)$ แทน จำนวนสมาชิกของ sample space

และให้ $P(E)$ แทนความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E

จะได้ว่า $$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

1. สามารถเข้าใจความหมายของความน่าจะเป็น
2. สามารถเข้าใจความหมายของการทดลองสุ่ม ปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์ได้
3. สามารถหาการทดลองสุ่ม ปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์ได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. มีทักษะในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้
2. มีการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
3. มีทักษะการใช้กฎการนับในการประยุกต์ใช้ได้

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีระเบียบวินัย
3. ใฝ่เรียนรู้และมุ่งในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้

<u>กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน</u>

ครูถามนักเรียนเกี่ยวกับเนื้อหาความรู้ที่เรียนมาเมื่อสัปดาห์ที่แล้วนั้นว่าได้เรียนอะไรมาแล้วบ้าง ดังนั้นครูจึงเกริ่นถึงความน่าจะเป็นว่าคืออะไร มีความหมายอย่างไร

<u>กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน</u>

1. ครูพานักเรียนทำตัวอย่างเพิ่มเติมจากสัปดาห์ที่แล้ว

ตัวอย่าง มีจำนวนจริงบวก 4 จำนวน จำนวนจริงลบ 5 จำนวนโดยเลือกจำนวนออกมา 3 จำนวน จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

1) ผลคูณของจำนวนทั้งสามเป็นจำนวนบวก(E_1)

วิธีทำ จากโจทย์จะได้ว่า มีจำนวนจริงบวก 4 จำนวน จำนวนจริงลบ 5

S คือ มีจำนวนจริงลบและจำนวนจริงบวก 10 จำนวนโดยเลือกจำนวนออกมา 3 จำนวน

ดังนั้น ปริภูมิตัวอย่าง นั่นคือ $n(s) = \binom{9}{3}$ = 84

E คือเหตุการณ์ผลคูณของจำนวนทั้งสามเป็นจำนวนบวก(E_1)

นั่นคือ **กรณีที่ 1** จำนวนจริงบวก x จำนวนจริงบวก x จำนวนจริงบวก

จะได้ว่า $n(E)$ = $\binom{4}{3}$ = 4 วิธี

กรณีที่ 2 จำนวนจริงบวก x จำนวนจริงลบ x จำนวนจริงลบ

จะได้ว่า $n(E)$ = $\binom{4}{1}\binom{5}{2}$ = 40 วิธี

ดังนั้น เหตุการณ์ที่ผลคูณของจำนวนทั้งสามเป็นจำนวนบวก คือ $40 + 4 = 44$

ดังนั้น $P(E)=\frac{n(E)}{n(S)} = \frac{44}{84} = \frac{11}{21}$

2) ผลคูณของจำนวนทั้งสามเป็นจำนวนลบ(E_2)

E คือเหตุการณ์ผลคูณของจำนวนทั้งสามเป็นจำนวนลบ(E_2)

