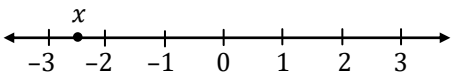
สอบปี 60

<u>เฉลย</u>

1. 3	9. 5	17. 5	25. 4	33. 60
2. 2	10. 4	18. 5	26. 3	34. 4089
3. 1	11. 3	19. 1	27. 1	35. 275
4. 3	12. 3	20. 3	28. 2	36. 15
5. 2	13. 2	21. 5	29. 5	37. 11
6. 4	14. 4	22. 4	30. 1	38. 140
7. 3	15. 2	23. 1	31. 5	39. 19
8. 5	16. 4	24. 2	32. 1	40. 0.60

<u>แนวคิด</u>

1. ถ้าจำนวนจริง x แทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนจริง ดังรูป แล้วข้อใดถูก



1. $|x| < 2$ 2. $|-x| < 2$ 3. $|x-1| < 4$

4. $|x+2| > 1$ 5. $|x+2| = x+2$

<u>ตอบ</u> 3

จากรูป จะเห็นว่า x มีค่าประมาณ -2.5 → ลองแทน x ในแต่ละตัวเลือกด้วย -2.5 แล้วดูว่าข้อไหนเป็นจริง

1. $|-2.5| < 2$
   $2.5 < 2$ ✗

2. $|-(-2.5)| < 2$
   $|2.5| < 2$
   $2.5 < 2$ ✗

3. $|-2.5-1| < 4$
   $|-3.5| < 4$
   $3.5 < 4$ ✓

4. $|-2.5+2| > 1$
   $|-0.5| > 1$
   $0.5 > 1$ ✗

5. $|-2.5+2| = -2.5+2$
   $|-0.5| = -0.5$
   $0.5 = -0.5$ ✗

มีข้อ 3. เท่านั้นที่เป็นจริง → ตอบข้อ 3.

2. จำนวนจริงบวก a ที่ทำให้ $\dfrac{a^{-1/2}\cdot a^{3/2} + 16^{-1/2}\cdot 27^{1/3}}{5\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} + 2\left(\frac{1}{2}\right)^{0}} = \frac{1}{2}$ มีค่าเท่าใด

1. $\frac{9}{2}$ 2. $\frac{81}{4}$ 3. $\frac{165}{4}$ 4. 20 5. 40

<u>ตอบ</u> 2

$$\frac{a^{-1/2}\cdot a^{3/2} + 16^{-1/2}\cdot 27^{1/3}}{5\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} + 2\left(\frac{1}{2}\right)^{0}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a^{-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}} + \frac{1}{\sqrt{16}}\cdot\sqrt[3]{27}}{5(2)^3 + 2(1)} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a^{\frac{2}{2}} + \frac{3}{4}}{42} = \frac{1}{2}$$

$$a + \frac{3}{4} = 21$$

$$a = 21 - \frac{3}{4} = \frac{84-3}{4} = \frac{81}{4}$$

3. นิพจน์ $\sqrt{25\sqrt{625x^6y^4}}$ เท่ากับข้อใด

1. $25\,|xy|\,\sqrt{|x|}$ 2. $25\,xy\,\sqrt{|x|}$ 3. $25\,xy\,\sqrt{x}$
4. $125\,x\,|y|\,\sqrt{x}$ 5. $125\,|x|\,y\,\sqrt{|x|}$

<u>ตอบ</u> 1

$$\begin{aligned}\sqrt{25\sqrt{625x^6y^4}} &= \sqrt{25\sqrt{625}\sqrt{x^6}\sqrt{y^4}} \\ &= \sqrt{25\,(25)\,|x^3|\;\;y^2} \\ &= \sqrt{25(25)}\;\sqrt{|x^3|}\;\sqrt{y^2} \\ &= \quad 25 \quad |x|\sqrt{|x|}\;\;|y| \\ &= \quad 25 \;\;|xy|\,\sqrt{|x|}\end{aligned}$$

x^3 สามารถเป็นลบได้ → ต้องใส่ค่าสัมบูรณ์

y สามารถเป็นลบได้ → ต้องใส่ค่าสัมบูรณ์

4. นิพจน์ $\sqrt[3]{16x^4}+\sqrt[3]{54x^4}-\sqrt[3]{-128x^4}$ เท่ากับข้อใด

1. $x(2x)^{1/3}$ 2. $3x(2x)^{1/3}$ 3. $9x(2x)^{1/3}$
4. $10x^{4/3}$ 5. $18x^{4/3}$

<u>ตอบ</u> 3

$$\begin{aligned}&\sqrt[3]{16x^4}+\sqrt[3]{54x^4}-\sqrt[3]{-128x^4} \\ =\;& \sqrt[3]{2^4x^4}+\sqrt[3]{2^13^3x^4}-\sqrt[3]{-2^7x^4} \\ =\;& 2x\sqrt[3]{2x}+3x\sqrt[3]{2x} \;+\; 2^2x\,\sqrt[3]{2x} \\ =\;& (2x \quad +3x \quad + \;\; 4x \;\;)\;\sqrt[3]{2x} \\ =\;& \qquad 9x \qquad\qquad (2x)^{1/3}\end{aligned}$$

สามตัวใน $\sqrt[3]{}$ ออกมาเป็น หนึ่งตัวหน้ารูท

ดึงตัวร่วม $\sqrt[3]{2x}$

5. ถ้า $a=1+\sqrt{5}$ แล้ว $\dfrac{a^{5/3}-a^{-1/3}}{a^{2/3}+a^{-1/3}}$ มีค่าเท่าใด

1. $1-\sqrt{5}$ 2. $\sqrt{5}$ 3. $1+\sqrt{5}$
4. $2+\sqrt{5}$ 5. $3+\sqrt{5}$

<u>ตอบ</u> 2

จัดรูปก่อน แล้วค่อยแทน $a=1+\sqrt{5}$ ทีหลัง

สังเกตว่า $\frac{5}{3}$ และ $\frac{2}{3}$ ขาดอีก $\frac{1}{3}$ ก็จะกลายเป็นจำนวนเต็มได้ → คูณทั้งเศษและส่วนด้วย $a^{\frac{1}{3}}$

$$\begin{aligned}\frac{\left(a^{5/3}-a^{-1/3}\right)\left(a^{1/3}\right)}{\left(a^{2/3}+a^{-1/3}\right)\left(a^{1/3}\right)} &= \frac{a^{6/3}-a^0}{a^{3/3}+a^0} \\ &= \frac{a^2\;-\;1}{a\;+\;1} \\ &= \frac{(a+1)(a-1)}{a+1} \\ &= \quad a-1 \\ &= 1+\sqrt{5}-1 \\ &= \quad \sqrt{5}\end{aligned}$$

แทน $a=1+\sqrt{5}$

6. สำหรับจำนวนจริง x, y และ z ใดๆ ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

1. $(x^n)^{1/n} = x$ ทุกจำนวนเต็มบวก n
2. $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$
3. ถ้า $x < y$ แล้ว $x^2 < y^2$
4. ถ้า $x < y$ และ $z < 0$ แล้ว $\frac{x}{z} > \frac{y}{z}$
5. $x^2 + y^2 \leq 2xy$

<u>ตอบ</u> 4

1. ถ้า n เป็นคู่ ฝั่งซ้ายที่มีการยกกำลังคู่ จะเป็นบวกเสมอ แต่ฝั่งซ้ายเป็นลบได้

เช่น ถ้า $x = -1$ และ $n = 2$ จะได้
$$\begin{aligned} ((-1)^2)^{1/2} &= -1 \\ (\ 1\ )^{1/2} &= -1 \\ 1 &= -1 \quad \times \end{aligned}$$

2. รูทกระจายในการบวกลบไม่ได้ เช่นถ้า $x = 1$, $y = 1$ จะได้
$$\begin{aligned} \sqrt{1+1} &= \sqrt{1} + \sqrt{1} \\ \sqrt{2} &= 1 + 1 \\ \sqrt{2} &= 1 \quad \times \end{aligned}$$

3. การคูณ หรือยกกำลัง อสมการ จะต้องระวังจำนวนลบ เพราะจะทำให้อสมการกลับเครื่องหมายได้

เช่น ถ้า $-1 < 0$ แต่ถ้ายกกำลังสองทั้งสองข้างจะได้
$$\begin{aligned} (-1)^2 &< 0^2 \\ 1 &< 0 \quad \times \end{aligned}$$

4. z เป็นลบ $\rightarrow$ ถ้า $\div z$ ตลอด ต้องกลับเครื่องหมาย จาก $x < y$ จะเป็น $\frac{x}{z} > \frac{y}{z}$ ✓

5.
$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &\leq 2xy \\ x^2 - 2xy + y^2 &\leq 0 \\ (x-y)^2 &\leq 0 \quad \times \end{aligned}$$

ที่ถูกต้องเป็น $\geq$ (เพราะ ผลกำลังสอง ≥ 0)

7. มูลนิธิหนึ่งจัดสรรเงินจำนวนไม่เกิน 100,000 บาท เป็นทุนการศึกษาสำหรับนักเรียน ดังนี้

ทุนสำหรับนักเรียนมัธยมต้น ทุนละ 4,000 บาท

ทุนสำหรับนักเรียนมัธยมปลาย ทุนละ 6,000 บาท

ถ้ามูลนิธิกำหนดให้ จำนวนทุนสำหรับนักเรียนมัธยมต้น เป็นสองเท่าของจำนวนทุนสำหรับนักเรียนมัธยมปลาย แล้วจำนวนทุนรวมทั้งหมดมีได้มากที่สุดกี่ทุน

1. 15 ทุน 2. 18 ทุน 3. 21 ทุน 4. 24 ทุน 5. 27 ทุน

<u>ตอบ</u> 3

จาก ม.ต้น ได้จำนวนทุนเป็นสองเท่าของ ม.ปลาย $\rightarrow$ ถ้าให้ ม.ปลาย ได้ x ทุน แล้ว ม.ต้น จะได้ $2x$ ทุน