นั่นคือ **กรณีที่ 1** จำนวนจริงลบ x จำนวนจริงบวก x จำนวนจริงบวก

จะได้ว่า $n(E) = \binom{4}{2}\binom{5}{1} = 30$ วิธี

กรณีที่ 2 จำนวนจริงลบ x จำนวนจริงลบ x จำนวนจริงลบ

จะได้ว่า $n(E) = \binom{5}{3} = 10$ วิธี

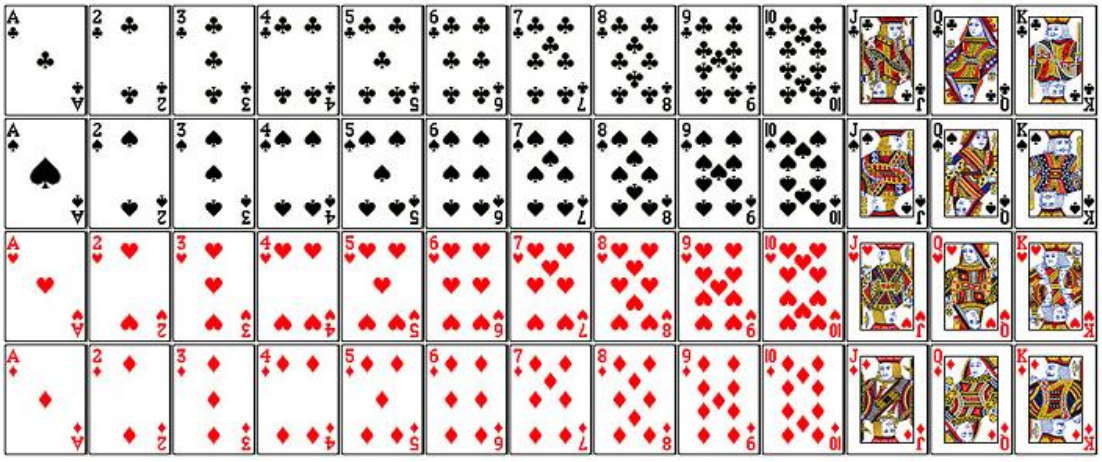
ดังนั้น เหตุการณ์ที่ผลคูณของจำนวนทั้งสามเป็นจำนวนบวก คือ $30+10=40$

ดังนั้น $P(E)=\frac{n(E)}{n(S)} = \frac{40}{84} = \frac{20}{21}$

ตัวอย่าง ในการสุ่มหยิบไพ่ 1 ใบ จากสำรับหนึ่ง จงหา

วิธีทำ S คือ ในการสุ่มหยิบไพ่ 1 ใบ จากสำรับหนึ่ง ซึ่งไพ่ 1 สำรับมี 52 ใบ

ดังนั้น ปริภูมิตัวอย่าง นั่นคือ $n(s)=\binom{52}{1} = 52$



1) ความน่าจะเป็นที่จะได้ไพ่แต้ม 5

E คือเหตุการณ์ที่จะได้ไพ่แต้ม 5 นั่นคือ E = { 5 โพดำ, 5 โพแดง , 5 ดอกจิก , 5 ข้าวหลามตัด }

จะได้ว่า $n(E) = 4$ วิธี

ดังนั้น $P(E)=\frac{n(E)}{n(S)} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

2) ความน่าจะเป็นที่จะได้ไพ่สีแดง

E คือเหตุการณ์ที่จะได้ไพ่แต้ม 5 นั่นคือ E = { ไพ่โพแดง 13 ใบ , ไพ่ข้าวหลามตัด 13 ใบ}

จะได้ว่า $n(E) = 13+13 = 26$ วิธี

ดังนั้น $P(E)=\frac{n(E)}{n(S)} = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$

<u>กิจกรรมรวบยอด</u>

2. ครูให้นักเรียนเล่นเกม Kahoot! เกี่ยวกับเรื่องความน่าจะเป็น เพื่อเป็นการทบทวนความรู้ที่ได้เรียนมาแล้ว

สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2560 จัดทำโดย สสวท.

2. แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2

3. Kahoot!

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ - ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
ตัวชี้วัด - ตัวชี้วัด ค 3.2 ม. 4/2 หาความน่าจะเป็นและนำความรู้เกี่ยวกับ ความน่าจะเป็นไปใช้	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นในการทำงาน - ตรงต่อเวลา	- การเข้าเรียน - การส่งงาน - บันทึกหลังการสอน	- การเข้าเรียน - การมีส่วนร่วมกันในชั้นเรียน	- เข้าเรียนตรงต่อเวลา - มีความกระตือรือร้นในการเรียน
สมรรถนะ - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสารการสื่อความ	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

หน่อยการเรียนรู้ที่ 2 ความน่าจะเป็น **เรื่อง สมบัติของความน่าจะเป็น**

วิชา ค 31102 ชื่อรายวิชา คณิตศาสตร์ 2 **กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 **ปีการศึกษา 2561 เวลา 2 ชั่วโมง**

ผู้สอน อาจารย์ชูฉกาจ ชูเลิศ

ตัวชี้วัดชั้นปี

ตัวชี้วัด ค 3.2 ม. 4/2 หาความน่าจะเป็นและนำความรู้เกี่ยวกับ ความน่าจะเป็นไปใช้

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถนำสมบัติที่สำคัญของความน่าจะเป็นไปใช้ได้

สาระสำคัญ

สมบัติความน่าจะเป็น คือ ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์ใดใดในการทดลองสุ่ม ซึ่งมีแซมเปิลสเปซ (S) จะได้

1. $P(A) \geq 0 \ ; \ A \subset S$
2. $P(S) = 1$
3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

1. สามารถเข้าใจความหมายของความน่าจะเป็น
2. สามารถเข้าใจความหมายของการทดลองสุ่ม ปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์ได้
3. สามารถหาการทดลองสุ่ม ปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์ได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. มีทักษะในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้
2. มีการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
3. มีทักษะการใช้กฎการนับในการประยุกต์ใช้ได้

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีระเบียบวินัย
3. ใฝ่เรียนรู้และมุ่งในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้

<u>กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน</u>

ครูทบทวนการหาแซมเปิลเสปซและเหตุการณ์และจำนวนของการหาแซมเปิลเสปซและจำนวนของเหตุการณ์

<u>กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน</u>

1. ครูถามนักเรียนเกี่ยวกับเนื้อหาความรู้ที่เรียนมาเมื่อสัปดาห์ที่แล้วนั้นว่าได้เรียนอะไรมาแล้วบ้าง ดังนั้นครูจึงเกริ่นถึงความน่าจะเป็นว่าคืออะไร มีความหมายอย่างไร โดยในสัปดาห์นี้เราจะเรียนถึงสมบัติที่สำคัญของความน่าจะเป็น โดยครูได้ให้สมบัติความน่าจะเป็น ดังนี้

สมบัติความน่าจะเป็น คือ ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์ใดใดในการทดลองสุ่ม ซึ่งมีแซมเปิลสเปซ (S) จะได้

1. $P(A) \geq 0 \ ; \ A \subset S$
2. $P(S) = 1$
3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดขึ้นร่วมกันไม่ได้

จากสมบัติทั้ง 3 ข้อจะเห็นว่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ใดใด มีค่าเป็นบวกเสมอ โดยมีค่า $0 \leq P(A) \leq 1$ ซึ่งถ้า $P(A) = 0$ แสดงว่า เหตุการณ์นั้นไม่มีโอกาสเกิดขึ้นเลย แต้ถ้า $P(A) = 1$ แสดงว่าเหตุการณ์นั้นเกิดขึ้นได้แน่นอน

2. โดยครูบอกนักเรียนว่า เรื่องนี้ต้องใช้พื้นฐานที่สำคัญของการดำเนินการทางเซต ดังนั้นครูจึงจะทำการทบทวนการดำเนินการของเซตและการวาดแผนภาพเวนน์ออยเลอร์ ดังนี้

กฎของความน่าจะเป็น

ให้ A และ B เป็นเหตุการณ์ใดใดจากการทดลอง ซึ่งมีแซมเปิลสเปซ(S) จะได้

1. $P(\varnothing) = 0$
2. $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$
3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
4. $P(A') = 1 - P(A)$
5. $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

6. ถ้า $B \subset A$ จะได้ $P(A) \geq P(B)$

7. ถ้า $A_1, A_2, A_3, ...A_n$ เป็นเหตุการณ์ที่คู่ใดใด เกิดร่วมกันไม่ได้ จะได้

$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup ... \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + ... + P(A_n)$

3. หลังจากนักเรียนได้ทบทวนหลักการทางเซตไปแล้วนั้น ครูจึงยกตัวอย่างเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากขึ้น

ตัวอย่าง ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์ที่เกิดร่วมกันไม่ได้ และ $P(A) = 0.5$ และ $P(B) = 0.4$ จงหาค่าของ

1) $P(B')$

วิธีทำ จากโจทย์ทราบว่า $P(A) = 0.5$ และ $P(B) = 0.4$

หา $P(B')$ จากสูตรของความน่าจะเป็นคือ $P(A') = 1 - P(A)$

จะได้ว่า $P(B') = 1 - P(B)$

$= 1 - 0.4$

$= 0.6$

2) $P(A \cup B)$

จากสมบัติของความน่าจะเป็นคือ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

และเนื่องจากโจทย์บอกว่า A และ B เป็นเหตุการณ์ที่เกิดร่วมกันไม่ได้ ดังนั้น $P(A \cap B) = 0$

ดังนั้นจะได้ว่า $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= 0.5 + 0.4 - 0$

$= 0.9$

3) $P(A \cap B')$

จากสมบัติของความน่าจะเป็นคือ $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$