ม.ปลาย ได้ทุนละ 6,000 บาท $\rightarrow$ x ทุน คิดเป็นเงิน $6000x$ บาท

ม.ต้น ได้ทุนละ 4,000 บาท $\rightarrow$ $2x$ ทุน คิดเป็นเงิน $4000(2x)$ บาท

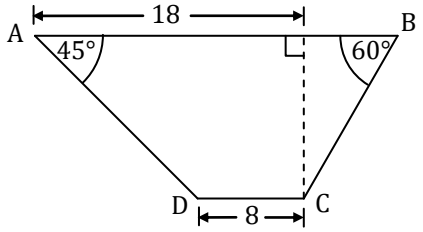
แต่มีเงินทุนไม่เกิน 100,000 บาท ดังนั้น
$$\begin{aligned} 6000x + 4000(2x) &\leq 100000 \\ 3x + 4x &\leq 50 \\ 7x &\leq 50 \\ x &\leq \frac{50}{7} = 7\frac{1}{7} \end{aligned}$$

แต่ x คือจำนวนทุนของ ม.ปลาย ต้องเป็นจำนวนต็ม $\rightarrow$ x มากสุดคือ 7

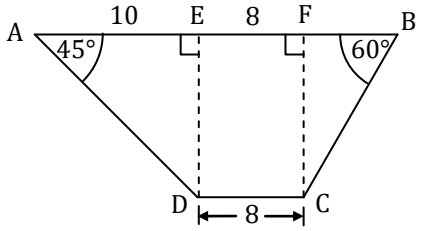
นั่นคือ ม.ปลาย ได้ 7 ทุน และ ม.ต้น ได้ $2x = 2(7) = 14$ ทุน $\rightarrow$ รวม $7 + 14 = 21$ ทุน

8. ความยาวของเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ABCD ดังแสดงในรูป ยาวกี่หน่วย

1. $18 + 10\sqrt{3}$ หน่วย
2. $18 + 10(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ หน่วย
3. $26 + 10\sqrt{3}$ หน่วย
4. $26 + 10\sqrt{2}$ หน่วย
5. $26 + 10(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ หน่วย



<u>ตอบ</u> 5



ลาก $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ จะได้ $EF = DC = 8$

และเหลือ $AE = 18 - 8 = 10$ ดังรูป

จะเห็นว่า ΔAED เป็น Δ มุมฉาก ที่มีมุมหนึ่ง $= 45°$

ดังนั้น มุมที่เหลือ $= 45°$ ทำให้ ΔAED เป็น Δ หน้าจั่ว

จะได้ $ED = EA = 10$

พีทากอรัส จะได้ $AD = \sqrt{10^2 + 10^2}$

$= \sqrt{10^2(1+1)} = 10\sqrt{2}$

และจะได้ $FC = ED = 10 \rightarrow$ จะใช้อัตราส่วนตรีโกณใน ΔFBC เพื่อหาด้านที่เหลือ

$$\sin 60° = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}} = \frac{FC}{BC} \qquad \tan 60° = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}} = \frac{FC}{FB}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{10}{BC} \qquad \sqrt{3} = \frac{10}{FB}$$

$$BC = \frac{20}{\sqrt{3}} \qquad FB = \frac{10}{\sqrt{3}}$$

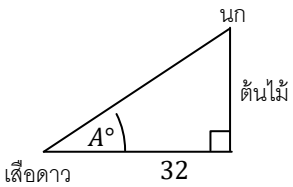
จะได้ความยาวรอบรูป $= AE + EF + FB + BC + CD + DA$

$$\begin{aligned}
&= 10 + 8 + \frac{10}{\sqrt{3}} + \frac{20}{\sqrt{3}} + 8 + 10\sqrt{2} \\
&= 26 + \frac{30}{\sqrt{3}} + 10\sqrt{2} \\
&= 26 + \frac{30}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + 10\sqrt{2} \\
&= 26 + \frac{30\sqrt{3}}{3} + 10\sqrt{2} \\
&= 26 + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{2} \\
&= 26 + 10(\sqrt{3} + \sqrt{2})
\end{aligned}$$

9. เสือดาวตัวหนึ่งหมอบอยู่บนพื้นดิน ห่างโคนต้นไม้ (ในระดับเดียวกัน) 32 ฟุต ถ้าเสือดาวมองดูนกที่เกาะอยู่บนยอดไม้เป็นมุมเงย $A°$ แล้วต้นไม้สูงกี่ฟุต (กำหนดให้ $\sin A° = 0.6$ และ $\cos A° = 0.8$)

1. 8 ฟุต 2. 16 ฟุต 3. 18 ฟุต 4. 21 ฟุต 5. 24 ฟุต

<u>ตอบ</u> 5



จากโจทย์ จะวาดได้ดังรูป

ถ้าใช้ A เป็นมุมอ้างอิง จะได้ ต้นไม้ คือ "ข้าม" และ 32 คือ "ชิด" $\rightarrow$ ต้องใช้ tan

จะได้ $\tan A° = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}} = \frac{\text{ต้นไม้}}{32}$

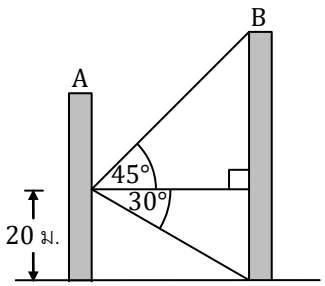
$\frac{3}{4} = \frac{\text{ต้นไม้}}{32}$

$24 = \text{ต้นไม้}$

โจทย์ให้ $\sin A° = 0.6$ และ $\cos A° = 0.8$

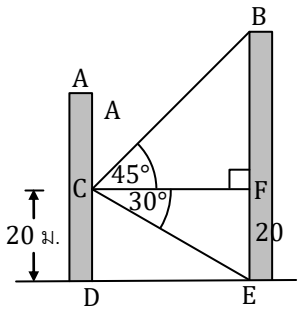
ดังนั้น $\tan A° = \frac{\sin A°}{\cos A°} = \frac{0.6}{0.8} = \frac{3}{4}$

10. สุทัศน์ยืนมองจากหน้าต่างห้องพักในตึก A ไปยังตึก B เขามองยอดตึก B เป็นมุมเงย $45°$ และมองฐานตึก B เป็นมุมก้ม $30°$ ถ้าหน้าต่างห้องพักอยู่สูงจากพื้นดิน 20 เมตร แล้วตึก B สูงกี่เมตร



1. $20\sqrt{3}$ เมตร
2. $20\left(1+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ เมตร
3. $20(1+\sqrt{2})$ เมตร
4. $20(1+\sqrt{3})$ เมตร
5. 60 เมตร

<u>ตอบ</u> 4



จากรูป จะได้ $\text{FE} = \text{CD} = 20 \rightarrow$ ใช้อัตราส่วนตรีโกณใน ΔCEF เพื่อหา CF ได้

$$\tan 30° = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}} = \frac{\text{EF}}{\text{CF}}$$
$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{20}{\text{CF}}$$
$$\text{CF} = 20\sqrt{3}$$

ΔCFB เป็น Δ มุมฉาก ที่มีมุมหนึ่ง $= 45°$ ดังนั้น มุมที่เหลือ $= 45°$ ทำให้ ΔCFB เป็น Δ หน้าจั่ว $\rightarrow$ จะได้ $\text{BF} = \text{CF} = 20\sqrt{3}$

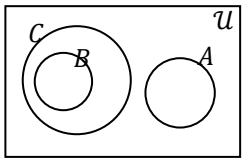
ดังนั้น ตึก B สูง $= \text{BF} + \text{FE} = 20\sqrt{3} + 20 = 20(\sqrt{3}+1)$

11. กำหนดให้ A, B และ C เป็นสับเซตที่ไม่เป็นเซตว่างของเอกภพสัมพัทธ์ U โดยที่ $B \subset C$ และ $A \cap C = \emptyset$ ข้อใดถูก

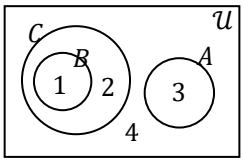
1. $A \cap B = B \cap C$
2. $(A \cap B) \cup C = \emptyset$
3. $(A \cup B) \cap C = B$
4. $A - B = C - B$
5. $B \cup C \not\subset A'$

<u>ตอบ</u> 3

จาก $B \subset C$ และ $A \cap C = \emptyset$ จะวาดแผนภาพได้ดังรูป



$\rightarrow$ กำหนด "สมาชิกตัวแทน" ให้แต่ละส่วนจะได้



$\rightarrow$ $U = \{1, 2, 3, 4\}$
$A = \{3\}$
$B = \{1\}$
$C = \{1, 2\}$

1. $A \cap B = B \cap C$
$\{3\} \cap \{1\} = \{1\} \cap \{1, 2\}$
$\emptyset = \{1\}$ ✗

2. $(A \cap B) \cup C = \emptyset$
$(\{3\} \cap \{1\}) \cup \{1, 2\} = \emptyset$
$\emptyset \cup \{1, 2\} = \emptyset$
$\{1, 2\} = \emptyset$ ✗

3. $(A \cup B) \cap C = B$
$(\{3\} \cup \{1\}) \cap \{1, 2\} = \{1\}$
$\{1, 3\} \cap \{1, 2\} = \{1\}$
$\{1\} = \{1\}$ ✓

4. $A - B = C - B$
$\{3\} - \{1\} = \{1, 2\} - \{1\}$
$\{3\} = \{2\}$ ✗

5. $B \cup C \not\subset A'$
$\{1\} \cup \{1, 2\} \not\subset \{3\}'$
$\{1, 2\} \not\subset \{1, 2, 4\}$ ✗

12. กำหนดข้อความ 2 ข้อความ ดังนี้

1) นักเรียนชั้น ม.6 ทุกคนว่ายน้ำเป็น

2) คนที่ว่ายน้ำเป็น บางคนก็ขี่จักรยานเป็น บางคนก็ขี่จักรยานไม่เป็น

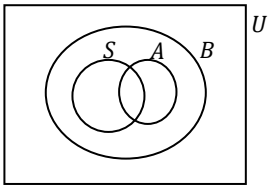
ถ้าให้ U แทนเซตของคน

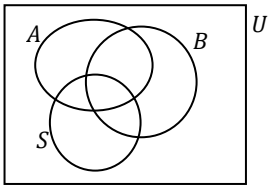
A แทนเซตของนักเรียนชั้น ม.6

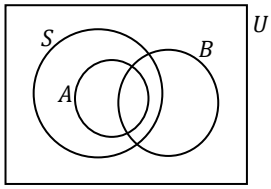
B แทนเซตของคนที่ขี่จักรยานเป็น

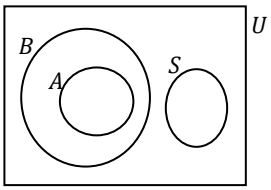
S แทนเซตของคนที่ว่ายน้ำเป็น

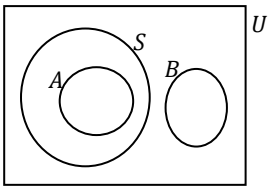
แล้วทั้งสองข้อความที่กำหนดสอดคล้องตามแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ ในข้อใดต่อไปนี้

1. 