จะได้ว่า $P(A \cap B') = 0.5 - 0$

$= 0.5$

4. ครูให้นักเรียนทำตัวอย่างในเอกสารประกอบการเรียนด้วยตนเอง เพื่อเป็นการให้นักเรียนเข้าใจหลักการพื้นฐานด้วยตนเอง และเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

5. เมื่อนักเรียนเข้าใจหลักการพื้นฐานการใช้สูตรของความน่าจะเป็นและหลักการของเซตแล้วนั้น ครูจึงยกตัวอย่างประกอบที่ซ้ำซ้อนมากขึ้น โจทย์ที่เป็นโจทย์ปัญหาเพื่อให้นักเรียนได้ลองนำสูตรและความเข้าใจนั้นมาปรับใช้ได้

ตัวอย่างถ้าความน่าจะเป็นที่แฟรงค์จะสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์ และชีววิทยาเป็น 0.6 และ 0.5 ตามลำดับ ความน่าจะเป็นที่จะสอบผ่านอย่างน้อย 1 วิชาเท่ากับ 0.8 จงหาความน่าจะเป็นที่จะสอบผ่านทั้ง 2 วิชา

วิธีทำ ให้ $P(A)$ แทน ความน่าจะเป็นที่แฟรงค์จะสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์

และ ให้ $P(B)$ แทน ความน่าจะเป็นที่แฟรงค์จะสอบผ่านวิชาชีววิทยา

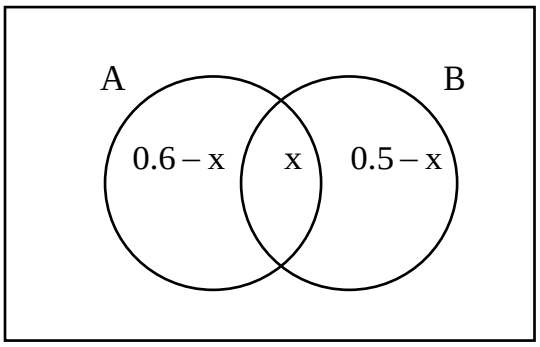
จากโจทย์จะได้ว่า $P(A) = 0.6$ และ $P(B) = 0.5$

และ ความน่าจะเป็นที่จะสอบผ่านอย่างน้อย 1 วิชาเท่ากับ 0.8 นั่นคือ $P(A \cup B) = 0.8$

และโจทย์ต้องการหา จงหาความน่าจะเป็นที่จะสอบผ่านทั้ง 2 วิชา นั่นคือ $P(A \cap B)$

ดังนั้น ให้ x แทนความน่าจะเป็นที่จะสอบผ่านอย่างน้อย 1 วิชา

สามารถวาดแผนภาพเวนน์ออยเลอร์ได้ดังนี้



จากแผนภาพ จะได้ว่า $P(A \cup B) = 0.8$

$$(0.6 - x) + x + (0.5 - x) = 0.8$$

$$1.1 - x = 0.8$$

$$x = 0.3$$

หรือ ถ้าไม่วาดแผนภาพ เราสามารถใช้สูตรในการหาได้เช่นกัน

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.8 = 0.6 + 0.5 - x$$

$$x = 0.3$$

ดังนั้น จงหาความน่าจะเป็นที่จะสอบผ่านทั้ง 2 วิชา คือ 0.3

ตัวอย่าง ผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์และเคมีของนักเรียนกลุ่มหนึ่งพบว่า $\frac{1}{3}$ ของนักเรียนทั้งหมดสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์ และ $\frac{8}{15}$ ของนักเรียนทั้งหมดสอบผ่านวิชาเคมี ถ้าความน่าจะเป็นของนักเรียนกลุ่มนี้ที่จะสอบผ่านอย่างมาก 1 วิชา เท่ากับ $\frac{4}{5}$ จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนกลุ่มนี้จะสอบผ่านอย่างน้อย 1 วิชา

วิธีทำ ให้ $P(A)$ แทน ความน่าจะเป็นที่จะสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์