2. 

3. 

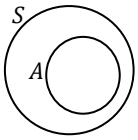
4. 

5. 

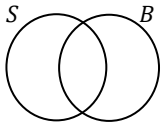
<u>ตอบ</u> 3

วาดเหตุแต่ละอันได้ดังนี้

1) นักเรียนชั้น ม.6 (A) ทุกคนว่ายน้ำเป็น (S)

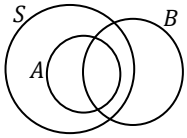


2) คนที่ว่ายน้ำเป็น (S) บางคนก็ขี่จักรยานเป็น (B) บางคนก็ขี่จักรยานไม่เป็น



จะเห็นว่า 1) กับ 2) รวมกันได้หลายแบบ (B อาจซ้อนทับกับ A แค่ไหนก็ได้)

ซึ่งถ้า B ซ้อนทับกับ A บางส่วน จะได้



13. กำหนดให้ $f(x) = 4 - x^2$ และ $g(x) = |x + 2|$ ข้อใดถูก

1. $D_f = D_g$ และ $R_f \subset R_g$
2. $D_f \cap D_g = (-\infty, \infty)$ และ $R_f \cap R_g = [0, 4]$
3. กราฟของ g ไม่ตัดแกน X
4. กราฟของ f ตัดแกน X เพียงจุดเดียว
5. กราฟของ f ตัดกับกราฟของ g เพียงจุดเดียว

<u>ตอบ</u> 2

จะวาดกราฟของ f และ g เพื่อนำมาใช้วิเคราะห์

จาก $f(x) = 4 - x^2$
$= -x^2 + 4$
$= -(x-0)^2 + 4$

เทียบกับรูป $y = a(x-h)^2 + k$

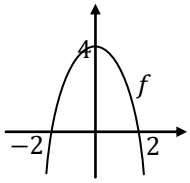
จะได้ $a = -1$ เป็นลบ → กราฟคว่ำ

และ จุดยอด $(h, k) = (0, 4)$

จุดตัดแกน X (แทน $y = 0$) :

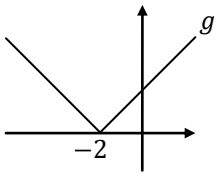
$f(x) = 4 - x^2$
$0 = 4 - x^2$
$x^2 = 4$
$x = \pm 2$

→ ตัดแกน X ที่ $(-2, 0)$ และ $(2, 0)$

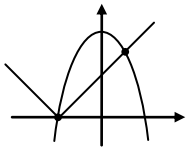


$D_f = \mathbb{R}$
$R_f = (-\infty, 4]$

และ $g(x) = |x+2|$ จะเป็นกราฟตัววี ที่มีจุดหักอยู่ที่ $(-2, 0)$ ดังรูป

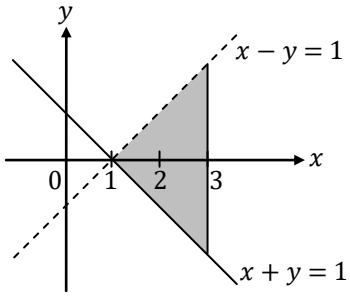


$D_g = \mathbb{R}$
$R_g = [2, \infty)$

1. จะได้ $D_f = D_g = \mathbb{R}$
   จะเห็นว่า $R_f = (-\infty, 4)$ มีจำนวนลบด้วย แต่ $R_g = [2, \infty)$ ไม่มีจำนวนลบ ดังนั้น $R_f \not\subset R_g$ → 1. ผิด
2. จาก $D_f = D_g = \mathbb{R}$ จะได้ $D_f \cap D_g = \mathbb{R} = (-\infty, \infty)$
   และ $R_f \cap R_g = (-\infty, 4] \cap [0, \infty) = [0, 4]$ → 2. ถูก
3. จากรูปกราฟ จะเห็นว่า g ตัดแกน X ที่ $(-2, 0)$ → 3. ผิด
4. จากรูปกราฟ จะเห็นว่า f ตัดแกน X ที่ $(-2, 0)$ และ $(2, 0)$ สองจุด → 4. ผิด
5. 
   ซ้อนกราฟของ f และ g ลงบนแกนเดียวกัน

   จะเห็นว่า f และ g ตัดกัน 2 จุด → 5. ผิด

14. บริเวณที่แรเงา (ในรูป) เป็นกราฟของความสัมพันธ์ในข้อใด



1. $\{(x,y) \mid 1 \le x \le 3,\ x - 1 < y < 1 - x\}$
2. $\{(x,y) \mid 1 \le x \le 3,\ x - 1 \le y \le 1 - x\}$
3. $\{(x,y) \mid 1 < x < 3,\ 1 - x < y \le x - 1\}$
4. $\{(x,y) \mid 1 < x \le 3,\ 1 - x \le y < x - 1\}$
5. $\{(x,y) \mid 1 < x \le 3,\ 1 - x \le y \le x - 1\}$

<u>ตอบ</u> 4

$x - y = 1$ เป็นเส้นประ → ต้องเป็น $>$ หรือ $<$ (แบบ<u>ไม่</u>มีเท่ากับ)

ลองแทนจุดในบริเวณที่แรเงา เช่น $(2, 0)$ เพื่อเลือกว่าเป็น $>$ หรือ $<$

$x - y \ \underline{?}\ 1$
$2 - 0 \ \underline{?}\ 1$
$2 \ > \ 1$

ต้องเป็น $>$ ดังนั้น จะได้ความสัมพันธ์คือ $x - y > 1$
$x - 1 > y$

$x + y = 1$ เป็นเส้นทึบ → ต้องเป็น $\ge$ หรือ $\le$ (แบบมีเท่ากับ)

ลองแทนจุดในบริเวณที่แรเงา เช่น $(2, 0)$ เพื่อเลือกว่าเป็น $\ge$ หรือ $\le$

$x + y \ \underline{?}\ 1$
$2 + 0 \ \underline{?}\ 1$
$2 \ \ge \ 1$

ต้องเป็น $\ge$ ดังนั้น จะได้ความสัมพันธ์คือ $x + y \ge 1$
$y \ge 1 - x$

รวมเงื่อนไขทั้งสอง จะได้ $x - 1 > y \ge 1 - x$ ซึ่งพลิกได้เป็น $1 - x \le y < x - 1$ → ตรงกับข้อ 4.

และเนื่องจากบริเวณที่แรเงา อยู่ในช่วง $x = 1$ ถึง $x = 3$ จึงต้องมีเงื่อนไขคือ $1 \le x \le 3$
แต่ที่ $x = 1$ ไม่มีกราฟ (เพราะ $x - y = 1$ เป็นเส้นประ) จึงใช้เงื่อนไข $1 < x \le 3$ แทนได้

15. กำหนดลำดับจำกัด 100 พจน์ เป็นดังนี้ $1\ ,\ 2\ ,\ 4\ ,\ 7\ ,\ 11\ ,\ 16\ ,\ \dots\ ,\ a_{50}\ ,\ \dots\ ,\ a_{100}$
แล้วพจน์ที่ 50 (a_{50}) มีค่าเท่าใด

1. 1,176 2. 1,226 3. 1,276 4. 1,300 5. 1,301

<u>ตอบ</u> 2

จะเห็นว่า พจน์เพิ่มทีละ 1, 2, 3, ... จากแบบรูปนี้ จะได้ว่าทางฝั่ง a_{48} , a_{49} , a_{50} จะต้อง +47, +48, +49 ดังรูป

$$1\ \overset{+1}{\curvearrowright}\ 2\ \overset{+2}{\curvearrowright}\ 4\ \overset{+3}{\curvearrowright}\ 7\ \overset{+4}{\curvearrowright}\ 11\ \overset{+5}{\curvearrowright}\ 16\ ,\ \dots\ ,\ a_{48}\ \overset{+47}{\curvearrowright}\ a_{49}\ \overset{+48}{\curvearrowright}\ a_{50}\ \overset{+49}{\curvearrowright}$$
$$a_1\ ,\ a_2\ ,\ a_3\ ,\ a_4\ ,\ a_5\ ,\ a_6\ ,\ \dots$$

ถ้าไม่สนใจพจน์ตรงกลาง จะได้

$$1\ \overset{+1}{\curvearrowright}\ 2\ \overset{+2}{\curvearrowright}\ 4\ \overset{+3}{\curvearrowright}\ 7\ \overset{+4}{\curvearrowright}\ 11\ \overset{+5}{\curvearrowright}\ 16\ ,\ \dots\ ,\ a_{48}\ \overset{+47}{\curvearrowright}\ a_{49}\ \overset{+48}{\curvearrowright}\ a_{50}\ \overset{+49}{\curvearrowright}$$
$$a_1$$

นั่นคือ a_{50} จะได้จากการเอา $a_1 = 1$ มา $+1+2+3+\dots+49$ → หาได้จากสูตรอนุกรมเลขคณิต