และ ให้ $P(B)$ แทน ความน่าจะเป็นที่จะสอบผ่านวิชาเคมี

จากโจทย์จะได้ว่า $P(A) = \frac{1}{3}$ และ $P(B) = \frac{8}{15}$

และ ความน่าจะเป็นที่จะสอบผ่านอย่างมาก 1 วิชาเท่ากับ $\frac{4}{5}$

นั่นคือ สอบผ่านอย่างมาก 1 วิชา หมายถึง ไม่สามารถผ่านสองวิชาได้ โดย ผ่านทั้งสองวิชาคือ $P(A \cap B)$

ดังนั้น สอบผ่านอย่างมาก 1 วิชา คือ $P(A \cap B)' = \frac{4}{5}$

และโจทย์ต้องการหา จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนกลุ่มนี้จะสอบผ่านอย่างน้อย 1 วิชานั่นคือ $P(A \cup B)$

จากสมบัติความน่าจะเป็น $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

แต่เนื่องจากตอนนี้ยังไม่ทราบ $P(A \cap B)$ โดยเราสามารถหาได้จาก $P(A \cap B)' = \frac{4}{5}$

จากสมบัติจะได้ว่า $P(A') = 1 - P(A)$ ซึ่งก็คือ $P(A \cap B)' = 1 - P(A \cap B)$

จะได้ว่า $P(A \cap B)' = 1 - P(A \cap B)$

$$\frac{4}{5} = 1 - P(A \cap B)$$

ดังนั้น $P(A \cap B) = 1 - \frac{4}{5}$

$$= \frac{1}{5}$$

เพราะฉะนั้น ความน่าจะเป็นที่นักเรียนกลุ่มนี้จะสอบผ่านอย่างน้อย 1 วิชา คือ $\frac{1}{5}$

6. หลังจากนักเรียนได้ลองทำตัวอย่างไปมากขึ้นแล้วนั้น ตัวอย่างต่อไปนี้จะเป็นตัวอย่างที่ซับซ้อนมากขึ้น โดยครูให้นักเรียนลองทำด้วยตนเองก่อน และครูจะทำการเฉลย

ตัวอย่าง ให้ A และ B แทนเหตุการณ์ในแซมเปิลสเปซ (S) ถ้า $P(A') = 0.6 , P(B \cap A') = 0.2$ และ $P(A \cap B)' = 0.9$ จงหา $P(A \cup B)'$

วิธีทำ จากโจทย์จะได้ว่า $P(A') = 0.6 , P(B \cap A') = 0.2$ และ $P(A \cap B)' = 0.9$

และโจทย์ต้องการหา $P(A \cup B)'$

ดังนั้นจากสูตร $P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B)$

ขั้นแรก ต้องทำการหา $P(A \cup B)$ ก่อนซึ่งหาได้จาก $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

ขั้นที่สอง หา $P(A), P(B), P(A \cap B)$

หา $P(A)$ จาก $P(A') = 1 - P(A)$

$0.6 = 1 - P(A)$

ดังนั้น $P(A) = 0.4$

ต่อมาหา $P(A \cap B)' = 0.9$

จาก $P(A') = 1 - P(A)$

จะได้ว่า $0.9 = 1 - P(A \cap B)$

ดังนั้น $P(A \cap B) = 0.1$

ต่อมาหา $P(B)$ จาก $P(B \cap A') = 0.2$

และจากสมบัติของความน่าจะเป็นนั่นคือ $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$

จะได้ว่า $P(B \cap A') = P(B) - P(B \cap A)$

$0.2 = P(B) - 0.1$

ดังนั้น $P(B) = 0.3$

จะได้ว่า $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= 0.4 + 0.3 - 0.1$

$= 0.6$

เพราะฉะนั้น $P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B)$

$= 1 - 0.6$

$P(A \cup B)' = 0.4$

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมด้วยตนเอง เพื่อเป็นการสร้างความเข้าใจความคิดรวบยอดด้วยตนเอง โดยครูคอยกำกับและดูแล

<u>กิจกรรมรวบยอด</u>

8. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปประเด็นเกี่ยวกับที่เรียนวันนี้ที่ได้ทำในวันนี้ว่าได้ประโยชน์อย่างไร และสามารถเชื่อมโยงกับความน่าจะเป็นได้อย่างไรบ้าง

9. ครูสั่งการบ้านนักเรียนเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจด้วยตนเอง

สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2560 จัดทำโดย สสวท.

2. แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ - สมบัติของความน่าจะเป็น	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
ตัวชี้วัด - ตัวชี้วัด ค 3.2 ม. 4/2 หาความน่าจะเป็นและนำความรู้เกี่ยวกับ ความน่าจะเป็นไปใช้	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นในการทำงาน - ตรงต่อเวลา	- การเข้าเรียน - การส่งงาน - บันทึกหลังการสอน	- การเข้าเรียน - การมีส่วนร่วมกันในชั้นเรียน	- เข้าเรียนตรงต่อเวลา - มีความกระตือรือร้นในการเรียน
สมรรถนะ - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสารการสื่อความ	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

หน่อยการเรียนรู้ที่ 1 ความน่าจะเป็น **เรื่อง กิจกรรมความน่าจะเป็น**

วิชา ค 32101 ชื่อรายวิชา คณิตศาสตร์ 4 **กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์**

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 **ปีการศึกษา 2561 เวลา 2 ชั่วโมง**

ผู้สอน อาจารย์ชูฉกาจ ชูเลิศ

ตัวชี้วัดชั้นปี

ตัวชี้วัด ค 3.2 ม. 4/2 หาความน่าจะเป็นและนำความรู้เกี่ยวกับ ความน่าจะเป็นไปใช้

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถนำสมบัติที่สำคัญของความน่าจะเป็นไปใช้ได้

สาระสำคัญ

การทดลองสุ่ม ปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์

สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้

1. สามารถเข้าใจความหมายของความน่าจะเป็น
2. สามารถเข้าใจความหมายของการทดลองสุ่ม ปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์ได้
3. สามารถหาการทดลองสุ่ม ปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์ได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. มีทักษะในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้
2. มีการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
3. มีทักษะการใช้กฎการนับในการประยุกต์ใช้ได้

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีระเบียบวินัย
3. ใฝ่เรียนรู้และมุ่งในการทำงาน

กิจกรรมการเรียนรู้

<u>กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน</u>

ครูจะทำกิจกรรมเกี่ยวกับการทดลองสุ่มต่างๆ เพื่อให้นักเรียนเข้าใจกฎความน่าจะเป็นขั้นพื้นฐาน

<u>กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน</u>

1. ครูเกริ่นนำถึงความหมายของคำว่าโอกาสมีความหมายว่าอย่างไร ซึ่งโอกาสคือชีวิตจะเกิดสิ่งใดก็ได้ แต่เราสามารถใช้คณิตในการตัดสินใจได้

2. โดยครูให้นักเรียนลองทำกิจกรรมในห้องเรียน โดยการให้นักเรียนนำเหรียญชนิดใดก็ได้ขึ้นมา 1 เหรียญ แล้วให้นักเรียนทำการโยนเหรียญ โดยให้นักเรียนทั้งชั้นเรียนยืนขึ้น

โดยมีกฎเกณฑ์ว่า

เมื่อเหรียญออกหัว ให้นักเรียนนั่งลง

แต่ถ้าเหรียญออกก้อย ให้นักเรียนยืนขึ้นเช่นเดิม แล้วทำการโยนเหรียญต่อ

3. โดยจะทำการโยนเหรียญด้วยกฎนี้ไปเรื่อยๆ เพื่อหาว่านักเรียนคนใดที่จะโยนได้ก้อยต่อเนื่องเป็นคนสุดท้ายในห้องเรียนนั้น แล้วทำการโยนไปกี่ครั้ง

4. หลังจากที่ครูได้ให้นักเรียนที่ทำการโยนเหรียญออกหน้าก้อยจนหาคนสุดท้ายได้แล้วนั้น จะทำการพิจารว่า นักเรียนคนที่เหลือคนสุดท้าย โยนได้หน้าก้อยติดต่อกันกี่ครั้ง

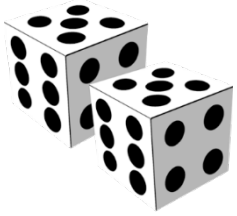
5. สมมุติว่าให้นักเรียนโยนได้ก้อยติดต่อกันได้ n ครั้ง โดยครูจะทำการสอบถามนักเรียนว่าการโยนเหรียญ 1 ครั้ง สามารถออกหน้าเหรียญได้ 2 หน้า จะมีโอกาสเท่าไร โดยนักเรียนจะร่วมตอบคือ เป็นครึ่งหนึ่ง นั่นคือเป็น $\frac{1}{2}$ ในการโยนแต่ละครั้ง