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$$

จะได้ $a_{50} = 1 + 1 + 2 + 3 + \dots + 49$
$= 1 + \frac{49}{2}(1 + 49)$
$= 1 + 49(25) = 1226$

16. นายยอดตั้งใจปั่นจักรยานทุกวัน เป็นเวลา 49 วัน โดยให้ได้ระยะทางรวมต่อสัปดาห์ เพิ่มขึ้นเป็นสองเท่าของสัปดาห์ก่อนหน้าเสมอ ถ้าสัปดาห์แรกเขาปั่นได้ระยะทาง 20 กิโลเมตร แล้วเขาจะปั่นได้ระยะทางกี่กิโลเมตรในสัปดาห์สุดท้าย

1. 280 กิโลเมตร 2. 640 กิโลเมตร 3. 980 กิโลเมตร
4. 1,280 กิโลเมตร 5. 2,560 กิโลเมตร

<u>ตอบ</u> 4

สัปดาห์แรกได้ 20 กม. สัปดาห์ถัดไปปั่นเป็น 2 เท่าของสัปดาห์ก่อนหน้า → เป็นลำดับเรขาคณิต $a_1 = 20$, $r = 2$
49 วัน $= \frac{49}{7} = 7$ สัปดาห์ → สัปดาห์สุดท้ายปั่นได้ $= a_7$
แทน $n = 7$, $a_1 = 20$, $r = 2$ ในสูตร ลำดับเรขาคณิต $a_n = a_1 r^{n-1}$
$a_7 = 20(2^{7-1}) = 20(64) = 1280$

17. กำหนดเอกภพสัมพัทธ์คือ เซตของจำนวนนับ ถ้า $A = \{1, 2, 3, \ldots, 10\}$
$B = \{4, 8, 12, 16, 20\}$
และ $C = \{x \mid (x+1)(x-4) = 0\}$

แล้ว ข้อใดผิด

1. $A \cap C = B \cap C$
2. $B \cup C = B$
3. $A \cap B = \{4, 8\}$
4. $B - A = \{12, 16, 20\}$
5. $(A \cap C) \cup B = \{8, 12, 16, 20\}$

ตอบ 5

แก้อสมการเงื่อนไขใน C จะได้ $x = -1, 4$ แต่เอกภพสัมพัทธ์คือจำนวนนับ → เหลือ $C = \{4\}$

1. $A \cap C = \{1, 2, 3, \ldots, 10\} \cap \{4\} = \{4\}$
   $B \cap C = \{4, 8, 12, 16, 20\} \cap \{4\} = \{4\}$ ✓
2. $B \cup C = \{4, 8, 12, 16, 20\} \cap \{4\}$
   $= \{4, 8, 12, 16, 20\} = B$ ✓
3. $A \cap B = \{1, 2, 3, \ldots, 10\} \cap \{4, 8, 12, 16, 20\}$
   $= \{4, 8\}$ ✓
4. $B - A = \{4, 8, 12, 16, 20\} - \{1, 2, 3, \ldots, 10\}$
   $= \{12, 16, 20\}$ ✓
5. $(A \cap C) \cup B = (\{1, 2, 3, \ldots, 10\} \cap \{4\}) \cup \{4, 8, 12, 16, 20\}$
   $= \{4\} \cup \{4, 8, 12, 16, 20\}$
   $= \{4, 8, 12, 16, 20\}$ ×

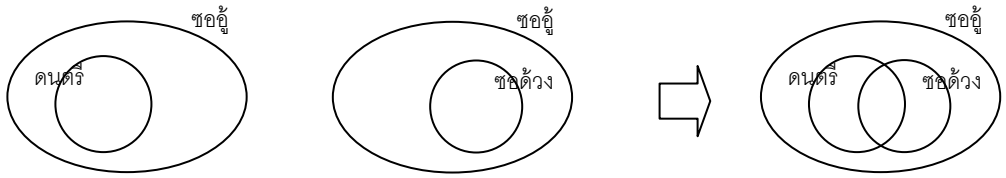
18. กำหนด “เหตุ” เป็นดังนี้
1) สมาชิกทุกคนในชมรมดนตรีไทย จะเล่นซออู้ได้
2) ผู้ที่เล่นซอด้วงได้ทุกคน จะเล่นซออู้ได้ด้วย
3) นาย ก. เล่นซออู้ได้ และ นาย ข. เล่นซอด้วงได้

ข้อใดต่อไปนี้เป็น “ผล” ที่ทำให้ผลสรุปสมเหตุสมผล

1. นาย ก. เล่นซอด้วงได้
2. นาย ก. เป็นสมาชิกชมรมดนตรีไทย
3. นาย ข. ไม่เป็นสมาชิกชมรมดนตรีไทย
4. นาย ข. เป็นสมาชิกชมรมดนตรีไทย
5. นาย ข. เล่นซอด้วง และซออู้ได้

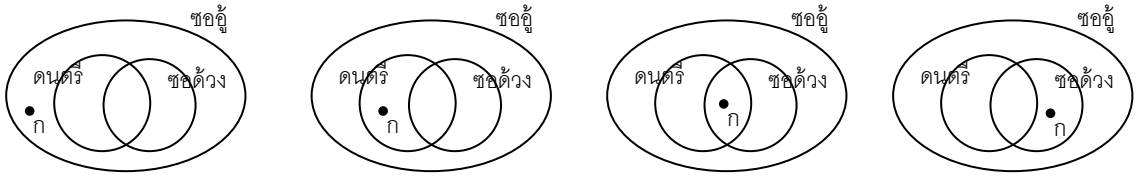
ตอบ 5

ดนตรีไทยทุกคน เล่นซออู้ ซอด้วงทุกคน เล่นซออู้ รวมสองรูปได้เป็น



(ยังไม่รู้ว่า ดนตรี กับ ซอด้วง สัมพันธ์กันยังไง → จะวาดให้มีบางส่วนซ้อนทับกัน และบางส่วนไม่ซ้อนทับกัน ไว้ก่อน)

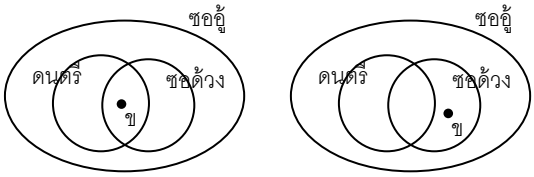
โจทย์ให้ นาย ก. เล่นซออู้ได้ → แสดงว่า นาย ก. อยู่ในวงซออู้ (วงใหญ่) ซึ่งจะเห็นว่าวาดได้หลายแบบ



จะเห็นว่า ก อาจไม่เล่นซอด้วงก็ได้ (สองรูปทางซ้าย) → 1. ผิด

ก อาจไม่อยู่ชมรมดนตรีไทยก็ได้ (รูปซ้ายสุด กับ รูปขวาสุด) → 2. ผิด

โจทย์ให้ นาย ข. เล่นซอด้วงได้ → แสดงว่า นาย ข. อยู่ในวงซอด้วง (วงเล็กทางซ้าย) ซึ่งจะเห็นว่าวาดได้ 2 แบบ

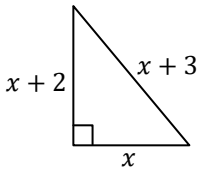


จะเห็นว่า ข อาจไม่อยู่ชมรมดนตรีไทยก็ได้ (รูปขวา) → 3. ผิด

ข อาจอยู่ชมรมดนตรีไทยก็ได้ (รูปซ้าย) → 4. ผิด

แต่ไม่ว่ารูปไหน ข จะอยู่ในวงซออู้ (วงใหญ่(เสมอ → 5. ถูก

19. ถ้าความยาวของด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก เป็น x , $x+2$ และ $x+3$ หน่วย ดังรูป แล้วความยาวของเส้นรอบรูปสามเหลี่ยม เป็นเท่าใด



1. $8+3\sqrt{6}$ หน่วย
2. $8-3\sqrt{6}$ หน่วย
3. $1+\sqrt{6}$ หน่วย
4. $1-\sqrt{6}$ หน่วย
5. $11+6\sqrt{6}$ หน่วย

<u>ตอบ</u> 1

จากพีทากอรัส จะได้

$$\begin{aligned}(x+3)^2 &= x^2+(x+2)^2\\ x^2+6x+9 &= x^2+x^2+4x+4\\ 0 &= x^2-2x-5\end{aligned}$$

เทียบกับรูปสมการ $ax^2+bx+c = 0$ จะได้ $a=1$, $b=-2$, $c=-5$

ใช้สูตรคำตอบของสมการ จะได้ $x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4(1)(-5)}}{2(1)} = \frac{2\pm\sqrt{24}}{2} = 1\pm\sqrt{6}$

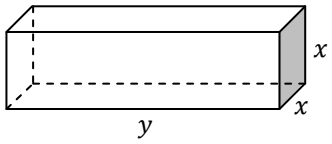
แต่ x เป็นความยาวด้านประกอบมุมฉาก จะเป็นลบไม่ได้ → $1-\sqrt{6}$ ใช้ไม่ได้ จะได้ $x = 1+\sqrt{6}$

จะได้ความยาวรอบรูป $= x + x+2 + x+3$

$= 3x + 5$

$= 3(1+\sqrt{6})+5 \quad = 8+3\sqrt{6}$

20. นำลวดยาว 32 เซนติเมตร มาดัดทำเป็นโครงกล่อง รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ได้พอดี โดยมีด้านข้างทั้งสองด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ x เซนติเมตร และโครงกล่องยาว y เซนติเมตร ดังรูป



ถ้า V เป็นปริมาตรกล่อง (ลูกบาศก์เซนติเมตร) แล้วข้อใดถูก

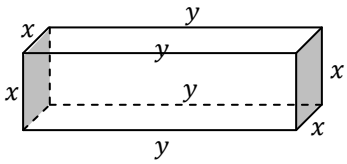
1. $V = 2x^2(2-x)$ 2. $V = 2x^2(3-x)$ 3. $V = 2x^2(4-x)$
4. $V = 4x(2-x)^2$ 5. $V = 4x(3-x)^2$