6. ครูถามนักเรียนเพิ่มเติมว่า แต่เพื่อนคนที่เหลือคนสุดท้าย โดยได้หน้าก้อยติดต่อกัน n ครั้ง แสดงว่าจะมีโอกาสเท่าใด นั่นคือ $\underbrace{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\ldots\times\frac{1}{2}}_{n}$ นั่นคือ $\left(\frac{1}{2}\right)^n$

7. จากนั้น ให้นักเรียนลองหารดูเป็นจำนวนทศนิยม นั่นสังเกตได้ว่าค่าน้อยมาก นั่นคือมีโอกาสเกิดขึ้นได้น้อยมาก โดยโยงไปว่าค่าที่ได้นั่นคือ ค่าความน่าจะเป็นที่เกิดขึ้น

8. หลังจากได้ให้นักเรียนทำการทดลองการโยนเหรียญแล้วนั้น ครูได้จัดอีกหนึ่งกิจกรรมนั่นคือการโยนลูกเต๋า จะได้เป็นอย่างไร โดยถามนักเรียนว่าการโยนลูกเต๋า 1 ลูกนั่น มีโอกาสเกิดหน้าได้กี่หน้า และมีความน่าจะเป็นเท่าไร นั่นคือ $\frac{1}{6}$

9. ครูถามเพิ่มเติมว่าถ้าโยนลูกเต๋า 2 ลูกจะมีโอกาสเป็นเท่าไร คือ $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$



10. โดยต่อมาครูให้นักเรียนลองทำนายว่าถ้าโยนลูกเต๋า 2 ลูกผลบวกแต้มจะเป็นอะไรได้มากที่สุด โดยให้นักเรียนลองทายและเขียนลงในกระดาษว่าทายเลขอะไร แล้วค่อยมาดูคำตอบกันในตอนท้าย

11. โดยครูให้นักเรียนบันทึกผลพร้อมกันไปด้วย เช่น โยนลูกแรกได้ 2 ลูกที่สองได้ 5 ให้บันทึกผลในรูปคู่อันดับคือ (2,5) ซึ่งผลรวมแต้มคือ 7

12. โดยให้นักเรียนทำการออกมาโยนลูกเต๋าร่วมกันทั้งห้อง (ประมาณ 30 คน) แล้วมาร่วมทายกันว่าผลบวกแต้มใดออกมากที่สุด

13. ซึ่งในการทดลองนั้น ผลรวมแต้มที่ควรมากที่สุดนั่นคือ 7 เพราะมีโอกาสค่าความน่าจะเป็นมากที่สุด นั่นคือ $\frac{1}{6}$ แต่ในการทดลองหนึ่งๆนั้น ลูกเต๋าที่ออกผลรวมได้ 5,6,8 มีประมาณเท่าๆกัน ซึ่งไม่ต่างกันมากนัก โดยการทดลองหนึ่งนั้นๆเป็นเพียงแนวโน้มเท่านั้น โดยในคาบต่อไปจะทำการเรียนเกี่ยวกับกฎความน่าจะเป็นอย่างละเอียดอีกครั้ง

<u>กิจกรรมรวบยอด</u>

14. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปประเด็นเกี่ยวกับกิจกรรมที่ได้ทำในวันนี้ว่าได้ประโยชน์อย่างไรและสามารถเชื่อมโยงกับความน่าจะเป็นได้อย่างไรบ้าง

สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2560 จัดทำโดย สสวท.

2. แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ - กิจกรรมตวามน่าจะเป็น	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
ตัวชี้วัด - ตัวชี้วัด ค 3.2 ม. 4/1 หาความน่าจะเป็นและนำความรู้เกี่ยวกับ ความน่าจะเป็นไปใช้	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด -แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์2 (worksheet) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นในการทำงาน - ตรงต่อเวลา	- การเข้าเรียน - การส่งงาน - บันทึกหลังการสอน	- การเข้าเรียน - การมีส่วนร่วมกันในชั้นเรียน	- เข้าเรียนตรงต่อเวลา - มีความกระตือรือร้นในการเรียน
สมรรถนะ - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสารการสื่อความ	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	- ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%