<u>ตอบ</u> 3

ด้านข้างกล่อง เป็น □ จัตุรัส ยาวด้านละ x → ใช้ลวดทำ □ จัตุรัส $= 4x$

แต่มี □ จัตุรัส 2 ด้าน (ทางซ้ายและทางขวา) → ใช้ลวด $2(4x) = 8x$

ที่เหลือเป็นโครงกล่อง ยาวด้านละ y จำนาน 4 เส้นดังรูป → ใช้ลวด $= 4y$



ดังนั้น ใช้ลวดทั้งหมด $8x + 4y$ แต่มีลวด 32 ซ.ม. ดังนั้น

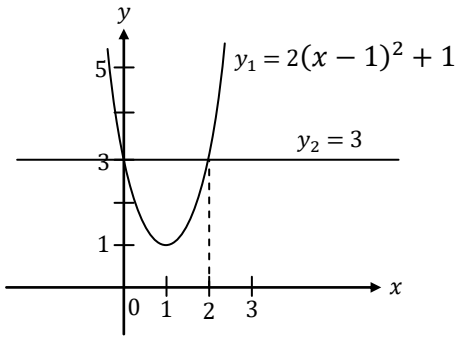
$$\begin{aligned} 8x + 4y &= 32 \\ 2x + y &= 8 \\ y &= 8 - 2x \end{aligned}$$

หาร 4 ตลอด

จะได้ ปริมาตร = กว้าง × ยาว × สูง

$$\begin{aligned} &= (y)\ (x)\ (x) \\ &= (8-2x)(x)(x) \\ &= 2(4-x)(x)(x) \\ &= 2x^2(4-x) \end{aligned}$$

21.



จากกราฟข้างต้น ข้อใด<u>ผิด</u>

1. $2x^2 - 4x + 3 > 0$ ทุกจำนวนจริง x
2. $y_1 = y_2$ ก็ต่อเมื่อ $x = 0$ หรือ $x = 2$
3. $y_1 < y_2$ ก็ต่อเมื่อ $0 < x < 2$
4. จุดวกกลับของกราฟ $y_1 = 2(x-1)^2 + 1$ อยู่ต่ำกว่ากราฟ $y_2 = 3$ ในแนวดิ่ง 2 หน่วย
5. $2x^2 - 4x + 3 = 0$ มีคำตอบเป็นจำนวนจริงเพียงคำตอบเดียว

<u>ตอบ</u> 5

1. กระจายสมการกราฟของ y_1 จะได้

$$\begin{aligned} y_1 &= 2(x-1)^2 + 1 \\ y_1 &= 2(x^2 - 2x + 1) + 1 \\ y_1 &= 2x^2 - 4x + 3 \end{aligned}$$

เนื่องจากทุกจุดบนกราฟของ y_1 อยู่ด้านบนของแกน X ดังนั้น $y_1 > 0$

และจาก $y_1 = 2x^2 - 4x + 3$ ดังนั้น $2x^2 - 4x + 3 > 0$ → 1. ถูก

2. จุดตัดกราฟ เป็นจุดที่ทั้งสองกราฟมีพิกัด (x, y) เท่ากัน

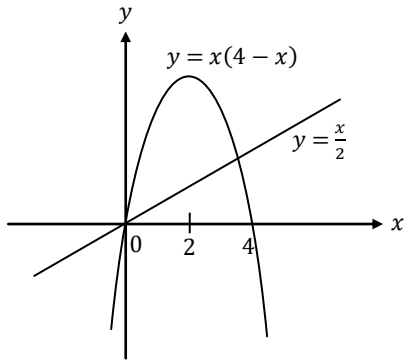
ดังนั้น สำหรับ x ค่าหนึ่งๆ จะได้ $y_1 = y_2$ ตรงจุดตัดเท่านั้น ซึ่งจะเห็นว่ากราฟตัดกันที่ $x = 0, 2$ → 2. ถูก

3. $y_1 < y_2$ ในบริเวณที่กราฟของ y_1 อยู่ด้านล่างของกราฟ y_2 ซึ่งได้แก่บริเวณ $0 < x < 2$ → 3. ถูก

4. จากรูป จะได้จุดวกกลับของ y_1 คือ $(1, 1)$ ซึ่งอยู่ต่ำลงมาจากเส้นตรงของกราฟ y_2 ในแนวดิ่ง 2 หน่วย → 4. ถูก

5. จะเห็นว่ากราฟของ y_1 ไม่ตัดแกน X ดังนั้น y_1 จะ<u>ไม่</u>มีทางเป็น 0

และจากข้อ 1. เราได้ $y_1 = 2x^2 - 4x + 3$ ดังนั้น $2x^2 - 4x + 3$ จะ<u>ไม่</u>มีทางเป็น 0 → 5. ผิด

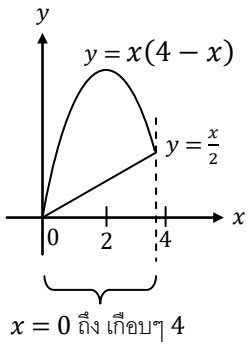
22. 

จากกราฟ เซตคำตอบของอสมการ $\frac{x}{2} \leq x(4-x)$ คือช่วงในข้อใด

1. $[0, 2]$
2. $[0, 2.5]$
3. $[0, 3]$
4. $[0, 3.5]$
5. $[0, 4]$

<u>ตอบ</u> 4

ข้อนี้ จะแก้อสมการด้วยวิธีปกติก็ได้ หรือจะพิจารณาจากรูปกราฟก็ได้ ถ้าดูจากรูปกราฟ จะได้คำตอบของอสมการ $\frac{x}{2} \leq x(4-x)$ คือช่วงของค่า x ที่กราฟ $y = \frac{x}{2}$ อยู่ต่ำกว่ากราฟ $y = x(4-x)$ ซึ่งจากรูป จะได้ x มีค่าในช่วง ตั้งแต่ 0 ถึงเกือบๆ 4 (แต่ไม่ถึง 4) พิจารณาตัวเลือกที่โจทย์ให้ จะได้ ข้อ 4. $[0, 3.5]$ ใกล้เคียงที่สุด



ซึ่งถ้าหากแทน $x = 3.5$ ในอสมการ จะได้

$$\begin{aligned} \frac{x}{2} &\leq x(4-x) \\ \frac{3.5}{2} &\leq 3.5(4-3.5) \\ 1.75 &\leq 3.5(\ \ 0.5\ \ ) \\ 1.75 &\leq 1.75 \end{aligned}$$

จะได้ฝั่งซ้าย = ฝั่งขวาพอดี แสดงว่ากราฟตัดกันที่ $x = 3.5$ จริงๆ → ตอบ 4.

23. ถ้า $S_n = n^2 - 4n$ เป็นผลบวกของ n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตที่มี a_n เป็นพจน์ที่ n และ d เป็นผลต่างร่วม แล้ว $d + a_1 a_2$ เท่ากับเท่าใด

1. 5 2. 9 3. -7 4. -9 5. -58

<u>ตอบ</u> 1

S_n คือผลบวก n พจน์แรก นั่นคือ

$$\begin{aligned} S_1 &= a_1 \\ S_2 &= a_1 + a_2 \\ S_3 &= a_1 + a_2 + a_3 \\ &\vdots \end{aligned}$$

จาก $S_n = n^2 - 4n$ แทน $n = 1$ จะได้ $S_1 = 1^2 - 4(1) = -3$ ดังนั้น $a_1 = -3$ ...(1)

แทน $n = 2$ จะได้ $S_2 = 2^2 - 4(2) = -4$ ดังนั้น $a_1 + a_2 = -4$ ...(2)

(2) - (1) : $a_2 = -4 - (-3)$
$= -1$

และจะได้ d = ผลลบของพจน์คู่ที่ติดกันคู่ไหนก็ได้ $= a_2 - a_1 = (-1) - (-3) = 2$

แทนค่าในสิ่งที่โจทยถาม จะได้ $d + a_1 a_2 = 2 + (-3)(-1) = 5$

24. ถ้าการจัดเรียงจำนวนเต็มในแถวที่ $1, 2, 3, \ldots$ (จากบนลงล่าง) เป็นดังภาพ

$$\begin{array}{ccccccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & 2 & & 3 & & & \\ & & 4 & & 5 & & 6 & & \\ & 7 & & 8 & & 9 & & 10 & \\ 11 & & 12 & & 13 & & 14 & & 15 \\ & & & & \vdots & & & & \end{array}$$

แล้วผลบวกของจำนวนเต็มในแถวที่ 50 เท่ากับข้อใด

1. $60{,}025$ 2. $62{,}525$ 3. $65{,}025$
4. $66{,}225$ 5. $66{,}275$

<u>ตอบ</u> 2

สังเกตว่า แถวที่ 1 มี 1 จำนวน แถวที่ 2 มี 2 จำนวน แถวที่ 3 มี 3 จำนวน ...

ดังนั้น แถวที่ 50 จะมี 50 จำนวน

นอกจากนี้ ถ้าสังเกตแบบรูปของ "ตัวสุดท้าย" ในแต่ละแถว จะเป็นดังนี้

$$\begin{array}{ccccccccc} & & & & 1 \to = 1 & & & & \\ & & & 2 & & 3 \to = 1+2 & & & \\ & & 4 & & 5 & & 6 \to = 1+2+3 & & \\ & 7 & & 8 & & 9 & & 10 \to = 1+2+3+4 & \\ 11 & & 12 & & 13 & & 14 & & 15 \to = 1+2+3+4+5 \\ & & & & \vdots & & & & \end{array}$$

ดังนั้น ตัวสุดท้ายของแถวที่ 49 คือ $1+2+3+\ldots+49 = \frac{49}{2}(1+49) = 1225$

ตัวสุดท้ายของแถวที่ 50 คือ $1+2+3+\ldots+50 = \frac{50}{2}(1+50) = 1275$

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$$

ดังนั้น แถวที่ 50 จะมี $1226, 1227, 1228, \ldots, 1275$ (ทั้งหมด 50 จำนวน)

ดังนั้น ผลบวกของจำนวนในแถวที่ 50 คือ $\frac{50}{2}(1226+1275) = 25(2501) = 62525$

25. ในการรักษาผู้ป่วยรายหนึ่ง ต้องให้ยาครั้งละ 5 มิลลิกรัม ทั้งหมด 8 ครั้ง ถ้า R_n เป็นปริมาณยาที่คงอยู่ในร่างกายก่อนการให้ยาครั้งที่ $n+1$ โดยที่ $R_n = 5e^{-k} + 5e^{-2k} + \cdots + 5e^{-nk}$ เมื่อ k และ e เป็นค่าคงที่บวก แล้วปริมาณยาที่คงอยู่ในร่างกาย ก่อนการให้ยาครั้งที่ 8 เป็นเท่าใด (มิลลิกรัม)

1. $5e^{-k}(1+e^{-7k})$ 2. $5e^{-k}(1+e^{-8k})$ 3. $5e^{-k}\left(\frac{1-e^{-6k}}{1-e^{-k}}\right)$
4. $5e^{-k}\left(\frac{1-e^{-7k}}{1-e^{-k}}\right)$ 5. $5e^{-k}\left(\frac{1-e^{-8k}}{1-e^{-k}}\right)$

<u>ตอบ</u> 4

หาปริมาณยาที่คงอยู่ก่อนให้ยาครั้งที่ $8 \rightarrow$ เนื่องจาก $8 = 7+1$ ดังนั้น ต้องแทน $n = 7$

พจน์ที่ 1 พจน์ที่ 2 พจน์ที่ 3 พจน์ที่ n

$$R_n = 5e^{-k} + 5e^{-2k} + 5e^{-3k} + \ldots + 5e^{-nk}$$

คูณ e^{-k} คูณ e^{-k}

$\Rightarrow$ อนุกรมเรขาคณิต n พจน์ โดยมี $a_1 = 5e^{-k}$ และ $r = e^{-k}$

ใช้สูตรอนุกรมเรขาคณิต $S_n = a_1\left(\frac{1-r^n}{1-r}\right)$ จะได้ $R_n = (5e^{-k})\left(\frac{1-(e^{-k})^n}{1-e^{-k}}\right) = 5e^{-k}\left(\frac{1-e^{-nk}}{1-e^{-k}}\right)$

แทน $n = 7$ จะได้ คำตอบ $= 5e^{-k}\left(\frac{1-e^{-7k}}{1-e^{-k}}\right)$

26. ในการสอบวิชาภาษาไทยของนักเรียน 5 คน ปรากฏว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของ ไก่ น้อง และ นิด เท่ากับ 65 คะแนน แต่หากคิดคะแนนสอบของ แอน และ จิ๋ว รวมกับสามคนแรก จะได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 75 คะแนน ถ้า แอนได้คะแนนสอบมากกว่าจิ๋ว 25 คะแนน แล้ว จิ๋วได้คะแนนสอบเท่าใด

1. 6.92 คะแนน
2. 12.50 คะแนน
3. 77.50 คะแนน
4. 82.50 คะแนน
5. 141.00 คะแนน

<u>ตอบ</u> 3

ค่าเฉลี่ย ไก่ น้อง นิด $= 65$ ดังนั้น $\frac{\text{ไก่}+\text{น้อง}+\text{นิด}}{3} = 65$

$$\text{ไก่} + \text{น้อง} + \text{นิด} = 195 \quad ...(*)$$

ค่าเฉลี่ย 5 คน $= 75$ ดังนั้น $\frac{\text{ไก่}+\text{น้อง}+\text{นิด}+\text{แอน}+\text{จิ๋ว}}{5} = 75$

$$\text{ไก่} + \text{น้อง} + \text{นิด} + \text{แอน} + \text{จิ๋ว} = 375$$

จาก $(*)$

$$195 + \text{แอน} + \text{จิ๋ว} = 375$$

$$\text{แอน} + \text{จิ๋ว} = 180 \quad ...(1)$$

แอนได้มากกว่าจิ๋ว 25 คะแนน $\rightarrow$ $\text{แอน} - \text{จิ๋ว} = 25 \quad ...(2)$

$$(1) - (2): \quad 2\,\text{จิ๋ว} = 155$$

$$\text{จิ๋ว} = 77.5$$

27. การสอบวิชาภาษาอังกฤษ แบ่งเป็นสอบย่อย 2 ครั้ง และสอบปลายภาคเรียน 1 ครั้ง โดยคิดค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบทั้ง 3 ครั้ง แบบถ่วงน้ำหนักด้วยน้ำหนัก w_1, w_2 และ w_3 ตามลำดับ

ให้ $P_i = \frac{w_i}{w_1+w_2+w_3}$, $i = 1, 2, 3$ $\quad P_1 = 0.15$, $P_2 = 0.25$ และ $\sum_{i=1}^{3} P_i = 1$

ถ้านักเรียนคนหนึ่งได้คะแนนสอบย่อย 74 และ 80 คะแนน คะแนนสอบปลายภาคเรียน 62 คะแนน จากคะแนนเต็มแต่ละครั้ง 100 คะแนน แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบแบบถ่วงน้ำหนักของนักเรียนคนนี้มีค่าเท่าใด

1. 68.3 คะแนน
2. 70.7 คะแนน
3. 72.0 คะแนน
4. 73.7 คะแนน
5. 74.5 คะแนน

<u>ตอบ</u> 1

จาก $\sum_{i=1}^{3} P_i = 1$ จะได้ $P_1 + P_2 + P_3 = 1$

$$0.15 + 0.25 + P_3 = 1$$

$$P_3 = 0.6$$

จากสูตร จะได้ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตแบบถ่วงน้ำหนัก $= \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i} = \frac{w_1(74) + w_2(80) + w_3(62)}{w_1+w_2+w_3}$

$$= \frac{w_1(74)}{w_1+w_2+w_3} + \frac{w_2(80)}{w_1+w_2+w_3} + \frac{w_3(62)}{w_1+w_2+w_3}$$

$$= P_1(74) + P_2(80) + P_3(62)$$

$$= (0.15)(74) + (0.25)(80) + (0.6)(62)$$

$$= 11.1 + 20 + 37.2 = 68.3$$

28. ข้อมูลชุดหนึ่งเป็นจำนวนเต็มบวก 4 จำนวน ถ้าฐานนิยมเท่ากับ 6 มัธยฐานเท่ากับ 5 และพิสัยเท่ากับ 4 แล้วผลบวกของข้อมูลชุดนี้มีค่าเท่าใด

1. 15 2. 18 3. 19 4. 20 5. 24

<u>ตอบ</u> 2

ฐานนิยม คือข้อมูลที่ซ้ำมากที่สุด → ฐานนิยม $= 6$ แสดงว่าต้องมีข้อมูลอย่างน้อย 2 จำนวน เป็น 6

มัธยฐานจะแบ่งข้อมูลเป็น 2 ส่วนเท่าๆกัน (เมื่อเรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก) → มัธยฐาน $= 5$ แสดงว่า เมื่อเรียงข้อมูลทั้ง 4 จำนวนจากน้อยไปมาก จะมีข้อมูล 2 จำนวนที่น้อยกว่า 5 และข้อมูลที่เหลือ 2 จำนวนจะมากกว่า 5

เนื่องจาก $6 > 5$ ดังนั้น ข้อมูลที่มากกว่า 5 จะมีครบ 2 จำนวนแล้ว ดังนั้น ข้อมูลที่เหลืออีก 2 จำนวนต้องน้อยกว่า 5

สมมติให้ข้อมูลทั้ง 4 จำนวน เมื่อเรียงจากน้อยไปมาก คือ $a, b, 6, 6$

จากสูตร มัธยฐานจะอยู่ตำแหน่งที่ $\frac{N+1}{2} = \frac{4+1}{2} = 2.5$

2.5 คือ ตรงกลางระหว่างตัวที่ 2 กับตัวที่ 3 → มัธฐาน $= \frac{b+6}{2}$

$$5 = \frac{b+6}{2}$$
$$10 = b + 6$$
$$4 = b$$

และจาก พิสัย $= x_{max} - x_{min}$

$$4 = 6 - a$$
$$a = 2$$

จะได้ข้อมูลทั้ง 4 จำนวน คือ $2, 4, 6, 6$ → จะได้ผลบวก $= 2 + 4 + 6 + 6 = 18$

29. ข้อมูลชุดหนึ่งมีการกระจายแบบสมมาตร ถ้าช่วง $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$ เท่ากับ $(1400, 1580)$ โดยที่ s เป็นส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และ $\bar{x}$ เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิต แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิต $(\bar{x})$ และ ความแปรปรวน (s^2) ของข้อมูลชุดนี้ คือข้อใด

1. $\bar{x} = 1445$ และ $s^2 = 2025$
2. $\bar{x} = 1445$ และ $s^2 = 45$
3. $\bar{x} = 1490$ และ $s^2 = 45$
4. $\bar{x} = 1490$ และ $s^2 = 2025$
5. $\bar{x} = 1490$ และ $s^2 = 900$

<u>ตอบ</u> 5

เทียบช่วง $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$ เท่ากับ $(1400, 1580)$ จะได้

$$\bar{x} - 3s = 1400 \quad ...(1)$$
$$\bar{x} + 3s = 1580 \quad ...(2)$$

$$(1) + (2): \; 2\bar{x} = 2980$$
$$\bar{x} = 1490$$

แทน $\bar{x}$ ใน (2) : $1490 + 3s = 1580$

$$3s = 90$$
$$s = 30$$

จะได้ $\bar{x} = 1490$ และ $s^2 = 30^2 = 900$

30. ถ้าข้อมูลของระยะเวลาของการให้บริการลูกค้า 20 คน ของธนาคารแห่งหนึ่งเป็นดังนี้

ระยะเวลา (นาที)	3	4	5	6	7	8
จำนวนลูกค้า (คน)	8	5	3	2	1	1

แล้ว ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม และ การกระจาย ของข้อมูล ของระยะเวลาการให้บริการ ตรงกับข้อใด

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากับ 4.3 นาที มัธยฐานเท่ากับ 4 นาที
   ฐานนิยม เท่ากับ 3 นาที และ เป็นการกระจายแบบเบ้ทางขวา
2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากับ 4.3 นาที มัธยฐานเท่ากับ 4 นาที
   ฐานนิยม เท่ากับ 3 นาที และ เป็นการกระจายแบบสมมาตร
3. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากับ 4.3 นาที มัธยฐานเท่ากับ 4 นาที
   ฐานนิยม เท่ากับ 3 นาที และ เป็นการกระจายแบบเบ้ทางซ้าย
4. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากับ 4 นาที มัธยฐานเท่ากับ 4 นาที
   ฐานนิยม เท่ากับ 4 นาที และ เป็นการกระจายแบบสมมาตร
5. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากับ 4 นาที มัธยฐานเท่ากับ 4 นาที
   ฐานนิยม เท่ากับ 3 นาที และ เป็นการกระจายแบบเบ้ทางขวา

<u>ตอบ</u> 1

หา $\bar{x}$ → ผลรวมข้อมูล = ค่าข้อมูล คูณความถี่ แล้วบวกกัน

ระยะเวลา (x_i)	3	4	5	6	7	8
จำนวนลูกค้า (f_i)	8	5	3	2	1	1
$f_i x_i$	24	20	15	12	7	8

→ ผลรวม $= 24 + 20 + 15 + 12 + 7 + 8$
$= 86$

ดังนั้น $\bar{x} = \frac{\text{ผลรวมข้อมูล}}{N} = \frac{86}{20} = 4.3$ → จะเห็นว่า $\bar{x} = 4.3$ จะตรงกับข้อ 1. 2. 3.
ซึ่งทุกข้อมี มัธยฐาน = 4 และ ฐานนิยม = 3 หมด → ไม่ต้องหาก็ได้

ถ้าจะหา มัธยฐาน → มัธยฐาน อยู่ตำแหน่งที่ $\frac{N+1}{2} = \frac{20+1}{2} = 10.5$
→ บวกความถี่ไปเรื่อยๆ จนกว่าจะเกิน 10.5

ระยะเวลา (x_i)	3	4	5	6	7	8
จำนวนลูกค้า (f_i)	8	5	3	2	1	1
ความถี่สะสม	8	13				

→ เกิน 10.5 ในชั้นที่ 2 ดังนั้น มัธยฐาน = 4

ถ้าจะหาฐานนิยม → ความถี่สูงสุด = 8 ในชั้นแรก ดังนั้น ฐานนิยม = 3

จะเห็นว่า $3 < 4 < 4.3$ ดังนั้น ฐานนิยม < มัธยฐาน < $\bar{x}$ ซึ่งจะตรงกับการกระจายแบบ เบ้ขวา

31. ถ้าโยนเหรียญเที่ยงตรงเหรียญหนึ่ง 4 ครั้ง แล้วจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่เหรียญจะออก หัว 2 ครั้ง และ ก้อย 2 ครั้ง เท่ากับเท่าใด

1. 2 2. 3 3. 4 4. 5 5. 6

<u>ตอบ</u> 5

จำนวนแบบ จะเท่ากับจำนวนแบบในการเรียง H , H , T , T

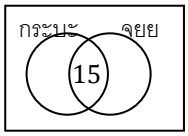
ใช้สูตรเรียงของซ้ำ จะได้จำนวนแบบ $= \frac{4!}{2!2!} = 6$

32. หมู่บ้านแห่งหนึ่งมี 35 ครัวเรือน จากการสำรวจ พบว่า 25 ครัวเรือน มีรถกระบะ
20 ครัวเรือน มีจักรยานยนต์
15 ครัวเรือน มีรถกระบะและจักรยานยนต์

ถ้าสุ่มมาหนึ่งครัวเรือน แล้วความน่าจะเป็นที่จะสุ่มได้ครัวเรือนที่ไม่มีรถกระบะและไม่มีจักรยานยนต์ เท่ากับเท่าใด

1. $\frac{1}{7}$ 2. $\frac{2}{7}$ 3. $\frac{3}{7}$ 4. $\frac{5}{7}$ 5. $\frac{6}{7}$

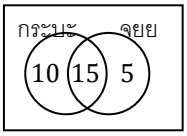
<u>ตอบ</u> 1



15 ครัว มีรถกระบะและจักรยานยนต์ → ตรงกลาง = 15

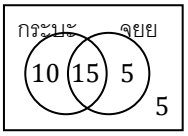
25 ครัว มีรถกระบะ → วงกระบะ = 25

แต่ตรงกลาง ไปแล้ว 15 เหลือซีกซ้าย $= 25 - 15 = 10$



20 ครัว มีจักรยานยนต์ (จยย) → วง จยย = 20

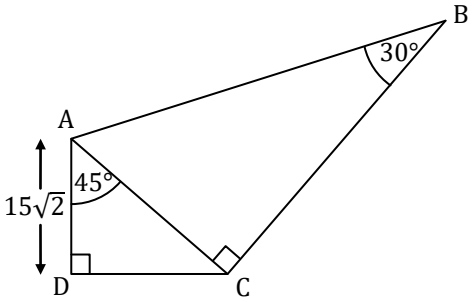
แต่ตรงกลาง ไปแล้ว 15 เหลือซีกขวา $= 20 - 15 = 5$



ทั้งหมด = 35 ครัว → เหลือข้างนอก $= 35 - (10 + 15 + 5) = 5$

ดังนั้น มี 5 ครัวเรือน ที่ไม่มีรถกระบะและไม่มีจักรยานยนต์ → ความน่าจะเป็น $= \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$

33. กำหนดสี่เหลี่ยม ABCD แสดงดังรูป โดยมีด้าน AD ยาว $15\sqrt{2}$ หน่วย แล้วด้าน AB ยาวกี่หน่วย



<u>ตอบ</u> 60

จะใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติที่ ΔADC เพื่อหา AC แล้วโยงเข้า ΔABC เพื่อหา AB

พิจารณา ΔADC ถ้าใช้ $D\hat{A}C$ เป็นมุมอ้างอิง จะได้ AD คือ ชิด , AC คือ ฉาก → $\cos D\hat{A}C = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}} = \frac{AD}{AC}$

$$\cos 45^\circ = \frac{15\sqrt{2}}{AC}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{15\sqrt{2}}{AC}$$

$$AC = 30$$

พิจารณา ΔABC ถ้าใช้มุม B เป็นมุมอ้างอิง จะได้ AC คือ ข้าม , AB คือ ฉาก $\rightarrow \sin B = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}} = \frac{AC}{AB}$

$$\sin 30^\circ = \frac{30}{AB}$$
$$\frac{1}{2} = \frac{30}{AB}$$
$$AB = 60$$

34. กำหนดลำดับของจำนวนจริง ดังนี้ $2-\sqrt{5}$, $4-\sqrt{9}$, $8-\sqrt{13}$, $16-\sqrt{17}$, ...
พจน์ที่ 12 เท่ากับเท่าใด

<u>ตอบ</u> 4089

สังเกตว่าตัวเลขในลำดับ จะเป็นการลบกันของสองจำนวน

<u>ตัวตั้ง</u> 2 , 4 , 8 , 16 , ... จะเป็นลำดับเรขาคณิต ที่เริ่มด้วย 2 และคูณ 2 ไปเรื่อยๆ $\rightarrow a_1 = 2$, $r = 2$

จากสูตรลำดับเรขาคณิต $a_n = a_1 r^{n-1}$ แทน $n = 12$ จะได้ $a_{12} = (2)(2^{12-1}) = 4096$

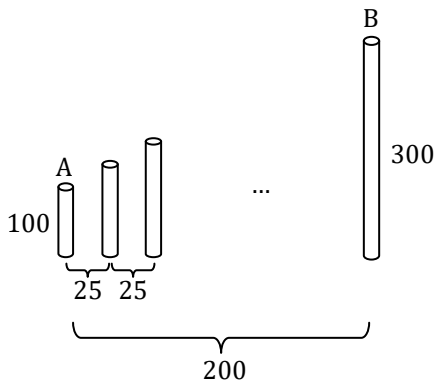
<u>ตัวลบ</u> เป็นรูทของ 5 , 9 , 13 , 17 , ... ซึ่งเป็นลำดับเลขคณิตที่เริ่มด้วย 5 และบวก 4 ไปเรื่อยๆ $\rightarrow a_1 = 5$, $d = 4$

จากสูตรลำดับเลขคณิต $a_n = a_1 + (n-1)d$ แทน $n = 12$ จะได้ $a_{12} = 5 + (12-1)(4) = 49$

ดังนั้น พจน์ที่ 12 คือ $4096 - \sqrt{49} = 4089$

35. เสา A สูง 100 เซนติเมตร เสา B สูง 300 เซนติเมตร และตั้งอยู่ห่างกัน 200 เซนติเมตร ถ้าต้องการปักเสาเพิ่มระหว่างเสา A และ เสา B ในแนวเส้นตรง โดยที่ แกนกลางของเสาแต่ละต้นที่อยู่ติดกัน อยู่ห่างกัน 25 เซนติเมตร และลำดับความสูงของเสาทุกต้น (รวมเสา A และ เสา B) เป็นลำดับเลขคณิต แล้วเสาต้นที่อยู่ติดเสา B สูงกี่เซนติเมตร

<u>ตอบ</u> 275



แบ่งระยะห่าง 200 ซม. เป็นช่องๆ ช่องละ 25 ซม.

จะแบ่งได้ $\frac{200}{25} = 8$ ช่อง $\rightarrow$ ต้องใช้เสา 9 ต้น

(เพราะต้องใช้เสาปิดหัวหรือท้ายเพิ่มอีก 1 ต้น)

ให้ความสูงของเสาทั้ง 9 ต้น คือ a_1 , a_2 , a_3 , ... , a_9

จากโจทย์ จะได้ $a_1 = 100$ ซม. และ $a_9 = 300$ ซม.

แต่จากสูตรลำดับเลขคณิต $a_n = a_1 + (n-1)d$

ถ้าแทน $n = 9$ จะได้ $a_9 = a_1 + (9-1)d$

$$300 = 100 + 8d$$
$$200 = 8d$$
$$25 = d$$

เสาที่ติดกับ B คือเสาต้นรองสุดท้าย ซึ่งจะสูง $= a_8$

แทน $n = 8$ ในสูตรลำดับเลขคณิต จะได้ $a_8 = a_1 + (8-1)d$

$$= 100 + 7(25) = 275$$

36. หมู่บ้านแห่งหนึ่งมี 60 ครอบครัว ที่มีอาชีพ ทำนา ทำสวน หรือ เลี้ยงสัตว์

ถ้า ทำนา 34 ครอบครัว ทำสวน 30 ครอบครัว

ทำนา และ ทำสวน 8 ครอบครัว

ทำนา และ เลี้ยงสัตว์ 23 ครอบครัว

ทำสวน และ เลี้ยงสัตว์ 20 ครอบครัว

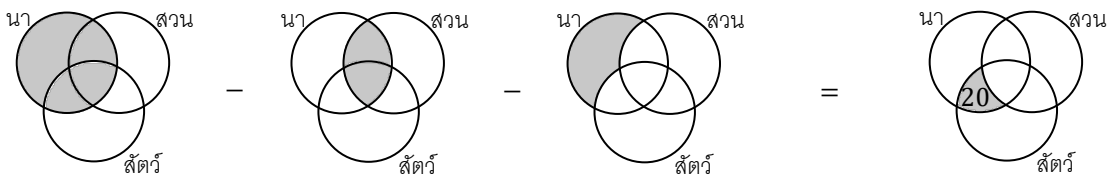
ทำนาอย่างเดียว 6 ครอบครัว

แล้ว มีทั้งหมดกี่ครอบครัวที่มีอาชีพเพียงอาชีพเดียว

<u>ตอบ</u> 15

จะใช้วิธีลบแผนภาพ โดยพิจารณาข้อมูลที่เกี่ยวกับการทำนาก่อน

เอา “ทำนาทั้งหมด” หักออกด้วย “ทำนาและทำสวน” กับ “ทำนาอย่างเดียว” จะเหลือเสี้ยวทางซ้ายดังรูป



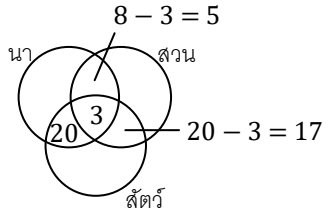
นา $= 34$ นา และ สวน $= 8$ นาอย่างเดียว $= 6$ $34 - 8 - 6 = 20$

จาก นา และ สัตว์ $= 23 \rightarrow$ จะได้ตรงกลาง $= 23 - 20 = 3$

เมื่อได้ตรงกลาง จะหาส่วนที่เหลือได้ ดังนี้

นาและสวน $= 8 \rightarrow$ เหลือเสี้ยวบน $= 8 - 3 = 5$

ส่วนและสัตว์ $= 20 \rightarrow$ เหลือเสี้ยวขวา $= 20 - 3 = 17$



จะลบต่อเพื่อหาส่วนที่เหลือก็ได้ แต่โจทย์ถามครอบครัวที่มีอาชีพเดียว ซึ่งได้แก่ส่วนที่ไม่มีการซ้อนทับกัน

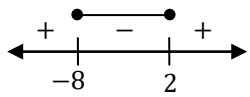
ซึ่งหาได้จากการเอาจำนวนครอบครัวทั้งหมด หักออกด้วยส่วนที่มีการซ้อนทับกัน $= 60 - 20 - 5 - 17 - 3 = 15$

37. จำนวนเต็ม x ที่ทำให้ $\sqrt{16 - 6x - x^2}$ เป็นจำนวนจริง มีทั้งหมดกี่จำนวน

<u>ตอบ</u> 11

จะหาค่ารูทได้ ในรูทต้องห้ามเป็นลบ $\rightarrow$

$$\begin{aligned} 16 - 6x - x^2 &\geq 0 \\ 0 &\geq x^2 + 6x - 16 \\ 0 &\geq (x+8)(x-2) \end{aligned}$$



จำนวนเต็มในช่วง $[-8, 2]$ จะมี $-8, -7, -6, \ldots, 2$ ซึ่งมีทั้งหมด $2 - (-8) + 1 = 11$ จำนวน

38. ร้านค้าแห่งหนึ่งขายเสื้อสามแบบ คือ เสื้อยืด ราคาตัวละ 150 บาท เสื้อโปโล ราคาตัวละ 200 บาท และเสื้อเชิ้ต ราคาตัวละ 300 บาท ถ้าจำนวนเสื้อยืดที่ขายได้เป็น 4 เท่าของเสื้อเชิ้ต และจำนวนเสื้อโปโลที่ขายได้เป็น 2 เท่าของเสื้อเชิ้ต ทำให้ทางร้านขายได้เงินทั้งหมด 26,000 บาท แล้วเสื้อที่ขายได้มีจำนวนทั้งหมดกี่ตัว

<u>ตอบ</u> 140

ให้ขายเสื้อเชิ้ตได้ x ตัว : เสื้อยืด เป็น 4 เท่าของเสื้อเชิ้ต $\rightarrow$ ขายเสื้อยืดได้ $4x$ ตัว

เสื้อโปโล เป็น 2 เท่าของเสื้อเชิ้ต $\rightarrow$ ขายเสื้อโปโลได้ $2x$ ตัว

ขายเสื้อเชิ้ต x ตัว ตัวละ 300 บาท $\rightarrow$ คิดเป็นเงิน $300x$ บาท

ขายเสื้อยืด $4x$ ตัว ตัวละ 150 บาท $\rightarrow$ คิดเป็นเงิน $(4x)(150) = 600x$ บาท

ขายเสื้อโปโลได้ $2x$ ตัว ตัวละ 200 บาท $\rightarrow$ คิดเป็นเงิน $(2x)(200) = 400x$ บาท

ขายได้เงินทั้งหมด 26,000 บาท ดังนั้น จะได้สมการคือ

$$\begin{aligned} 300x + 600x + 400x &= 26000 \\ 1300x &= 26000 \\ x &= 20 \end{aligned}$$

แทนค่า x กลับ $\rightarrow$ ขายเสื้อเชิ้ตได้ $x = 20$ ตัว

$\rightarrow$ ขายเสื้อยืดได้ $4x = 4(20) = 80$ ตัว

$\rightarrow$ ขายเสื้อโปโลได้ $2x = 2(20) = 40$ ตัว

ดังนั้น ขายเสื้อได้ทั้งหมด $20 + 80 + 40 = 140$ ตัว

39. คะแนนสอบปลายภาคเรียนของนักเรียน จำนวน 25 คน เป็นดังต่อไปนี้

60	65	65	67	70	71	73	75	76	76
79	81	83	84	85	85	88	89	90	92
95	96	99	100	100					

ให้ P_{25} เป็นเปอร์เซ็นไทล์ที่ 25 และ P_{75} เป็นเปอร์เซ็นไทล์ที่ 75 แล้ว $P_{75} - P_{25}$ มีค่าเท่าใด

<u>ตอบ</u> 19

P_{25} จะอยู่ตำแหน่งที่ $\frac{25}{100}(N+1) = \frac{25}{100}(25+1) = 6.5 =$ ตรงกลางระหว่างตัวที่ 6 กับตัวที่ 7

P_{75} จะอยู่ตำแหน่งที่ $\frac{75}{100}(N+1) = \frac{75}{100}(25+1) = 19.5 =$ ตรงกลางระหว่างตัวที่ 19 กับตัวที่ 20

					ตัวที่ 6 ↑	ตัวที่ 7 ↑			
60	65	65	67	70	71	73	75	76	76
79	81	83	84	85	85	88	89	90	92
95	96	99	100	100					
								↓ ตัวที่ 19	↓ ตัวที่ 20

(นับถอยหลังจากตัวสุดท้าย = ตัวที่ 25)

ดังนั้น $P_{25} = \frac{\text{ตัวที่ 6} + \text{ตัวที่ 7}}{2} = \frac{71+73}{2} = 72$ และ $P_{75} = \frac{\text{ตัวที่ 19} + \text{ตัวที่ 20}}{2} = \frac{90+92}{2} = 91$

จะได้ $P_{75} - P_{25} = 91 - 72 = 19$

40. สลาก 25 ใบ มีหมายเลข 1 ถึง 25 กำกับใบละ 1 หมายเลขโดยไม่ซ้ำกัน ถ้าสลากถูกสุ่มขึ้นมา 1 ใบ ความน่าจะเป็นที่จะได้สลากหมายเลขที่หารด้วย 2 หรือ 5 ลงตัว เท่ากับเท่าใด

<u>ตอบ</u> 0.60

เลขไม่เยอะ จะเขียนนับเอาเลยก็ได้ → จะเห็นว่ามี 15 ตัว ที่หารด้วย 2 หรือ 5 ลงตัว

1	2	23	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25					

หรือถ้าจะคำนวณ → จำนวนที่หารด้วย 2 ลงตัว (= เลขคู่) จะมี $2, 4, 6, \ldots, 24$ มีทั้งหมด $\frac{24}{2} = 12$ จำนวน

→ จำนวนที่หารด้วย 5 ลงตัว ที่ไม่ใช่เลขคู่ จะมี $5, 15, 25$ มี 3 จำนวน

→ รวมได้ 15 จำนวน

ดังนั้น ความน่าจะเป็น $= \frac{15}{25} = 0.6$

<u>เครดิต</u>

ขอบคุณ คุณ สนธยา เสนามนตรี ที่ช่วยแจ้งข่าวเรื่องข้อสอบ

ขอบคุณ คุณครูเบิร์ด จาก กวดวิชาคณิตศาสตร์ครูเบิร์ด ย่านบางแค 081-8285490 ที่ช่วยตรวจสอบความถูกต้องของเอกสาร